Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Донской государственный технический университет»

На правах рукописи

Гвинджилия Валерия Енвериевна

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ НА ОСНОВЕ РАЗРАБОТКИ ТЕОРИИ СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И УПРАВЛЕНИЯ

Специальность 2.5.5 – «Технология и оборудование механической и физико-технической обработки»

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
Заслуженный деятель науки РФ,
профессор, доктор технических наук,
Заковоротный Вилор Лаврентьевич

Ростов-на-Дону – 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 6

Глава 1. Теоретические предпосылки исследования 10

1.1 Современное представление о развитии станков с ЧПУ 10

1.2 Значение исследований динамики процесса резания для станков с ЧПУ 17

1.3 Синергетический подход при управлении технологическими системами 23

1.4 Представление структуры динамической системы резания. Цель и задачи исследования 26

Глава 2. Свойства траекторий динамической системы резания в автономном режиме 43

2.1 Иерархия дифференциальных уравнений в системе резания 44

2.2 Устойчивость подсистемы деформационных смещений 50

2.3 Изучение притягивающих множеств деформаций в окрестности равновесия 63

2.3.1 Моделирование нелинейных связей и их свойства 64

2.3.2 Свойства притягивающих множеств деформаций инструмента 77

2.4 Свойства подсистемы «медленных» движений 89

2.4.1 Свойства траекторий «медленных» движений 92

2.4.2 Изменение матриц упругости и скоростных коэффициентов в зависимости от направления движения инструмента 105

2.5 Анализ и выводы по главе 109

Глава 3. Исследование возмущенной динамической системы 114

3.1 Моделирование возмущений, вызывающих вариации площади срезаемого слоя 114

3.2 Силовые возмущения 122
3.3 Частотные свойства деформаций при малых отклонениях от равновесия 128
3.3.1 Линеаризованные реакции деформаций на малые возмущения 128
3.3.2 Пример частотных характеристик 131
3.4 Изменение деформаций при варьировании амплитуды 136
3.4.1 Низкочастотные возмущения 136
3.4.2 Возмущения среднечастотного диапазона 144
3.4.3 Возмущения высокочастотного диапазона 162
3.5 Анализ результатов. Выводы по главе 168
Глава 4. Эволюционные свойства динамической системы резания 173
4.1 Взаимосвязь износа и параметров динамической системы 173
4.1.1 Износ как интегрирующий показатель эволюции 173
4.1.2 Взаимосвязь износа и параметров динамической связи 177
4.2 Математическое моделирование развития износа 183
4.3 Свойства эволюционных траекторий 188
4.3.1 Эволюция системы при изменении параметра давления стружки ρ 188
4.3.2 Взаимосвязь эволюции и параметров динамической связи 195
4.3.3 Влияние параметров инвариантных к эволюции 199
4.4 Эволюция возмущенной системы резания 204
4.5 Обобщение свойств эволюционной динамики. Выводы 216
Глава 5. Связь выходных свойств процесса резания с траекториями пространства состояния 219

5.1 Преобразование траекторий формообразующих движений в геометрическую топологию 220

5.2 Свойства «скелетной» геометрической топологии 224

5.3 Обусловленность геометрической топологии траекториями формообразующих движений 230

5.4 Информационные модели определения макро геометрических оценок качества 238

5.5 Прогнозирование изменения топологии 243

5.6 Информационные модели оценивания износа инструмента и шероховатости 248

5.6.1 Информационное пространство виброакустической диагностики 249

5.6.2 Построение решающих правил для разделения информации об износе 258

5.7 Параметры диагностики и принципы их оценивания в вибрациях и силах 264

5.8 Анализ результатов. Выводы по главе 267

Глава 6. Синтез синергетического управления процессом резания 270

6.1 Постановка задачи синергетического управления 270

6.2 Управление обработкой валов малой жесткости 275

6.2.1 Устойчивость терминальных траекторий 284

6.2.2 Определение программы ЧПУ 292

6.3 Коррекция управления в ходе эволюции 297

6.3.1 Моделирование эволюции при обработке партии деталей 297

6.3.2 Определение оптимальных координат переключения циклов обработки 304

6.3.3 Эффективность синергетического управления 309

6.4 Использование рабочей информации о координатах 321

6.4.1 Повышение эффективности управления на основе построения адаптивной системы ЧПУ 321

6.4.2 Оценивание критических состояний процесса точения 327

6.4 Влияние периодических возмущений 332

6.5 Выводы по главе 339

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 341

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 350

Приложение 1. Определение линеаризованного уравнения в вариациях для подсистемы «быстрых» движений 371

Приложение 2. Экспериментальная база исследований динамической системы резания 380

Приложение 3. Описание виртуальной цифровой модели динамики процесса точения 418

Приложение 4. Рабочие программа виртуальной цифровой модели 425

Приложение 5. Апробация результатов исследования 428

ВВЕДЕНИЕ

При повышении эффективности изготовления деталей на металлорежущих станках традиционно рассматривается задача обоснованного выбора технологических режимов резания, которые обеспечивают качество обрабатываемых деталей, минимизацию интенсивности изнашивания инструмента или минимизацию суммарной стоимости изготовления партии деталей. При этом большое внимание уделяется стабильности движения и режущим свойствам инструмента, так как именно его взаимодействие с заготовкой является главным источником всех физических процессов в зоне резания, влияющих на выходные характеристики обработки. Существующая база знаний, посвященная исследованию этих взаимодействий, обладает неоспоримой практической значимостью. Она базируются на хорошо разработанной методологии регрессионного анализа экспериментальных исследований. Эти модели отличаются достаточной адекватностью в пределах исследуемых условий. Вместе с тем, задача раскрытия физической сущности взаимодействий, установления причинно-следственных связей между параметрами станка и выходными характеристиками процесса обработки – требует выхода за рамки чисто эмпирических зависимостей и переход к моделям, описывающим физическую природу взаимодействия инструмента и заготовки, функционально связанную со свойствами возмущенных подсистем станка.

В диссертации предлагается изменить подход к рассмотрению станка в соответствии с принципами синергетической теории управления. В этом случае, синергетика, как наука о взаимодействии элементов динамической системы, анализирующая вопросы самоорганизации и эволюции при обмене энергией системы с внешней средой, декларирует, что параметры станка должны влиять на реакции со стороны процесса резания, и они отображаются в силах резания и других характеристиках системы. Таким образом, станок представляется сложной динамической структурой и на необходимость раскрытия этой структуры было указано еще в работах Кудинова и Подураева, однако до сих пор системный анализ преобразующих свойств станка все еще недостаточно представлен в современных исследова-

ниях. В связи с этим в диссертационной работе ставятся несколько актуальных задач, соответствующих паспорту специальности:

— формулирование и формализация новых теоретических положений синергетического анализа и синтеза динамической системы резания, в основе которых лежат принципы проектирования и использования цифрового двойника процесса обработки;
— исследование физико-механических свойств процесса резания с учетом как априорно заданных изменений параметров системы, так и параметры динамической связи,
— исследования влияния режимов резания на силы резания и выходные характеристики обработки;
— синтез и моделирование алгоритмов ЧПУ на основе ВЦМ.

Решение поставленных задач позволило достичь следующие новые научно значимые результаты.

1. Разработанный математический инструментарий и полученная цифровая модель позволяют проводить исследование свойств процесса резания с учетом взаимовлияния подсистем. Это позволяет оценивать эффекты самоорганизации ТИЭС, деформационных смещений, геометрической топологии поверхности и интенсивности изнашивания инструмента. Созданный математический инструментарий позволяет определять технологические параметры, согласованными с изменяющимися свойствами динамической системы резания (ДСР).

2. Использование созданного математического инструментария для изучения ДСР, возмущенной вибрациями позволило выявить не рассматриваемые ранее свойства резания: параметрическое самовозбуждение, не изохронность колебаний, синхронизация предельных циклов и другие явления, влияющие на выходные свойства процесса резания. В высокочастотной области наблюдаются эффекты вибрационного управления свойствами системы в низкочастотной области и др.

3. Математическое моделирование эволюции показывает, что вдоль траектории работы наблюдаются не только бифуркации притягивающих множеств, но

и сама эволюционная траектория обладает большой чувствительностью к малым вариациям начальных параметров и возмущений. Поэтому при анализе изнашивания необходимо рассматривать оптимальную траекторию скорости по произведенной работе, а не ее скалярное значение.

4. Разработанный математический инструментарий для вычисления скелетной геометрической топологии поверхности детали позволяет диагностировать и прогнозировать изменения макро и микрогеометрии поверхности и оценивать их с помощью принятых в инженерной практике метрик, а также определить рациональную совокупность информационных признаков при динамическом мониторинге интенсивности изнашивания инструмента.

5. Предложенные новые принципы синергетического управления ориентированы на использование цифровых двойников ДСР. Методологически он отличается от существующих походов динамическим согласованием работы каждой подсистемы ДСР. Данный подход открывает возможность создания нового класса адаптивных систем программного управления.

В первой главе, после критического анализа исследований о динамике процесса резания и тенденций развития станков с ЧПУ раскрывается значимость синергетического представления иерархической структуры ДСР. Обосновывается соответствие диссертации положениям высшей аттестационной комиссии, предъявляемым к темам исследовательских работ на соискание ученой степени доктора технических наук. Вторая глава диссертации посвящена анализу свойств автономной ДСР. Для этого используется известный в нелинейной динамике метод разделение движений, при котором быстрые колебания инструмента рассматриваются относительно медленных траекторий, лежащих в полосе пропускания сервоприводов.

В третьей главе диссертации рассматриваются свойства возмущённой динамической системы резания. В работе анализируются низкочастотные возмущения, генерируемые приводной системой станка и высокочастотные силовые возмущения самого процесса резания. Основные возмущения моделируются гармо-

ническими функциями, которые определяют кинематические возмущения скорости подачи, осевые и радиальные биения шпиндельной группы.

В четвертой главе диссертационной работы формулируется понятие об эволюционных свойствах динамической системы резания, так как условия обработки и параметры динамической связи изменяются по мере развития износа инструмента. Параметры динамической связи системы находятся во взаимосвязи с износом инструмента. В основу процесса изнашивания положена концепция, о зависимости изнашиваемости инструмента от выделяемой энергии в зоне резания.

В пятой главе диссертации рассматривается взаимосвязь координат состояния ДСР с показателями качества изготовления деталей и состоянием процесса резания, оцениваемого износом и интенсивностью изнашивания инструмента.

Шестая глава посвящена разработке синергетического системного подхода к анализу и синтезу управляемого процесса резания. Алгоритм синергетического управления предлагается строить на основе определения совокупности терминальных желаемых траекторий формообразующих движений, учитывающих упругие деформационные смещения инструмента относительно заготовки и требования к выходным свойствам обработки, то есть в соответствии с синергетическим принципом формировать терминальный аттрактор для всех координат состояния системы. Тогда программа ЧПУ определяется на основе преобразования желаемой терминальной ТФД инструмента в траектории исполнительных элементов станка, а затем на основе решения обратных задач динамики в параметры программы ЧПУ.

Предложенные варианты синтеза управления станком с ЧПУ были апробированы в условиях филиала АО «АЭМ-технологии» «Атоммаш» в г. Волгодонск, ПАО «Ростсвертол», г. Ростова-на-Дону. Разработанная в диссертации теория и методы системно-синергетического анализа ДСР открывает новые знания о процессе резания, его системных свойствах, в том числе явлениях самоорганизации и эволюции, позволяющие проектировать интеллектуальные системы числового программного управления, отдельные элементы теории эффективны и при создании систем управления динамического мониторинга состояния процесса резания.

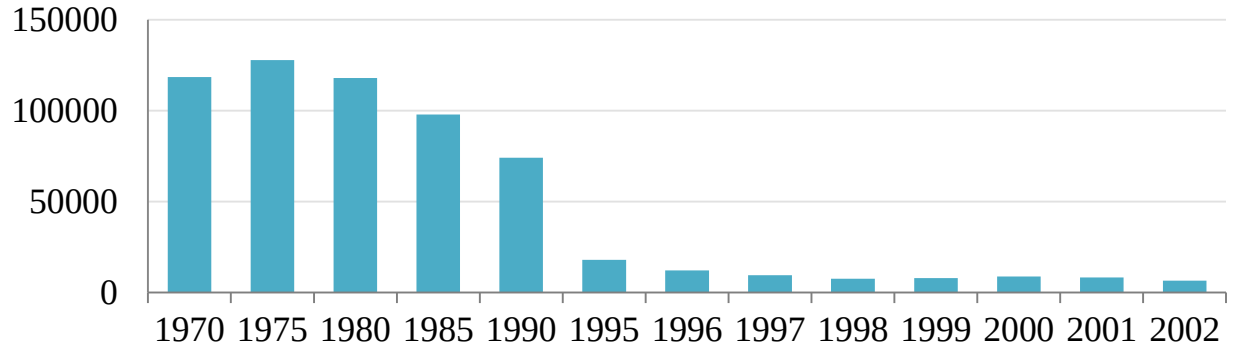
Глава 1. Теоретические предпосылки исследования

Основными инструментами машиностроения являются металлорежущие станки, на которых выпускается основная номенклатура деталей машин и приборов. Поэтому оснащенность производства современными высокоточными и производительными металлорежущими станками, ориентированными на изготовление деталей для современных машин и приборов характеризует экономический и оборонный потенциалы государства. В связи с этим проблемы совершенствования станков и повышения качества изготовления деталей на существующем оборудовании являются актуальными на всех этапах развития экономики. В связи с этим остановимся на основных тенденциях совершенствования станков и определим в них место предлагаемых исследований.

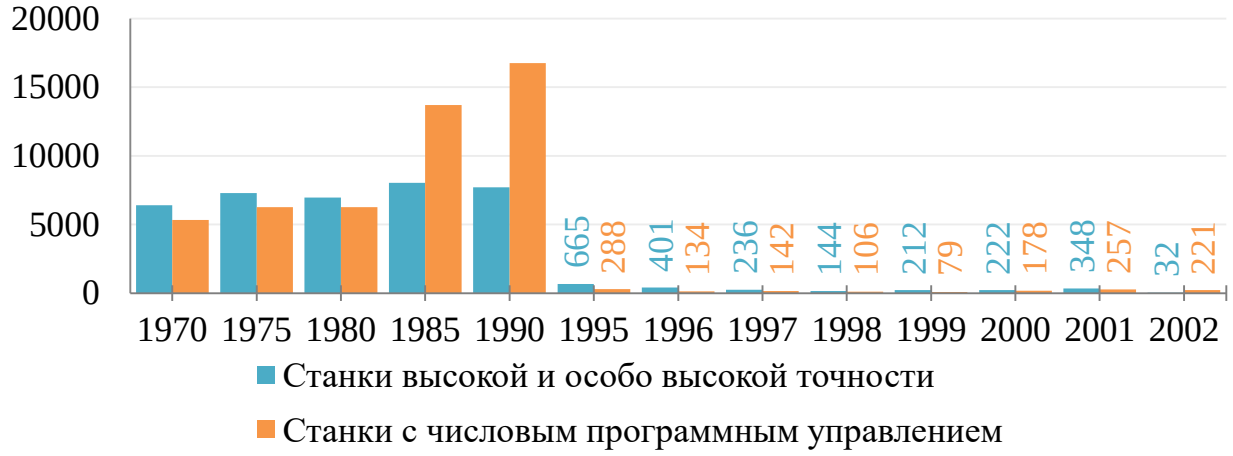
1.1 Современное представление о развитии станков с ЧПУ

История станкостроения в России начинается с первой половины XVIII века с изобретения токарного станка русским инженером-механиком Андреем Нартовым, однако начало становления станкостроительной промышленности в ее современном воплощении относится к четвертому технологическому укладу на тот момент уже советского общества [1]. В 30-х годах произошел бурный рост отечественного станкостроения, в этот период в Москве был создан Экспериментальный НИИ металлорежущих станков (ЭНИМС), 54% станочного оборудования было отечественного производства, а СССР занимало третье место по производству металлообрабатывающих станков, уступая лишь ФРГ и Японии [1, 2]. Не смотря на количество произведенных металлорежущих станков, индустриальный парк производств в большей степени относился к доэлектронной формации, в то время как США стояло на пороге цифровой трансформации, связанной с широким распространением Интернета и персональных компьютеров, определяющей технологическое лидерство на два десятилетие вперед. Все это время, вплоть до 90-х годов машиностроительная отрасль в России стихийно развивалась от станков универсального типа с ручным управлением до специализированных

автоматизированных станков с числовым программным управлением. Кризис 90-х годов привел к резкому падению производства и технологическому отставанию страны (рис. 1.1) [3, 4].



а)



б)

Рис. 1.1 – Количество произведенных металлорежущих станков в России: а) общее количество; б) станки особого класса

Единое экономическое пространство СССР распалось, производство лишилось традиционных рынков сбыта, а впоследствии и потребность к производству, что привело к массовому импорту зарубежного оборудования. Суммарный объем производства станков с числовым программным управлением (ЧПУ) за 12 лет с 2010 по 2022 г. в 3,6 раз меньше (рис. 1.2), чем количество произведенных станков только за один 1990 год [5]. О производстве станков высокой и особо высокой точности официальных статистических данных с 2002 года нет.

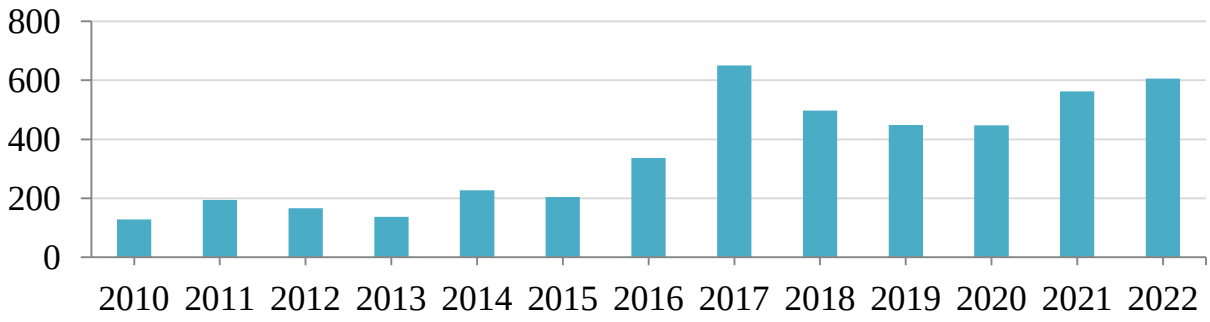


Рис. 1.2 – Количество произведенных металлорежущих станков с ЧПУ в РФ в период с 2010 г. по 2022 г.

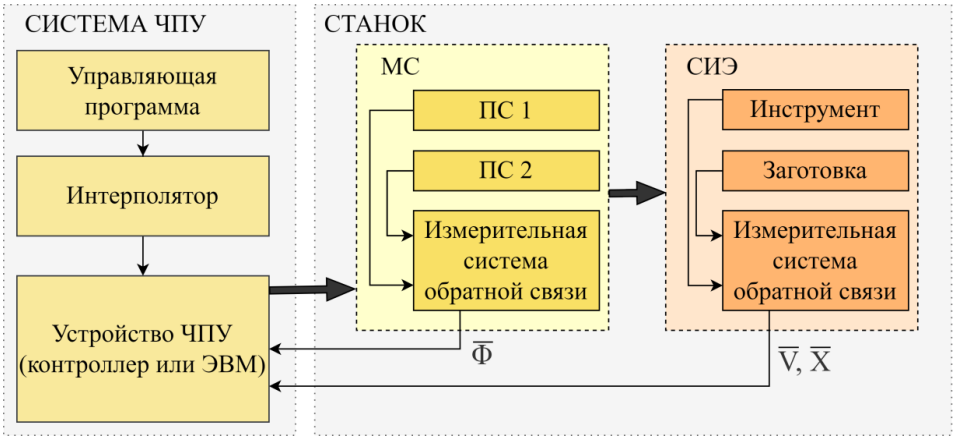
Несмотря на устойчивый рост производства станков с 2010 года, технологическая обеспеченность обрабатывающих предприятий новым оборудованием является неудовлетворительной. Степень износа машин и оборудования составляет 61,9 % на 2021 г., из них 25,6 % достигли полностью изношенного состояния [6], что не позволяет на сегодняшний день в полной мере соответствовать возрастающим требованиям к качеству и производительности механообработки. Во многом такое положение также связано, с одной стороны, с возросшими требованиями к качеству деталей, с другой, - с внедрением в выпускаемые машины новых материалов повышенной прочности и обладающих низкой обрабатываемостью, для которых нет базы знаний о связи технологических режимов с выходными свойствами процесса резания. Кроме этого, неуклонно возрастают требвоания к качеству и производительности обработки деталей со сложным геометрическим профилем. В дополнение к этому инстурментальное оснащение производств постоянно изменяется в связи с разработкой новых материалов и технологий нанесения износостойких покрытий. Возвращению России своих мировых позиций в станкостроении посвящен план по техническому перевооружению научно-инновационной инфраструктуры отрасли для серийного производства станков [7]. В рамках стратегии планируется повышение уровня автоматизации отечественных станков и адаптация существующих парков станков к современным информационным технологиям. Современные, прежде всего, цифровые технологии, позволяют во многих случаях обеспечить необходимый уро-

вень качества выпускаемой продукции на существующем оборудовании. Здесь стоит кратко охарактеризовать к какому уровню и классу станочного оборудования стремится машиностроительная отрасль в России, и какие научно-технологические тренды закладывает мировое научное и инженерное сообщества в создании станков.

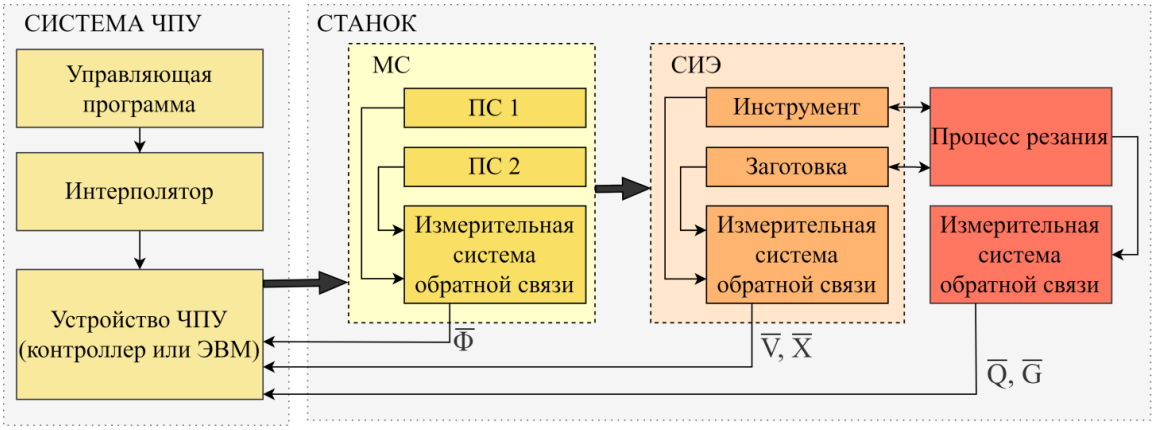
Не отвергая направления совершенствования инструментальных материалов и самих инструментов, разработку конструктивно технологических методов повышения точности направляющих и механизмов, обеспечивающих точность перемещений суппортов, а также методы повышения качества сопряжений элементов станка, основным столпом технологического перехода промышленности от Индустрии 3.0 к 4.0 стало применение цифровой программируемой логики в автоматизации станков. В этот период создаются станки, в которых движение исполнительных элементов задается с помощью знаково-символьного кодирования управления, ориентированного на геометрические и технологические условия обработки, иначе, станки с числовым программным управлением. Класс данного оборудования технологически классифицируются на устаревшие типы Numerical Control (NC), в которых в качестве программного носителя использовались магнитные ленты и перфоленты, читающиеся по кадрам для каждой обработанной детали, а также Stored Numerical Control (SNC). В SNC уже была реализована функция электронной оперативной памяти, позволяющая сохранять единожды прочитанную ленту команд для всей партии деталей. Представленные типы станков с ЧПУ также характеризуются незамкнутым принципом управления механообработкой, они не обеспечивают точную и особо точную обработку детали, поэтому потеряли актуальность для машиностроительной отрасли.

К современным типам станков, признанными уже традиционными системами ЧПУ станком, относятся станки с Computer Numeral Control (CNC) или станки с числовым программным управлением на базе микро-ЭВМ. В этих системах принцип управления движением исполнительных элементов основывается на подчиненном программном регулировании (рис. 1.3, а).

Программа ЧПУ в этом случае строится на базе программирования траекторий скоростей исполнительных элементов в функциях перемещений, которые бы учитывали заданную геометрию детали и технологические режимы обработки, определяющие процесс изготовления детали. Наконец, при распределенном управлении организации производства Direct numerical control (DNC) управляющая программа передается на машины из памяти центрального компьютера. Она может быть внесена в систему ЧПУ с помощью внешнего носителя информации.



а)



б)

МС – механическая система; ПС1 – приводная система инструмента, ПС2 – приводная система заготовки; СИЭ – система исполнительных элементов станка

Рис. 1.3 – Типизация станков с ЧПУ по принципу реализации управления: а) ОС по положению рабочих органов механической системы φ и по скорости $\boldsymbol{V}$ и перемещению $\boldsymbol{X}$ исполнительных элементов; б) ОС с учетом динамики процесса резания

Отличительной особенностью этих станков является наличие обратной связи (ОС). В свою очередь станки с CNC классифицируются по способу ре-

ализации блока управления и количеству контуров ОС. Например, в первом случае в системе ЧПУ может быть встроен интерполятор траекторий исполнительных элементов станка (ТИЭС), необходимый для реализации формообразования сложного контура методом линейной или круговой аппроксимацией (рис. 1.3, а). В соответствии с контуром детали интерполятор формирует данные о координатах требуемых перемещений системы исполнительных элементов (СИЭ) станка, а устройство ЧПУ преобразует эти данные в импульсы напряжения, задающие управление механической системы (МС). Кроме этого, устройство ЧПУ принимает и обрабатывает данные от измерительной системы обратной связи СИЭ и МС, регистрирующие положение $\boldsymbol{X}=\{X_1, X_2, X_3\}$, скорость $\boldsymbol{V}=\{V_1, V_2, V_3\}$ движения инструмента и заготовки в направлениях их подвижности и положение исполнительных валов $\boldsymbol{\varphi}=\{\varphi_1, \varphi_2\}$ приводных систем (ПС) соответственно. Углы поворота приводов подсистемы инструмента (ПС1) и заготовки (ПС2) $\boldsymbol{\varphi}=\{\varphi_1, \varphi_2\}$ с помощью механических передач преобразуются в пропорциональные перемещения исполнительных элементов (рис. 1.3, а).

Станки с ЧПУ снабжены системами обратной связи по положению рабочих органов механической системы (МС) и по перемещению исполнительных элементов для обеспечения соответствия их движения управляющей программе. Эти обратные связи выполняются с высочайшей точностью, достигающей 10 мкм. Более того в настоящее время уже созданы станки с уникальными показателями по точности движения исполнительных элементов, обеспечивающие точность перемещения в установившемся состоянии с погрешностью, не превышающей единицы и даже десятые доли микрометра. Тем не менее, приходится считаться с тем, что высокая точность соответствия траекторий исполнительных элементов станка управляющей программе, не обеспечивает такую же точность изготовления деталей. Это во многом связано с тем, что одним и тем же программируемым траекториям исполнительных элементов могут соответствовать различные выходные характеристики процесса обработки. Причиной тому могут быть, во-первых, вариации

вторых, изменение условий обработки, например, развитие износа инструмент. Траектории движения вершины инструмента относительно точки его контакта с обрабатываемой заготовкой за счет реакции со стороны процесса резания (рис. 1.3, б), как правило, отличаются от траекторий без процесса резания. На них оказывает влияние вся преобразующая системы станка, связывающая управляемые траектории исполнительных элементов $\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{X}$ с траекториями движения вершины инструмента относительно заготовки. Все преобразования траекторий находятся вне поля контроля системой управления, но при этом они оказывают непосредственное влияние на процесс обработки. В связи с этим в настоящее время сформировались все условия для построения нового класса систем ЧПУ, которые бы учитывали изменение свойств процесса резания, как сложного динамического объекта. Также влияние его координат состояния на текущие выходные характеристики $\boldsymbol{Q}=\{Q_1, Q_2,.., Q_n\}$ и $\boldsymbol{G}=\{G_1, G_2, G_m\}$, где n и m определяют количество учитываемых системой управления показателей качества процесса обработки (рис. 1.3, б).

Традиционно под выходными характеристиками понимается качество обработанной поверхности, точность линейных размеров детали и шероховатость поверхности и пр. ($\boldsymbol{Q}=\{Q_1, Q_2,.., Q_n\}$), а также состояние процесса резания ($\boldsymbol{G}=\{G_1, G_2, G_m\}$,) в аспекте, например, интенсивности изнашивания инструмента. Следовательно, цель процесса обработки является двоякой. С одной стороны, необходимо изготовить парию деталей, удовлетворяющих заданному качеству, с другой, необходимо при этом минимизировать приведенные затраты на изготовление партии деталей. В связи с этим при построении нового класса систем ЧПУ требуется разработать методы мониторинга выходных характеристик, которые должны быть встроены непосредственно в систему управления и при необходимости корректировать управляющую программу. Динамика процесса резания должна стать еще одной подсистемой станка, не автономной, а учитывающей связи сил и координат состояния системы исполнительных элементов (СИЭ) (рис. 1.3, б). Таким образом, на фронте инноваций находится уже известная идея адаптивной системы управ-

ления, однако, последние двадцать лет идеи и результаты многих ученых говорят о смене взглядов на синтез адаптивных систем с парадигмы подчиненного регулирования на синергетический системный подход к анализу и синтезу управляемого процесса резания. Особенностью новой парадигмы управления является определение желаемой терминальной траектории формообразующих движений инструмента и заготовки с учетом деформационных смещений инструмента и изменяющихся свойств ДСР, затем построение на их основе управляющей программы. Таким образом, цель обработки не подчинение пространственного перемещения исполнительных элементов станка, а согласование их траектории движения с физическими явлениями в зоне резания. Траектории, в свою очередь, определяют управляющую программу системы ЧПУ. Другими словами станок представляет собой сложную управляемую динамическую систему. В связи с этим остановимся подробнее на исследованиях в области динамики процесса обработки.

1.2 Значение исследований динамики процесса резания для станков с ЧПУ

Со времен внедрения в производство металлорежущих станков начинаются исследования динамики ДСР. Прежде всего, это было связано с влиянием различных физических явлений, возникающих в зоне резания, на устойчивость траекторий инструмента и заготовки. Было отмечено, что при некоторых технологических режимах, геометрии инструмента и свойствах обрабатываемого материала процесс резания начинает сопровождаться колебаниями большой амплитуды, увеличением интенсивности изнашивания инструмента, ухудшением качества формируемой поверхности. Также вибрации отрицательно влияют на долговечность узлов станка [8-13]. Именно поэтому возникла необходимость в понимании причин таких вибраций [14-46].

Еще в тридцатых годах прошлого столетия Дроздов Н.А. экспериментально установил, что при вибрациях в траекториях движения инструмента в сторону заготовки и от нее наблюдается гистерезис сил [14]. Если силы пред-

ставить в виде гистерезисной зависимости от траекторий деформаций, то даже в простейшей упругой подсистеме инструмента формируются автоколебания. В дальнейшем эти базовые положения уточнялись и обобщались в работах Ильницкого И.И. [15], Соколовского А.П. [16], Кучмы Л.К. [17, 18]. Ряд важных теоретических и экспериментальных результатов исследований автоколебаний в ДСР был получен в работах Каширина А.И. [19], Мурашкина Л.С. [20]. В частности, рассматривается нелинейная характеристика падения сил резания по мере увеличения скорости. Модель нелинейной зависимости была представлена аппроксимирующим полиномом, затем стала учитывать изменение направления сил трения в зависимости от скорости относительного скольжения стружки по передней грани инструмента [21-27]. Фактически эта группа моделей опирается на модели Релея и Ван-дер-Поля [28-30].

Самовозбуждение также объяснялось фазовыми сдвигами между деформациями инструмента и силами резания [31-39]. Это работы Hahn R.S., Hanna N.H., Tobias S.A., Merrit H.E., Tlusty J. и др. [31-35], в которых фазовые сдвиги определяются запаздыванием, обусловленным следом от деформаций на предыдущем обороте (теория регенеративного самовозбуждения). В это же время, появляются работы Кудинова В.А. [8], Тлустого И. [36], Эльясберга М.Е. [37] и др., объясняющие фазовые сдвиги между деформациями и силами переходными процессами в зоне резания. В этом случае суммарно учитывают изменения процессов пластической деформации, термодинамические явления в зоне резания и других физические преобразования.

Было установлено, что сама упругая система станка в процессе резания формирует периодически изменяющиеся параметры. Поэтому рассмотрены условия параметрического самовозбуждения [40-43] и динамической стабилизации системы резания [44-46]. Предложенные математические модели с учетом их некоторой модернизации позволили выявить условия образования всех известных притягивающих множеств деформационных смещений инструмента относительно заготовки для различных процессов обработки (то-

чение, фрезерование, сверление, шлифование и др.). Рассмотрены условия формирования притягивающих множеств типа предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов: при регенеративном эффекте [47-63], при запаздывании сил по отношению к вариациям деформаций инструмента [64-73]. Более того, в параметрическом пространстве, например, в функции износа инструмента наблюдаются бифуркации притягивающих множеств [61], в том числе при вариациях износа имеют место бифуркации типа вилки [62, 63]. Поэтому, например, эволюция свойств системы по мере развития износа трудно прогнозируема.

Тем не менее, краткий анализ исследований ДСР, показал, что большинство исследований посвящены рассмотрению лишь одной из моделей потери устойчивости координатах состояния системы. Однако, очевидно, что регенеративное самовозбуждение, запаздывания сил по отношению к площади срезаемого слоя, зависимость сил от скорости резания, а также параметрические эффекты существуют одновременно. Подобное представление ДСР, характерное для редукционистского подхода не учитывает важное системное свойство процесса резания, – эмерджентность. Например, не вызывает сомнения, что силы зависят не только от деформаций, но и от ТИЭС. Игнорируется также влияние сил резания на динамические свойства сервоприводов ТИЭС, чувствительность к управляющим воздействиям и прочие свойства вне взаимодействия с процессом обработки [8-11].

Все механические части приводов рассматриваются как конечномерные цепные системы, в которых при реверсировании движения важно учитывать не полностью затянутые соединения в узлах сопряжений и стыках [74-78], а также системы, взаимодействующие с узлом трения. Показано, что свойства системы зависит от параметров динамической связи, формируемой процессом трения, а также режимов работы, прежде всего, от сил контактного взаимодействия и скорости относительного скольжения [79-82]. Наконец, ДСР в реальных станках является не автономной, а возмущенной. Причем,

возмущения определяются самим станком, а также вводятся специально в систему вибрации для улучшения процесса резания.

Однако главное прикладное значение исследований ДСР заключается в выявлении связи свойств ДСР с выходными характеристиками процесса обработки. Свойства нелинейной динамической системы определяются, прежде всего, устойчивостью траекторий и формируемыми в их окрестности притягивающими множествами деформаций, которые образуют вибрации сложной временной структуры. Главное внимание уделяется влиянию вибраций на интенсивность изнашивания режущего инструмента, а также на геометрическую топологию формируемой резанием поверхности. Известно, например, что по мере увеличения амплитуды колебательных смещений инструмента относительно детали, как правило, наблюдается существование оптимальной амплитуды, при которой интенсивность изнашивания является минимальной. Причем, это наблюдается в области как относительно низкочастотных колебаний [83-86], так и ультразвуковых колебаний (УЗК) [87-94]. Обратим внимание на то, что эффективность влияния колебаний на изнашивание зависит от частоты, амплитуды и ориентации колебаний в пространстве. Она зависит и от технологических режимов. По мере увеличения скорости резания эффективность влияния колебаний уменьшается. Именно поэтому предлагается использовать колебания при обработке вязких и прочных сплавов, в том числе на основе титана. Важно отметить, что вибрации не только влияют на изнашивание инструмента, но и открывают направление виброакустической диагностики (ВАД) состояния инструментов в процессе обработки [95-105]. Предложены алгоритмы оценивания не только износа, но и интенсивности изнашивания. Она характеризует один из показателей состояния процесса резания. Вибрации инструмента влияют и на показатели геометрического качества формируемой резанием поверхности [106-109]. Оценка влияния вибраций необходима при построении управляющих программ, поскольку традиционные программы ЧПУ, построенные на основе совокупности кадров, устанавливающих движение инструмента от точки к точке, не учитывают

динамические изменения, вызванными вибрациями. Скорость резания выбирается исходя из минимизации интенсивности изнашивания инструмента, а скорости продольного и поперечного суппортов, - на основе обеспечения требуемой геометрии детали. Показано, что вибрации характеризуют один из факторов, влияющих на формируемую геометрическую топологию [106, 107]. Если задана [106] геометрическая топология, то можно с помощью предложенных алгоритмов определить все принятые в инженерной практике оценки геометрического качества изготовления деталей в единстве макро и микрорельефов.

Важно отметить, что сигнал виброакустической эмиссии (ВАЭ) определяется многими взаимосвязанными физическими процессами в зоне резания. В частности, минимальной интенсивности изнашивания соответствует минимальная шероховатость поверхности. Она изменяется по мере развития износа инструмента. Таким образом, по сигналу ВАЭ и с помощью его управления, по силам резания и априорной информации об их связи с деформациями появляется возможность оценки рельефа формируемой резанием поверхности.

Таким образом, исследования ДСР показывают, что на примере процесса резания необходимо рассматривать взаимное влияние перечисленных выше механизмов самовозбуждения совместно с эффектами взаимосвязи ТИЭС и деформаций инструмента и заготовки, и внешних возмущающих воздействий, так как они изменяют свойства ДСР и его выходные характеристики. На рис. 1.4 приведена обобщенная структурная схема направлений управления выходными свойствами процесса резания и оценивания выходных его характеристик. Она обосновывает раскрытие базы знаний о связи режимов и выходных свойств процесса резания, адаптированную к конкретному станку. Для адаптации этой связи к свойствам конкретного оборудования в последнее десятилетие разработаны методики построения и параметризации зависимости качества и износостойкости от технологических режимов.

Это цифровые двойники процесса обработки или виртуальные цифровые модели обработки (Virtual process systems) [107-114].

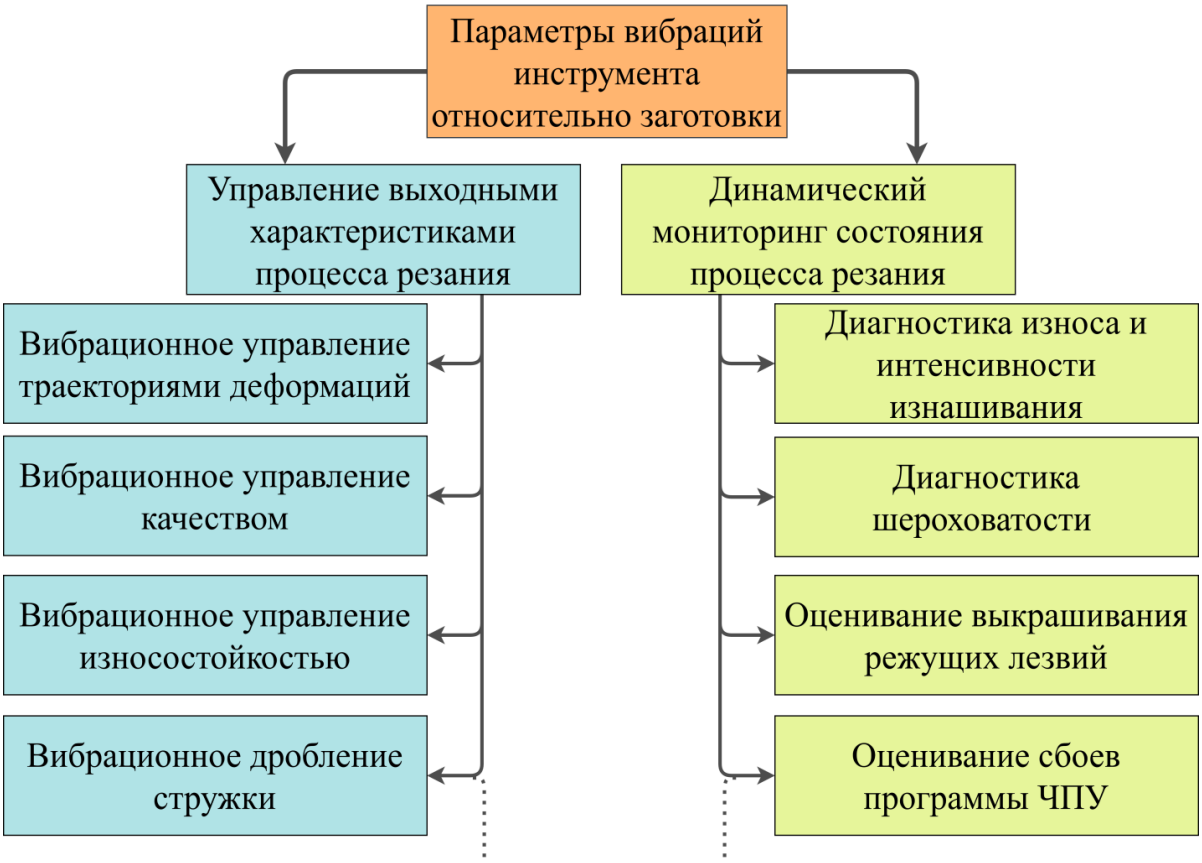


Рис. 1.4 – Направления использования параметров вибраций инструмента относительно заготовки

Однако, на сегодняшний день, эти модели не раскрывают структуру взаимодействий и иерархию подсистем ДСР целом. Виртуальные модели раскрывают простейшие взаимодействия подсистем инструмента и заготовки. В них ограничено моделирование динамической связи, формируемой процессом резания, не учитывает регенеративного или параметрического самовозбуждения [115-127], а также упрощены представления о динамике [128] в целом.

Анализ развития представлений о динамике процесса резания, показал, что приведенные концепции не раскрывают фундаментальные физические механизмы взаимодействия инструмента с заготовкой, а рассматривают частные модели ДСР, объясняющие ряд динамических эффектов без их вза-

имовлияния. На устранение данного пробела в знаниях направлена настоящая диссертация.

1.3 Синергетический подход при управлении технологическими системами

При моделировании внутренней структуры динамической системы резания необходимо не только определить уравнения движения элементов структуры и моделирования сил взаимодействия между подсистемами в координатах состояния системы, но и принимать во внимание эволюцию свойств этих взаимодействий в зависимости от выделяемой энергии. Это сложная многомерная нелинейная и эволюционно изменяющаяся управляемая динамическая система, для которой характерными являются явления самоорганизации траекторий и зависящих от них свойств. Для ее изучения естественно привлекать методологию системно-синергетического анализа [129-133]. Последние двадцать лет синергетическая парадигма анализа и управления получила более широкое распространение в различных отраслях науки. Применительно к управляемым техническим системам разработана синергетическая теория управления [134-136], которая в последнее десятилетие стала использоваться для управления различными техническими объектами [137-143], в том числе для синтеза систем управления процессами обработки на металлорежущих станках [141, 142]. Синергетическая парадигма анализа используется и для объяснения эффектов взаимного влияния, сопровождающих процессы трения и резания, прежде всего для раскрытия механизмов самоорганизации, как при резании, так и при трении [143-147]. Она используется и для объяснения законов экономического развития [148] и пр.

Синергетическое управление основывается на фундаментальном свойстве диссипативных систем уменьшать фазовый объем пространства состояний вдоль движения фазовых траекторий. И эти фазовые траектории асимптотически стремятся к своему притягивающему множеству – аттрактору. Причем, при вхождении траекторий в малую окрестность аттрактора, все

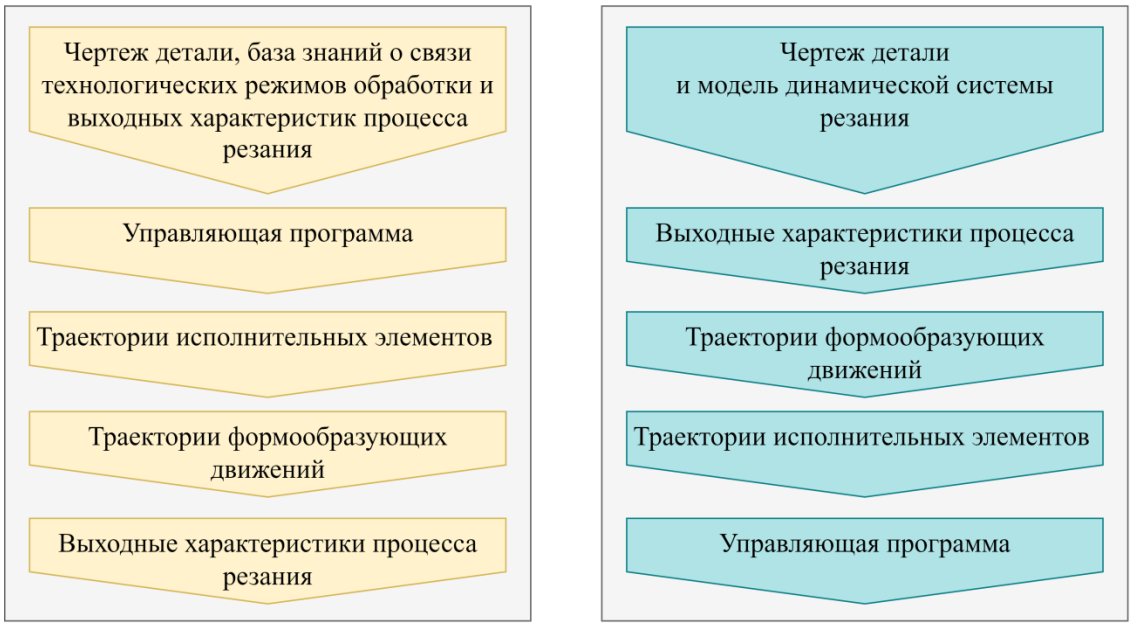
траектории «забывают» свои начальные условия и в дальнейшем двигаются по этому аттрактору. Если таким аттрактором является траектория, при движении по которой обеспечиваются требуемые выходные характеристики процесса обработки, то сформулированная цель управления выполняется автоматически.

Такой аттрактор можно назвать желаемым терминальным притягивающим множеством. Причем, асимптотическое приближение координат состояния к цели осуществляется на основе естественных реакций самой системы. Если пользоваться разработанными в [134-136] синергетическими методами синтеза (метод аналитического конструирования агрегированных координат «АКАР»), то синтезируемые притягивающие множества обеспечивают асимптотическое притяжение координат всего пространства состояния к желаемому терминальному аттрактору. В [140, 141] предложен метод, основанный на построении в окрестности желаемых траекторий репеллеров, которые фактически формируют потенциальные ямы в окрестностях желаемых траекторий. В этом случае область притяжения желаемого терминального аттрактора является ограниченной. Прямая реализация метода АКАР в системах управления металлорежущими станками затруднена динамическими свойствами приводов исполнительных элементов станка, ограничивающими возможность непосредственного управления траекториями формообразующих движений. В связи с этим рассмотрим поэтапно основные отличия синергетического синтеза управления процессами обработки резанием от подчиненного регулирования (рис. 1.5).

В основе любого управляющего алгоритма лежит – цель управления. И на первом этапе ее определение является общей задачей для синергетического и подчиненного принципа управления. В случае, обработки деталей резанием она двоякая и представляет собой совокупность требований к обеспечению качества изготовляемых деталей и минимизации приведенных затрат на производство партии продукции. Чертеж является общим основанием для

двух подходов управления, так как дает основную информацию об выходных характеристиках изготовляемой продукции.

Однако в случае подчиненного регулирования все последующие преобразования координат могут вступать в противоречие с динамической структурой и свойствами системы резания. Одним из разрешений этого противоречия в настоящее время наметилось на основе построения виртуальной цифровой модели, связывающей для конкретного оборудования технологические режимы и выходные свойства процесса обработки. Эти модели не раскрывают структуру динамической системы. Они ориентированы на использование различных алгоритмов обучения виртуальной модели. Фактически это направление построения различных обучаемых регрессионных моделей. Оно принципиально не может использовать существующие механизмы взаимовлияния подсистем в направлении достижения цели.



Принцп подчиненного управления

Принцп синергетического управления

Рис. 1.5 – Принципы управления процессом резания

Иная ситуация в случае с синергетическим принципом управления. После определения цели управления необходимо определить множество траекторий формообразующих движений, которые обеспечивают изготовление деталей заданного качества. Это множество назовем желаемым терминальным

множеством траекторий. Обоснование выбора желаемых ТФД основывается на моделировании математической модели динамической системы резания. Далее, из этого множества выбираются траектории, удовлетворяющие критерию экономической эффективности. При определении желаемого терминального множества траекторий необходимо выяснить связь между траекториями движения инструмента и относительно заготовки в точке контакта с ней вершины инструмента с выходными свойствами процесса резания, рассматриваемыми в единстве оценок качества изготовления деталей и состояния процесса резания. После определения желаемого терминального множества формообразующих траекторий необходимо определить соответствующие им все траектории динамической системы резания вплоть до программы ЧПУ и обеспечить их асимптотическую устойчивость. Эта процедура реализуется на основе выбора доступных изменению параметров всех подсистем, а также сопутствующих траекториям технологических режимов, влияющих на параметры уравнений связи. Здесь главное значение имеет связь, формируемая процессом резания. Таким образом, достигается естественное для конкретной системы обеспечение цели управления, за счёт автоматического движения системы к терминальному аттрактору с требуемыми выходными характеристики процесса обработки и учитывается изменение параметров динамической связи, формируемой процессом резания. Подробному раскрытию всех этапов синергетического синтеза управления посвящена настоящая диссертационная работа.

1.4 Представление структуры динамической системы резания. Цель и задачи исследования

Анализ современного состояния научной базы знаний о ДСР показывает, что система является эмерджентной. В связи с этим необходимо рассматривать систему в целом. По-видимому, на необходимость рассматривать всю эквивалентную упругую систему станка, включая серводвигатели, впервые указано в [8]. Важность целостного рассмотрения ДСР, включая физические

и химические явления, отмечено и в работе [9]. Однако, кроме того, что авторы отмечают необходимость применения системного подхода к анализу ДСР в этих известных работах больше ничего не указано. Не раскрыта структура и содержание системы, не приведены ее математические модели, не рассмотрены вопросы взаимовлияния подсистем, отсутствуют данные о ее эволюционных свойствах [141, 142] и их влияния на интенсивность изнашивания инструмента [10, 105, 108], а также являются функциональной связью механических, термодинамических, трибохимических и молекулярно-адгезионных процессов (рис. 1.6).

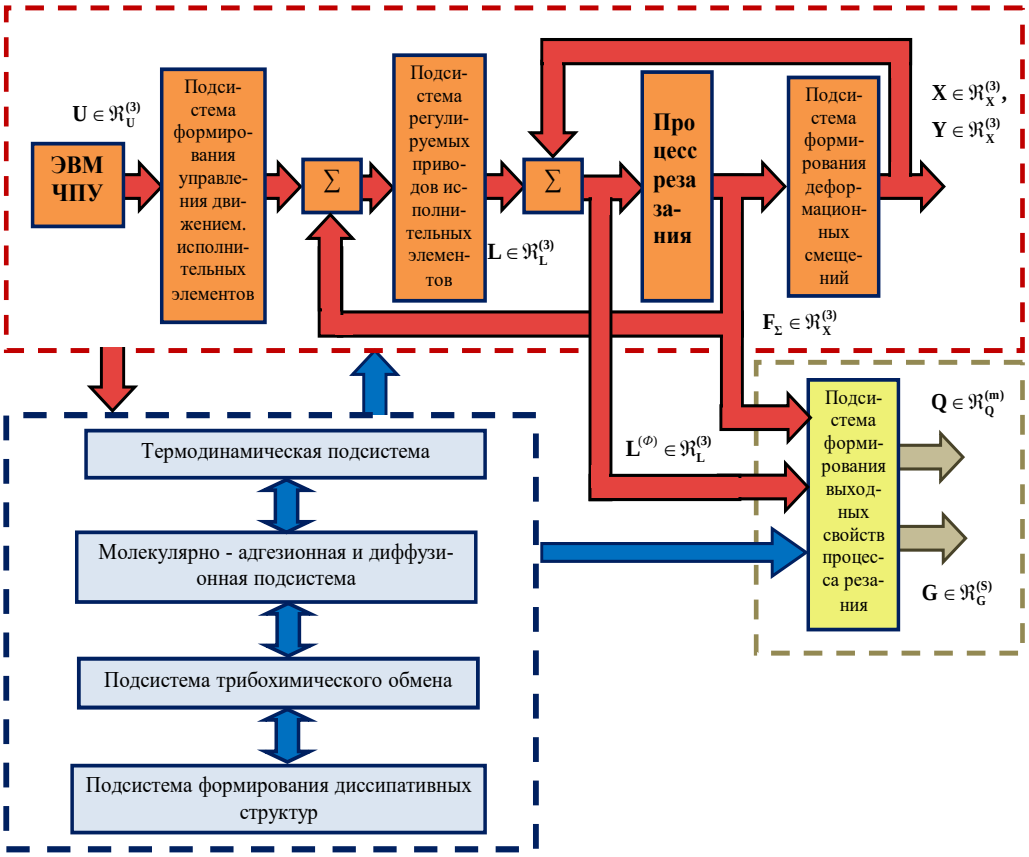


Рис. 1.6 – Функциональные связи подсистем ДСР

Раскрытие сложной физической среды зоны резания характеризует синергетический процесс расширения размерности и физического содержания пространства состояния, в координатах которого представляются выходные свойства процесса резания (рис. 1.6). Таким образом, динамическая система резания представляет сложную, эволюционно изменяющуюся систему, на которую действуют неуправляемые возмущения. Для анализа свойств такой си-

стемы необходимо привлекать аппарат анализа, основанный на синергетическом системном подходе [129-136].

В диссертации при анализе системы главное внимание уделяется эволюции механической подсистемы резания, прежде всего, зоне контакта инструмента и заготовки, и изменениям параметров формируемой процессом резания динамической связи, так как именно механическая подсистема является источником необратимых преобразований энергии в подсистеме физико-химических преобразований. Например, изменяя параметры предельного состояния в материале при выделении тепла в зоне резания. Они стимулирует интенсивность изнашивания инструмента. Вдоль эволюционной траектории развития износа по мере совершения работы за счет изменения параметров динамической связи наблюдаются необратимые изменение динамических свойств системы резания. Экспериментальные исследования показывают, что по мере развития износа наблюдаются изменение вибрационных характеристик обработки, причем, при приближении износа к своему критическому значению всегда в системе развиваются хаотические колебания инструмента. На приведенной схеме контур формирования эволюционных преобразований в ДСР включает в себя сам блок процесса резания, точки приложения возмущений не показаны для наглядности структуры системы. Кроме этого, при рассмотрении эволюции можно положить, что свойство самого станка в процессе изготовления партии деталей остаются неизменными, так как это супер низкочастотные изменения [12, 13]. Поэтому, следуя синергетической концепции, рассмотрим содержание расширенного пространства состояния, ограничившись ее механической частью.

Первой рассмотрим подсистему ЧПУ с ЭВМ, в которой строится управляющая программа. В пространстве ЧПУ каждой точке ставится в соответствие два программируемых вектора. Вектор перемещений $\boldsymbol{U}^{(L)} = \{U_1^{(L)}, U_2^{(L)}, ...U_\kappa^{(L)}\}^T \in \Re_U^{(k)}$ и их скоростей $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{dU}^{(L)}/\boldsymbol{dt} = \{U_1, U_2, ...U_k\}^T \in \Re_U^{(k)}$. Здесь k - количество степеней подвижности станка. В современных станках

k доходит до $k=6$. Векторы $\boldsymbol{U}^{(L)}$ и $\boldsymbol{U}$ характеризуют цифровые аналоги пространственных перемещений и скоростей исполнительных элементов. Они определяются геометрией детали и базой знаний о связи технологических режимов с выходными свойствами обработки. Ограничимся управлением продольного точения, формирование детали в котором осуществляется тремя управляемыми движениями: частотой вращения шпинделя, траекториями движения продольного и поперечного суппортов. Поэтому в нашем случае $k=3$. Таким образом, два вектора $\boldsymbol{U}^{(L)}$ и $\boldsymbol{U}$ включают по три взаимосвязанных желаемых траектории исполнительных элементов $U_i(U_i^{(L)}), i=1,2,3$.

Вторым в структуре ДСР является блок трансформации программы $U_i(U_i^{(L)}), i=1,2,3$ в ТИЭС $\boldsymbol{L}=\{L_1,L_2,L_3\}^T \in \Re_{\boldsymbol{L}}^{(3)}$ и $V=\{V_1,V_2,V_3\}^T \in \Re_{\boldsymbol{L}}^{(3)}$. Для обеспечения требуемой точности преобразования $U_i(U_i^{(L)}), i=1,2,3$ в $\boldsymbol{L}=\{L_1,L_2,L_3\}^T \in \Re_{\boldsymbol{L}}^{(3)}$ и $V=\{V_1,V_2,V_3\}^T \in \Re_{\boldsymbol{L}}^{(3)}$ используются системы программного подчиненного регулирования каждого исполнительного элемента. Как правило, системы программного регулирования выполняются по принципу автономных систем с обратными связями по скорости и перемещению, в функции которого программируются скорости. Тогда каждой заданной по программе точке перемещения $\boldsymbol{L}=\{L_1,L_2,L_3\}^T \in \Re_{\boldsymbol{L}}^{(3)}$ должна соответствовать скорость $\boldsymbol{V}=\{V_1,V_2,V_3\}^T \in \Re_{\boldsymbol{L}}^{(3)}$, заданная по программе. Все ТИЭС отсчитываются от нулевой точки. В нашем случае нулевой точкой является «$L_1(0)$, $L_2(0)$» на рис. 1.7. Траектории движения между двумя соседними опорными точками представляются отдельными «кадрами» в управляющей программе. Если значения скоростей между двумя опорными точками определяются по линейному закону, то траектории получаются по законам линейной интерполяции. Если движение осуществляется по дуге окружности, то мы имеем закон круговой интерполяции. В общем случае аппроксимация траекторий $U_i(U_i^{(L)}), i=1,2,3$ в современных станках с ЧПУ на базе ЭВМ может описы-

ваться и более сложными функциями. В связи с этим закон изменения векторов $\boldsymbol{L}=\{L_1,L_2,L_3\}^T\in\Re_L^{(3)}$ и $\boldsymbol{V}=\{V_1,V_2,V_3\}^T\in\Re_L^{(3)}$ может быть также сложным. При этом необходимо учитывать, что при переходе от одного кадра к другому неизменно формируется динамическая погрешность. Она обусловлена изломами точек сопряжения между кадрами.

При продольном точении валов опорные точки обычно задаются по оси L_2. Прежде всего, задается скорость резания, минимизирующая интенсивность изнашивания инструмента. К ней подстраиваются скорости продольного и поперечного суппортов, исходя из решения геометрических задач при обеспечении требуемого качества детали. На рис. 1.7 опорными точками являются: $0, L_2^{(1)}$, $L_2^{(2)}$ и $L_2^{(3)}$. Траектории движения, представленные в системе ЧПУ, в приведенном примере (рис. 1.7) определяются тремя кадрами на участках: $L_2(1)\in(0,L_2^{(1)})$, $L_2(2)\in(L_2^{(1)},L_2^{(2)})$ и $L_2(3)\in(L_2^{(2)},L_2^{(3)})$.

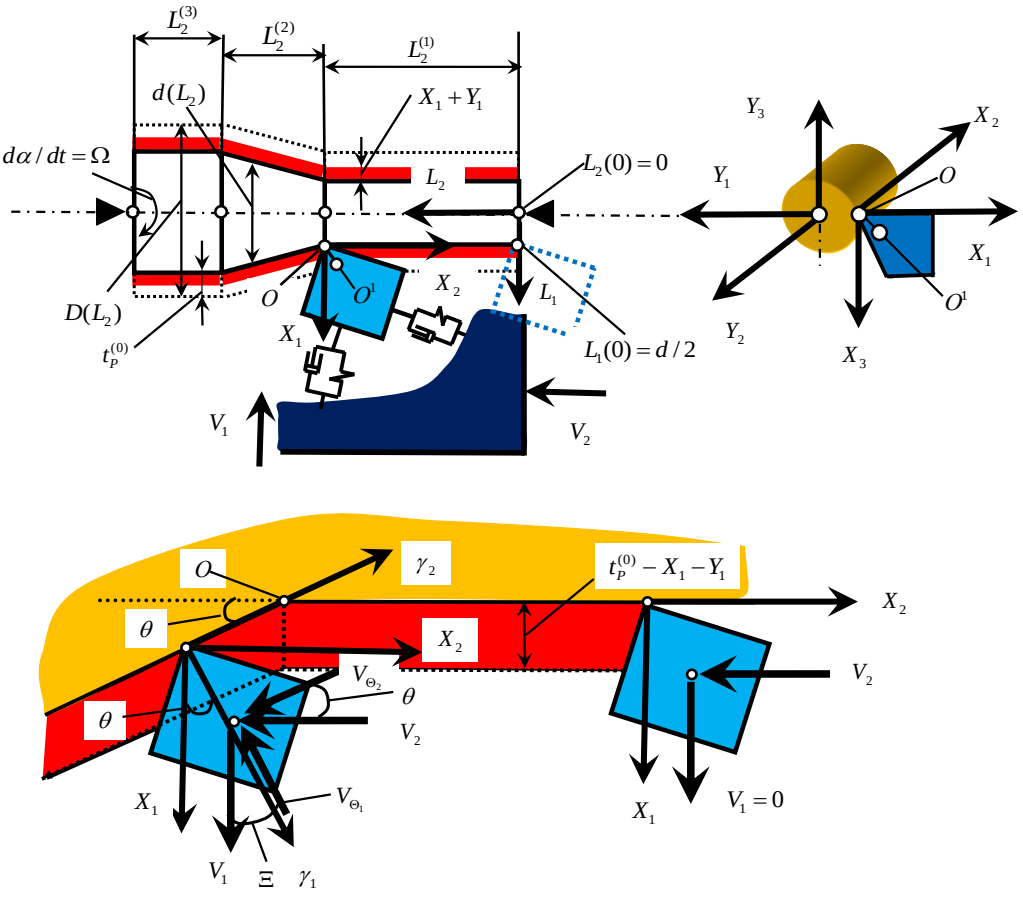


Рис. 1.7 – Взаимосвязь траекторий $\mathbf{L}$, $\mathbf{V}$, $\mathbf{X}$ на различных участках обработки заготовки

На иллюстрации пунктиром показан припуск, который определяет глубину резания без учета упругих деформаций. Для приведенной геометрии заготовки на участках $L_2^{(1)}$ и $L_2^{(3)}$ частота вращения шпинделя и скорость продольной подачи остаются постоянными, скорость поперечной подачи равна нулю. На участке $L_2^{(2)}$ частота вращения шпинделя уменьшается по линейному закону для обеспечения рационального значения скорости резания, закон изменения частоты вращения шпинделя влияет на законы изменения скоростей продольного и поперечного суппортов. При этом обеспечивается постоянство величины подачи на оборот. Если частота вращения шпинделя остается неизменной, то на участке $L_2^{(2)}$ скорости продольного и поперечного суппортов остаются неизменными. Таким образом, траектории пространства $\Re_U^{(3)}$ с помощью регулируемых приводов преобразуется в траектории пространства $\Re_L^{(3)}$. Траектории пространства $\Re_L^{(3)}$, заданные совокупностями $\boldsymbol{L} = \{ L_1, L_2, L_3 \}^T \in \Re_L^{(3)}$ и $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{dL/dt} = \{ V_1, V_2, V_3, \}^T \in \Re_L^{(3)}$, представляют зависимости скоростей от перемещений. Здесь L_1 и L_2 – есть траектории поперечного и продольного суппортов, а $L_3 = \pi D\alpha$, $V_3 = \pi D\Omega$. Причем Ω, есть циклическая частота в Гц, а D – диаметр заготовки, α - угол поворота заготовки в радианах, то есть $d\alpha / dt = 2\pi\Omega$. Эти же функции после очевидных преобразований можно представить и в функции времени t. Например, в плоскости «V_2 - L_2» они являются фазовыми траекториями движения продольного суппорта. Траектории $\boldsymbol{V}$ отличаются от траекторий $\boldsymbol{U}$ тем, что они «окрашены» динамическими свойствами систем автоматического регулирования.

В современных станках с ЧПУ достигнуты выдающиеся результаты, направленные на обеспечение соответствия траекторий $\boldsymbol{V}$ программе $\boldsymbol{U}$. Во многом это определяется конструктивными элементами механических узлов приводов, в том числе использованием шариковых ходовых винтов и др. [13].

Соответствие $\Re_U^{(3)} \Rightarrow \Re_L^{(3)}$ обеспечивается в частотном диапазоне в лучшем случае до 10 Гц, то есть в пределах полосы пропускания серводвигателей. На соответствие траекторий $\boldsymbol{V}$ программе $\boldsymbol{U}$ также оказывают влияние свойства расширенного пространства состояния. Причем, оказывают влияние не только силы резания, но и матрицы упругости подсистем. Таким образом, ТИЭС определяются не только программой ЧПУ $\boldsymbol{U}$, но и силами, которые процесс резания передаёт на приводы. Если записать эти силы как функции всех координат состояния, то приводы больше не являются исполнительными элементами, они становятся частью единой векторной системы управления, где движение по каждой оси зависит от нагрузки по другим осям. Подобным представлением в синергетической теории осуществляется переход от скалярного программирования к векторному управлению.

Рассмотрим главную особенность ДСР, связанную с существованием процесса резания, который формируется в результате пересечения инструментом тела заготовки. Если силы выразить через координаты всего расширенного пространства состояния, то такое представление заменяет силы динамической связью, объединяющей в единую систему как подсистемы инструмента и заготовки, так и координаты пространства $\Re_L^{(3)}$. При этом необходимо учитывать упругие деформации вершины инструмента и заготовки в точке контакта с ней инструмента (рис. 1.7). При этом точка контакта вершины инструмента $O(\boldsymbol{L})$, определяемая ТИЭС смещается на величину упругих деформаций в точку $O^1(\boldsymbol{L})$. Также, при разработке высокоточных станков или специализированного оборудования приходится дополнительно учитывать конечную жесткость механической части приводов. Тогда дополнительно необходимо рассматривать связь, формируемую при преобразовании траекторий вращения якорей серводвигателей в перемещения исполнительных элементов станка. Для этого введем в рассмотрение дополнительный вектор частоты вращения роторов серводвигателей

$$\mathbf{\Omega^{(L)}} = \mathbf{K_P \Omega}\ , \tag{1.1}$$

где $\mathbf{\Omega^{(L)}} = \{\Omega_1^{(L)}, \Omega_2^{(L)}, \Omega_3^{(L)}\}^T$; $\mathbf{K_P} = \begin{bmatrix} K_P^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & K_P^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & K_P^{(3)} \end{bmatrix}$ - матрица передаточных отношений редукторов приводов исполнительных элементов, $\mathbf{\Omega} = \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3\}^T$ – вектор частот вращения вала якоря серводвигателя. Причем,

$$L_i = \pi D_i \int_0^t \Omega_i^{(L)}(\xi) d\xi, i = 1,2,3, \tag{1.2}$$

где D_i – диаметр вала якоря серводвигателя.

Также введем в рассмотрение пространство $\Re_X^{(3)}$, в котором будем рассматривать деформации вершины инструмента $\boldsymbol{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \Re_X^{(3)}$ и заготовки $\boldsymbol{Y} = \{Y_1, Y_2, T_3\}^T \in \Re_X^{(3)}$. Для моделирования движения подсистем инструмента и заготовки по отношению к несущей системе станка будем считать управляемым положение несущей системы по закону исполнительных элементов. Если заданы траектории $\boldsymbol{L}, \boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$, то определена траектория формообразующих движений инструмента (ТФД) относительно заготовки

$$\begin{aligned} \mathbf{L^{(\Phi)}} &= \mathbf{[L - X - Y]} \in \Re_{\mathrm{L}}^{(3)}; \\ \mathbf{V^{(\Phi)}} &= \mathbf{[V - V^{(X)} - V^{(Y)}]} \in \Re_{\mathrm{L}}^{(3)}, \end{aligned} \tag{1.3}$$

где $\boldsymbol{V^{(X)}} = \boldsymbol{dX/dt} = \{v_{X,1}, v_{X,2}, v_{X,3}\}^T \in \Re_X^{(3)}$; $\boldsymbol{V^{(Y)}} = \boldsymbol{dY/dt} = \{v_{Y,1}, v_{Y,2}, v_{Y,3}\}^T \in \Re_X^{(3)}$. Таким образом, ТФД отличаются от ТИЭС на деформационные смещения. Требования к траекториям формообразующих движений $\boldsymbol{L^{(\Phi)}}$, $\boldsymbol{V^{(\Phi)}}$ определяются необходимостью обеспечения геометрических параметров формируемой поверхности. Траектории формообразующих движений $\boldsymbol{L^{(\Phi)}}$ и $\boldsymbol{V^{(\Phi)}}$, определяют условия взаимодействия поверхностей инструмента и тела заготовки. В этом же пространстве рассматриваются силы резания $\boldsymbol{F_\Sigma} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{\Phi^{(1)}} + \boldsymbol{\Phi^{(2)}}$ (рис. 1.8). Силы $\boldsymbol{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T \in \Re_X^{(3)}$, образуются в контакте передней поверхности инструмента с зоной резания, и они зависят от площади S срезаемого слоя (рис. 1.8).

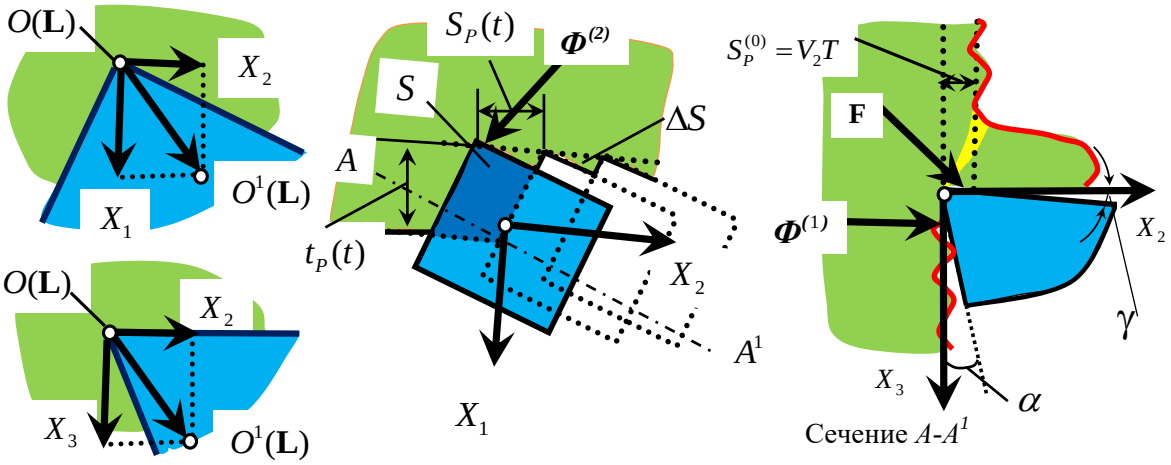


Рис. 1.8 – Взаимосвязь траекторий $\boldsymbol{L}^{(\Phi)}$, $\boldsymbol{V}^{(\Phi)}$ и сил резания

Если пренебречь малой величиной вариаций площади ΔS, то она определяется произведением глубины резания $t_P(t)$ и подачи $S_P(t)$. Силы $\boldsymbol{\Phi}^{(1)} = \{\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(1)}, \Phi_3^{(1)}\}^T \in \Re_X^{(3)}$ образуются в области контакта задней грани инструмента и заготовки. Силы $\boldsymbol{\Phi}^{(2)} = \{\Phi_1^{(2)}, \Phi_2^{(2)}, \Phi_3^{(2)}\}^T \in \Re_X^{(3)}$ формируются в области контакта задней вспомогательной грани инструмента. Влияние этих сил и законы формирования будут рассмотрены во второй главе. Суммарные силы $\boldsymbol{F}_{\Sigma} = \{F_{\Sigma,1}, F_{\Sigma,2}, F_{\Sigma,3}\}^T \in \Re_X^{(3)}$, действующие на подсистемы инструмента и заготовки, равны по модулю и противоположны по направлению.

Мы видим, что силы резания зависят как от ТИЭС, так и от деформаций $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$. Деформации, влияя на технологические режимы, изменяют силы, то есть формируются факторы взаимовлияния, которые необходимо учитывать при определении программы ЧПУ. Важно отметить, что технологические режимы (величина подачи $S_P(t)$, глубины $t_P(t)$ и скорости $V_P(t)$ резания) зависят не только от ТИЭС, но и от упругих деформаций и их скоростей. Таким образом, текущие значения технологических режимов определяются соотношениями [149-152]

$$\begin{cases} S_P(t) = \int\limits_{t-T(t)}^{t} [V_2(\xi) - v_{X,2}(\xi) - v_{Y,2}(\xi)]\, d\xi; \\ V_P(t) = \pi d(t)\Omega(t) - v_{X,3}(t) - v_{Y,3}(t); \\ t_P(t) = D(L_2)/2 - \int\limits_{0}^{t} [V_1(\xi) - v_{X,1}(\xi) - v_{Y,1}(\xi)]\, d\xi, \end{cases} \qquad (1.4)$$

где $T(t)$ время оборота заготовки. Если рассматривается обработка с неизменными свойствами взаимодействующих подсистем автономной ДСР с устойчивой точкой равновесия, то имеем

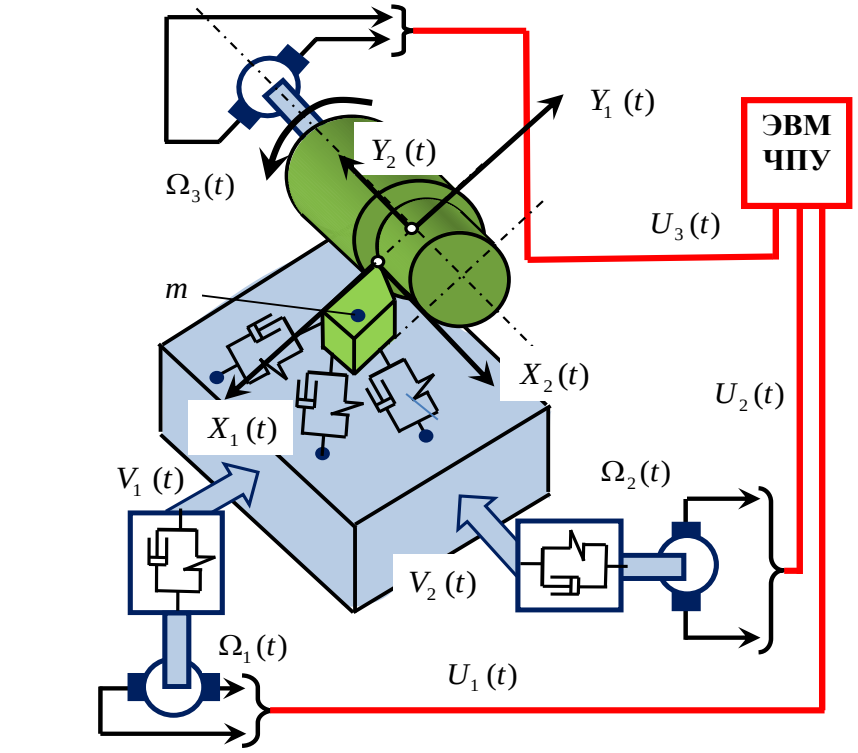
$$\begin{cases} S_P^{(0)} = V_2 \cdot \Omega^{-1}; \\ V_3 = V_3^{(0)}; \\ t_P^{(0)} = D/2 - L_1(0). \end{cases} \tag{1.5}$$

Выражения (1.5) характеризуют традиционно определяемые технологические режимы. Траектории $S_P(t)$, $t_P(t)$ и $V_P(t)$ могут существенно отличаться от традиционных режимов $S_P^{(0)}$, $t_P^{(0)}$ и $V_P^{(0)}$, особенно при обработке деталей сложной геометрии. Причем, это отличие зависит от динамических свойств подсистем, их эволюции и неуправляемых возмущений, например, биений шпинделя.

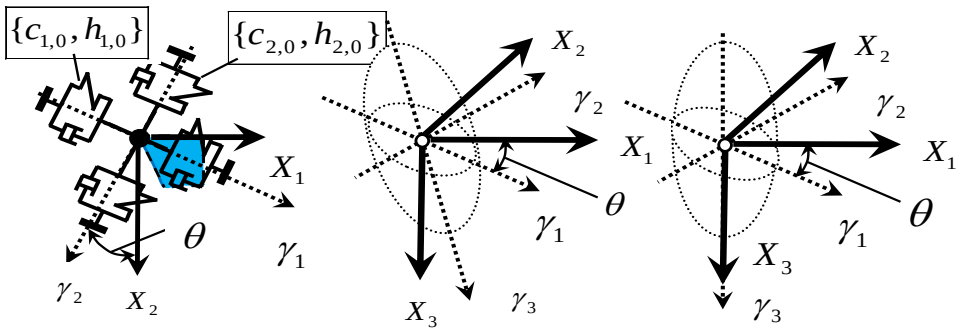
Для оценивания выходных свойств процесса резания в ДСР рассматривается два вектора: вектор оценок качества изготовления деталей $\boldsymbol{G} = \{G_1, G_2, ...G_s\}^T \in \Re_{\boldsymbol{G}}^{(s)}$ и вектор, оценивающий состояние процесса резания, $\boldsymbol{Q} = \{Q_1, Q_2, ...Q_m\}^T \in \Re_{\boldsymbol{Q}}^{(m)}$. Их компоненты должны удовлетворять требованиям

$$\begin{cases} \boldsymbol{G} = \{G_1, G_2, ...G_s\}^T \subset \boldsymbol{G}_0 = \{G_{1,0}, G_{2,0}, ...G_{s,0}\}^T; \\ \boldsymbol{Q} = \{Q_1, Q_2, ...Q_m\}^T \subset \boldsymbol{Q}_0 = \{Q_{1,0}, Q_{2,0}, ...Q_{m,0}\}^T, \end{cases} \tag{1.6}$$

где $\boldsymbol{G}_0 = \{G_{1,0}, G_{2,0}, ...G_{s,0}\}^T$ – выпуклое множество допустимых вариаций показателей качества изготовления детали; $\boldsymbol{Q}_0 = \{Q_{1,0}, Q_{2,0}, ...Q_{m,0}\}^T$ - выпуклое множество допустимых вариаций координат, оценивающих состояние процесса резания. Все компоненты векторов $\boldsymbol{G} = \{G_1, G_2, ...G_s\}^T \in \Re_{\boldsymbol{G}}^{(s)}$ и $\boldsymbol{Q} = \{Q_1, Q_2, ...Q_m\}^T \in \Re_{\boldsymbol{Q}}^{(m)}$ связаны с компонентами пространств $\Re_L^{(3)}$, $\Re_X^{(3)}$, $\Re_Y^{(3)}$. На схеме (рис. 1.9 (а)) приведены три основные подсистемы, представленные различным цветом. Четвертая подсистема преобразования траекторий в выходные свойства системы не изображена. Она требует самостоятельного изучения.



а)



б)

Рис. 1.9 – Представление структуры ДСР: а) модель механической системы; б) модель упруго-диссипативных взаимодействий подсистемы вершины инструмента по отношению к несущей системе станка

На рис. 1.9 (b) представлена схема модели упругой подсистемы инструмента с главными ортогонально расположенными осями (это оси γ_1, γ_2, γ_3). Матрицы скоростных и упругих коэффициентов являются положительно определенными и симметричными. Однако, необходимо отметить, что в случае обработки деталей сложной геометрической формы эти матрицы подсистемы инструмента и заготовки будут изменяться, соответственно, будут изменяться и ориентация сил резания в ДСР.

В базовой модели ДСР не учитывается связь между механической подсистемой станка, а именно роторами двигателя и деформационными смещениями инструмента и заготовки. Это связано с тем, что для выяснения главных свойств взаимодействия неоправданное увеличение порядка дифференциальных уравнений динамики лишь усложняет выявление основных закономерностей. В этом случае связи, приведенные на рис. 1.9 между роторами серводвигателей и ТИЭС будут отсутствовать. В дальнейшем, при оценивании свойств преобразования пространств $\Re_U^{(3)} \Rightarrow \Re_L^{(3)}$ мы их будем раскрывать.

Основным исполнительным элементом преобразования программы ЧПУ в ТИЭС являются серводвигатели станка с их приводной системой. Математическое моделирование этих объектов управления с различными типами обратных связей не является сложной задачей, однако необходимо учитывать, что в частотной области динамические свойства преобразования программы ЧПУ в ТИЭС ограничены. Главные ограничения здесь определяются двумя накопителями энергии: приведенной к вращению ротора двигателя кинетической энергией и энергией магнитного поля электрической части преобразователя. Поэтому в качестве обобщенной модели можно рассматривать модель двигателя постоянного тока с якорным управлением. В этой модели параметры уравнений динамики идентифицированы с учетом конкретной системы на станке. Тогда уравнения преобразования заданной программы ЧПУ, представленной в виде напряжений якорей двигателей, в ТИЭС можно представить в виде [153]

$$\boldsymbol{T_{ЭМ} T_Э} \frac{\boldsymbol{d^2 \Omega}}{\boldsymbol{dt^2}} + \boldsymbol{T_{ЭМ}} \frac{\boldsymbol{d\Omega}}{\boldsymbol{dt}} + \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{k^{(M)}} [\boldsymbol{F_\Sigma} + \boldsymbol{T_Э} \frac{\boldsymbol{dF_{\Sigma,0}}}{\boldsymbol{dt}}] = \boldsymbol{\Omega_0}, \qquad (1.7)$$

где $\boldsymbol{\Omega} = \{ \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 \}^T$ - вектор частот вращения роторов серводвигателей;

$\boldsymbol{\Omega_0} = \{ \Omega_0^{(1)}, \Omega_0^{(2)}, \Omega_0^{(3)} \}^T, \Omega_0^{(i)} = U_i / c_e^{(i)}, i = 1,2,3$ - приведенные к частоте напряжения якорей двигателей (вектор управления исполнительными элементами);

$\boldsymbol{T_{ЭМ}T_{Э}} = \left[T_{ЭМ}^{(i)}T_{Э}^{(i)}\right], i = 1,2,3,\ \boldsymbol{T_{ЭМ}} = \left[T_{ЭМ}^{(i)}\right], i = 1,2,3$ - соответственно диагональные матрицы комбинаций постоянных времени серводвигателей;

$\mathbf{[F_{\Sigma} + T_{Э}\frac{dF_{\Sigma,0}}{dt}]} = \{[F_{\Sigma} + T_{Э}^{(1)}d(F_{\Sigma}^{(1)})/dt],[F_{\Sigma} + T_{Э}^{(2)}d(F_{\Sigma}^{(2)})/dt],[F_{\Sigma} + T_{Э}^{(3)}d(F_{\Sigma}^{(3)})/dt]\}$ - вектор приведенных к роторам двигателей сил резания в $[кг]$; $\boldsymbol{k^{(M)}} = \left[k_i^{(M)}\right], i = 1,2,3$ - диагональная матрица коэффициентов преобразования $\boldsymbol{F_{\Sigma} \to \Omega}$ в $\left[(кг \cdot с)^{-1}\right]$;

$F_{\Sigma} = \sqrt{(F_{\Sigma}^{(1)})^2 + (F_{\Sigma}^{(2)})^2 + (F_{\Sigma}^{(3)})^2}$; $T_{ЭМ}^{(i)} = \frac{J_i R_i}{c_e^{(i)} c_M^{(i)}}, i = 1,2,3$; $T_{Э}^{(i)} = \frac{L_i}{R_i}, i = 1,2,3$; $c_M^{(i)}, R_i, L_i$ - параметры двигателей; J_i - моменты инерции приводов, приведённые к роторам двигателей.

Связь сил резания с деформациями инструмента и заготовки в точке контакта с ней вершины инструмента, очевидно, определяется уравнениями

$$\begin{cases} \boldsymbol{m^{(X)}\frac{d^2X}{dt^2} + h^{(X)}(L)\frac{dX}{dt} + c^{(X)}(L)X = F_{\Sigma}(L,X,Y) + f(t);} \\ \boldsymbol{m^{(Y)}\frac{d^2Y}{dt^2} + h^{(Y)}(L)\frac{dY}{dt} + c^{(Y)}(L)Y = F_{\Sigma}(L,X,Y) + f(t),} \end{cases} \quad (1.8)$$

где $\boldsymbol{m^{(X)}}$, $\boldsymbol{m^{(Y)}}$ - диагональные матрицы инерционных коэффициентов соответственно подсистем инструмента и заготовки; $\boldsymbol{h^{(X)}(L)}$, $\boldsymbol{h^{(Y)}(L)}$, $\boldsymbol{c^{(X)}(L)}$, $\boldsymbol{c^{(Y)}(L)}$ - положительно определенные симметричные (потенциальные) матрицы скоростных и упругих коэффициентов; $\boldsymbol{F_{\Sigma}(L,X,Y)}$ - силы, действующие на инструмент; $\boldsymbol{f(t)}$ - вектор неуправляемых возмущений, действующих со стороны станка, приведенных к силам.

Для изучения преобразования управления в выходные свойства процесса резания необходимо уравнения (1.7), (1.8) дополнить моделью сил, действующих на инструмент и ротор двигателей, представленных в координатах состояния системы. При моделировании сил будем учитывать следующие известные положения [141, 142, 153-160]:

- модуль сил $Mod\{\boldsymbol{F}_{\Sigma}\}=F^{(0)}(t)$ пропорционален площади срезаемого слоя S [153], то есть $F^{(0)}=\rho S$, площадь S равна произведению $S_P(t)$ и $t_P(t)$, ρ - давление стружки на переднюю грань инструмента в $\left[кг/мм^2\right]$;

- проекции сил резания определяются угловыми коэффициентами [155] $\boldsymbol{F}_{\Sigma}=F_0\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T\in\Re_X^{(3)}$. Здесь $\boldsymbol{\chi}=\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T$ удовлетворяют условиям нормировки $\{[\chi_1]^2+[\chi_2]^2+[\chi_3]^2\}=1$. Коэффициенты $\boldsymbol{\chi}$ зависят от геометрии инструмента, его износа и механических характеристик заготовки;

- вариации F_0 запаздывают по отношению к изменениям площади среза S [153, 159]. Для описания данного изменения используется апериодическое звено с постоянной времени $T^{(0)}$ в $[c]$;

- коэффициент ρ зависит от скорости резания [8, 156-158], и он уменьшается при увеличении переднего угла γ (рис. 1.8), таким образом, реализуется известная падающая характеристика сил при увеличении скорости:

$$\begin{aligned}&\rho=\rho_0\{1+\mu\,exp[-\nu(\pi\Omega D-v_{X,3}-v_{Y,3}-\pi\Delta\Omega D)]\}[1-k^{(\gamma)}\gamma_{\Sigma}],\\&при: V_3\in(0{,}3;3)м/с;\quad\gamma\in(-2,+10)^0,\end{aligned}\tag{1.7}$$

где ρ - давление стружки на переднюю грань инструмента в $\left[кг/мм^2\right]$; μ - безразмерный коэффициент; ν - коэффициент крутизны в $[с/мм]$; $k^{(\gamma)}$ - коэффициент влияния переднего угла инструмента в $\left[град.^{-1}\right]$. С учетом изложенных гипотез и уравнений (1.2), (1.5)-(1.7) базовое уравнение динамики будет

$$\begin{cases}\boldsymbol{T_{ЭМ}T_Э}\dfrac{\boldsymbol{d^2\Omega}}{\boldsymbol{dt^2}}+\boldsymbol{T_{ЭМ}}\dfrac{\boldsymbol{d\Omega}}{\boldsymbol{dt}}+\boldsymbol{\Omega}+\boldsymbol{k^{(M)}}\left[\boldsymbol{F_{\Sigma}}+\boldsymbol{T_Э}\dfrac{\boldsymbol{dF_{\Sigma,0}}}{\boldsymbol{dt}}\right]=\boldsymbol{\Omega},\\ \boldsymbol{m^{(X)}}\dfrac{\boldsymbol{d^2X}}{\boldsymbol{dt^2}}+\boldsymbol{h^{(X)}(L)}\dfrac{\boldsymbol{dX}}{\boldsymbol{dt}}+\boldsymbol{c^{(X)}(L)X}=\boldsymbol{F_{\Sigma}(L,X,Y)}+\boldsymbol{f(t)};\\ \boldsymbol{m^{(Y)}}\dfrac{\boldsymbol{d^2Y}}{\boldsymbol{dt^2}}+\boldsymbol{h^{(Y)}(L)}\dfrac{\boldsymbol{dY}}{\boldsymbol{dt}}+\boldsymbol{c^{(Y)}(L)Y}=\boldsymbol{F_{\Sigma}(L,X,Y)}+\boldsymbol{f(t)},\\ T^{(0)}dF^{(0)}/dt+F^{(0)}=\rho[t_P(t)-X_1-Y_1]S_P(t).\end{cases}\tag{1.10}$$

Это уравнение в различных модификациях будет использоваться в дальнейшем развитии представлений об управляемой динамической системе резания. Приведенный анализ методов и математических моделей, позволяющих определить влияние особенностей ДСР на выходные свойства процесса обработки, практически исчерпал себя. Следующим естественным этапом становления знаний о проблеме управления выходными свойствами процесса резания можно считать системно-синергетический подход. Он позволяет наметить новые пути повышения эффективности обработки за счет синергетического согласования свойств подсистем.

Цель диссертационного исследования: *повышение эффективности изготовления деталей резанием на основе разработки теории и принципов синергетического анализа и взаимного согласования свойств подсистем в направлении обеспечения требуемого качества выпускаемой продукции при минимизации приведенных затрат.* Для достижения цели ***в диссертации решаются следующие задачи.***

1. В соответствии с синергетической теорией управления разработать математический аппарат и методику для анализа и синтеза свойств управляемой динамической системы резания. В качестве типовой операции на станке с ЧПУ рассмотреть токарную обработку. Математическое описание системы резания, должно учитывать преобразование координат состояний из пространства управления в пространство выходных показателей обработки, деформационные смещения исполнительных и формообразующих инструментов, а также внешние возмущения и эволюцию ДСР, определяемую фазовой траекторией мощности необратимых преобразований по совершенной работе.

2. Выполнить на моделях исследования, направленные на анализ устойчивости траекторий системы, а также на выявление свойств и типов притягивающих множеств деформационных смещений в окрестности эволюционных траекторий. Также проанализировать бифуркации притягивающих множеств в зависимости от изменения параметров системы и в ходе эволюции.

3. Выполнить экспериментально-аналитические исследования возмущенной ДСР. Раскрыть параметрические эффекты динамики, в том числе параметрическое самовозбуждение, бифуркации притягивающих множеств вдоль периодических колебаний, эффекты вибрационной стабилизации и вибрационного управления свойствами и др.

4. Разработать математическую модель и методы ее параметризации, позволяющую описывать эволюционные изменения свойств системы резания, в частности, изменение износа и интенсивности изнашивания инструмента. В основе математической модели использовать интегральное уравнение Вольтерры [142].

5. Разработать методологию оценки геометрических характеристик детали на основе алгоритмов построения скелетной геометрической топологии, включая алгоритмы восстановления топологии на основе экспериментальных данных, методы расчета макро- и микрогеометрических параметров, информационные модели диагностики износа инструмента и качества поверхности и экспериментально-аналитическую методику их верификации. На этой основе определить области технологических режимов и свойств подсистем, в которых информационные модели адекватны.

6. Разработать теорию и принципы синергетического управления процессом резания на основе определения желаемой терминальной совокупности траекторий системы и обеспечения ее свойствами притяжения [142]. В настоящей работе показать, что все траектории пространства состояния за счет реально существующих в системе внутренних связей обеспечивают выполнение цели процесса резания. Привести примеры использования разработанной теории для промышленных предприятий, определить перспективу диссертационной работы в развитии фундаментальных и прикладных исследований.

7. Проиллюстрировать принципы синергетического управления для априорно заданных законов изменения свойств взаимодействующих подсистем вдоль траектории движения инструмента. Принципы определения программы ЧПУ проиллюстрировать на примере обработки длинных валов малой

жесткости. Также для случая, когда измеримыми являются некоторые координаты динамической системы, прежде всего, силы резания.

Все многообразие затронутых в диссертации вопросов объединены единой линией: в ней рассматривается управляемая динамическая система резания, внутренняя структура которой обладает свойством самоорганизации. К тому же разработанные математические модели являются базой для построения виртуальной цифровой модели процесса резания.

Глава 2. Свойства траекторий динамической системы резания в автономном режиме

В главе рассматриваются закономерности формирования и взаимосвязи ТИЭС и деформационных смещений инструмента, устойчивость их точек равновесия для автономной ДСР в подвижной системе координат, движение которой определяют ТИЭС. Основное внимание уделено случаю, когда $\mathbf{U} = const \in \Re_{\mathbf{U}}^{(k)}$, $U_1 = 0, U_2 = const, U_3 = const$; $\mathbf{V} = const \in \Re_{\mathbf{L}}^{(3)}, V_1 = 0, V_2 = const, V_3 = const$. Жесткость подсистемы заготовки является настолько большой, что ее деформациями можно пренебречь. Это ограничение никак не снижает общности полученных результатов, так как учет динамических свойств подсистемы заготовки лишь увеличивает порядок дифференциальных уравнений динамики. Кроме этого параметры подсистемы инструмента, то есть матрицы $\mathbf{m}^{(\mathbf{X})} = \mathbf{m}$, $\mathbf{h}^{(\mathbf{X})} = \mathbf{h}$ и $\mathbf{c}^{(\mathbf{X})} = \mathbf{c}$ в (1.8) и (1.9) также не изменяются вдоль траектории движения вершины инструмента. Режим считается автономным в том смысле, что отсутствуют внешние возмущения $\mathbf{f(t)} = \mathbf{0}$, а также $\mathbf{U} = const \in \Re_{\mathbf{U}}^{(k)}$ и рассматривается установившееся состояние равновесия системы, которое может быть и неустойчивым. В дальнейшем мы учтем изменение параметров системы вдоль траектории движения инструмента. Таким образом, анализируется невозмущенный процесс продольного точения вала неизменного диаметра. Например, вариации припуска отсутствуют. Причем, свойства взаимодействующих подсистем и параметры динамических связей остаются неизменными, то есть рассматривается случай систем с постоянными параметрами, без параметрических эффектов. Следовательно, эволюционные преобразования в системе также отсутствуют.

Главное внимание уделяется анализу преобразования пространств $\Re_{\mathbf{U}}^{(3)} \Rightarrow \Re_{\mathbf{L}}^{(3)}$, а также $\Re_{\mathbf{L}}^{(3)} \Rightarrow \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$. Таким образом, рассматривается наиболее типичный для станков токарной группы случай, когда станок имеет три координаты подвижности. В нашем случае, - это траектории продольного и поперечного суппортов и частоты вращения шпиндельной группы. Анализируются также бифуркации в

окрестности равновесия в пространствах $\Re_L^{(3)}$ и $\Re_X^{(3)}$. Основные исследования, в которых раскрываются материалы главы, опубликованы в следующих работах [153-160, 192].

2.1 Иерархия дифференциальных уравнений в системе резания

На основе (1.10) уравнения управляемой динамической системы резания можно представить в виде

$$\begin{cases} \mathbf{T_{ЭМ}T_Э}\dfrac{\mathbf{d^2\Omega}}{\mathbf{dt^2}}+\mathbf{T_{ЭМ}}\dfrac{\mathbf{d\Omega}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{\Omega}+\mathbf{k^{(M)}}[\mathbf{F}+\mathbf{T_Э}\dfrac{\mathbf{dF}}{\mathbf{dt}}]=\mathbf{\Omega_0};\text{.....}"a" \\ \mathbf{m}\dfrac{\mathbf{d^2X}}{\mathbf{dt^2}}+\mathbf{h}\dfrac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{cX}=\mathbf{F(t)};\text{.....}"b" \\ T^{(0)}\dfrac{dF^{(0)}}{dt}+F^{(0)}(t)=\rho\{1+\mu\exp[\zeta(V_3-\dfrac{dX_3}{dt}]\}[t_P^{(0)}-X_1(t)]\int_{t-T}^{t}\{V_2(\xi)-v_2(\xi)\}d\xi,.."c" \end{cases} \quad (2.1)$$

где матрицы $\mathbf{T_{ЭМ}T_Э}$, $\mathbf{T_{ЭМ}}$, $\mathbf{T_Э}$, $\mathbf{m}$, $\mathbf{h}$, $\mathbf{c}$ - расшифрованы в параграфе 1.4. Там же раскрыты параметры и смысл уравнения динамической связи, формируемой процессом резания (уравнение (2.1 «c»)). Система (2.1 «a») характеризует динамику трех приводов соответственно вращения якоря двигателя поперечной подачи $\Omega_1(t)$, двигателя продольной подачи $\Omega_2(t)$ и вращения шпиндельной группы $\Omega_3(t)$, то есть $\mathbf{\Omega(t)}=\{\Omega_1(t),\Omega_2(t),\Omega_3(t)\}^T$. $\mathbf{\Omega_0}(t)=\{\Omega_{0,1}(t),\Omega_{0,2}(t),\Omega_{0,3}(t)\}^T$ - приведенные к частоте управления, определяемые для станков с ЧПУ программой, представленной на ЭВМ.

Воспользуемся асимптотическими свойствами решений нелинейных дифференциальных уравнений [161, 162] для поиска решения (2.1), так как оно обладает малыми параметрами при производных. Согласно рекомендациям [163, 164] в системе (2.1) необходимо выделить малые параметры при старших производных. Для этого все параметры в (2.1) необходимо привести к одной размерности. С этой целью в системе (2.1 «b») все уравнения разделим на соответствующие диагональные элементы матрицы жесткости $c_{i,i}, i=1,2,3$. Тогда вместо (2.1 «b») имеем систему

$$\mathbf{T}^2\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{X}}{\mathbf{dt}^2}+2\boldsymbol{\xi}T\frac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\tau)}\mathbf{X}=(\mathbf{c}_0)^{-1}\mathbf{F}, \tag{2.2}$$

где $\mathbf{T}^2=\mathbf{diag}(\mathbf{T}_i)^2, i=1,2,3, T_i=m/c_{i,i}$; $2\boldsymbol{\xi}T=\begin{bmatrix}2\xi_{1,1}T_1; & 2\xi_{2,1}T_1; & 2\xi_{3,1}T_1\\ 2\xi_{1,2}T_2; & 2\xi_{2,2}T_2; & 2\xi_{3,2}T_2\\ 2\xi_{1,3}T_3; & 2\xi_{2,3}T_3; & 2\xi_{3,3}T_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}h_{1,1}/c_{1,1}; & h_{2,1}/c_{1,1}; & h_{3,1}/c_{1,1}\\ h_{1,2}/c_{2,2}; & h_{2,2}/c_{2,2}; & h_{3,2}/c_{2,2}\\ h_{1,3}/c_{3,3}; & h_{2,3}/c_{3,3}; & h_{3,3}/c_{3,3}\end{bmatrix}$;

$$\mathbf{c}^{(\tau)}=\begin{bmatrix}c_{1,1}^{(\tau)}; & c_{2,1}^{(\tau)}; & c_{3,1}^{(\tau)}\\ c_{1,2}^{(\tau)}; & c_{2,2}^{(\tau)}; & c_{3,2}^{(\tau)}\\ c_{1,3}^{(\tau)}; & c_{2,3}^{(\tau)}; & c_{3,3}^{(\tau)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1; & c_{2,1}/c_{1,1}; & c_{3,1}/c_{1,1}\\ c_{1,2}/c_{2,2}; & 1; & c_{3,2}/c_{2,2}\\ c_{1,3}/c_{3,3}; & c_{2,3}/c_{3,3}; & 1\end{bmatrix};\ \mathbf{c}_0^{-1}=\begin{bmatrix}(c_{1,1})^{-1}; & 0; & 0\\ 0; & (c_{2,2})^{-1}; & 0\\ 0; & 0; & (c_{3,3})^{-1}\end{bmatrix}.$$

В (2.2) все коэффициенты, стоящие при вторых производных, имеют размерность $[c^2]$. Коэффициенты, стоящие при первых производных имеют размерность $[c]$, а при нулевых, - являются безразмерными. Аналогичные размерности и в уравнениях (2.1 «a» и «b»).

Для определения малых параметров при производных сделаем замену переменных $t=\sqrt{T_{ЭМ}^{(1)}T_{Э}^{(1)}}\tau$. В результате в уравнениях динамики перейдем к безразмерному времени τ. Тогда система дифференциальных уравнений, описывающая преобразование управления в скорости исполнительных элементов, то есть система (2.1 «a»), представляется в виде

$$\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}\frac{\mathbf{d}^2\boldsymbol{\Omega}}{\mathbf{d}\boldsymbol{\tau}^2}=\boldsymbol{\Omega}_0-\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}\frac{\mathbf{d}\boldsymbol{\Omega}}{\mathbf{d}\boldsymbol{\tau}}-\boldsymbol{\Omega}-\mathbf{k}^{(\mathrm{M})}[\mathbf{F}+\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}\frac{\mathbf{dF}}{\mathbf{d}\boldsymbol{\tau}}], \tag{2.3}$$

где $\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}=\begin{bmatrix}1; & 0; & 0\\ 0; & T_{ЭМ}^{(2)}T_{Э}^{(2)}(T^{(Э)})^{-1}; & 0\\ 0; & 0; & T_{ЭМ}^{(3)}T_{Э}^{(3)}(T^{(Э)})^{-1}\end{bmatrix}$; $\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}=\begin{bmatrix}T_{ЭМ}^{(1)}(T^{(Э)})^{-1}; & 0; & 0\\ 0; & T_{ЭМ}^{(2)}(T^{(Э)})^{-1}; & 0\\ 0; & 0; & T_{ЭМ}^{(3)}(T^{(Э)})^{-1}\end{bmatrix}$;

$\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}=\begin{bmatrix}T_{Э}^{(1)}(T^{(Э)}); & 0; & 0\\ 0; & T_{Э}^{(2)}(T^{(Э)});; & 0\\ 0; & 0; & T_{Э}^{(3)}(T^{(Э)});\end{bmatrix}$; $T^{(Э)}=(T_{ЭМ}^{(1)}T_{Э}^{(1)})^{0,5}$. Причём, в функциях $\boldsymbol{\Omega}_0$, $\boldsymbol{\Omega}$, $\mathbf{F}_{\Sigma,0}$, $\mathbf{F}_{\Sigma}$ изменён масштаб времени.

Для уравнения (2.1 «b») в безразмерном времени τ имеем

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathrm{T})}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{X}}{\mathbf{dt}^2}=(\mathbf{c}_0)^{-1}\mathbf{F}-\boldsymbol{\varepsilon}^{(\xi)}\frac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}}-\mathbf{c}_{\tau}\mathbf{X}, \tag{2.4}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathrm{T})} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1}^{(T)}; & 0; & 0 \\ 0; & \varepsilon_{2,2}^{(T)}; & 0 \\ 0; & 0; & \varepsilon_{3,3}^{(T)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_1)^2/(T^{(\Э)})^2; & 0; & 0 \\ 0; & (T_2)^2/(T^{(\Э)})^2; & 0 \\ 0; & 0; & (T_3)^2/(T^{(\Э)})^2 \end{bmatrix};$

$\boldsymbol{\varepsilon}^{(\xi)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1}^{(\xi)}; & \varepsilon_{2,1}^{(\xi)}; & \varepsilon_{3,1}^{(\xi)} \\ \varepsilon_{1,2}^{(\xi)}; & \varepsilon_{2,2}^{(\xi)}; & \varepsilon_{3,2}^{(\xi)} \\ \varepsilon_{1,3}^{(\xi)}; & \varepsilon_{2,3}^{(\xi)}; & \varepsilon_{3,3}^{(\xi)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\xi_{1,1}T_1/T^{(\Э)}; & 2\xi_{2,1}T_1/T^{(\Э)}; & 2\xi_{3,1}T_1/T^{(\Э)} \\ 2\xi_{1,2}T_2/T^{(\Э)}; & 2\xi_{2,2}T_2/T^{(\Э)}; & 2\xi_{3,2}T/T^{(\Э)}{}_2 \\ 2\xi_{1,3}T_3/T^{(\Э)}; & 2\xi_{2,3}T_3/T^{(\Э)}; & 2\xi_{3,3}T_3/T^{(\Э)} \end{bmatrix}$; $\mathfrak{c}_\tau$, $\mathbf{c}_0^{-1}$ - остаются неизменными. В (2.4) параметры $\boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathrm{T})}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}^{(\xi)}$ являются малыми. Заметим, что матрица $\mathfrak{c}_\tau$ отличается от матрицы $\mathbf{c}$ коэффициентом, поэтому она остается положительно определенной и симметричной, то есть потенциальной. Что касается параметров $\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}$, $\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}$ и $\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}$, то они не являются малыми. Постоянная времени стружкообразования в (2.1 «с») при традиционных режимах обработки при точении на два порядка меньше, чем $T^{(\Э)}$. Поэтому $T^{(0)}/T^{(\Э)} \to 0$ также является малым параметром. Следовательно, для «медленных» движений вместо (2.1) имеем приближенное уравнение

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}\dfrac{\mathbf{d}^2\tilde{\boldsymbol{\Omega}}}{\mathbf{d}\tau^2} + \tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{ЭМ}}\dfrac{\mathbf{d}\tilde{\boldsymbol{\Omega}}}{\mathbf{d}\tau} + \tilde{\boldsymbol{\Omega}} + \mathbf{k}^{(\mathrm{M})}[\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{X}}, \tilde{\boldsymbol{\Omega}}) + \tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Э}}\dfrac{\mathbf{dF}(\tilde{\mathbf{X}}, \tilde{\boldsymbol{\Omega}})}{\mathbf{d}\tau}] = \boldsymbol{\Omega}_0; \\ \mathbf{c}^{(\tau)}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{X}}, \tilde{\boldsymbol{\Omega}}); \\ F^{(0)}(\tau) = \rho[t_P^{(0)} - X_1(\tau)]\int\limits_{\tau-T}^{\tau}\{V_2(\xi) - v_2(\xi)\}d\xi, \end{cases} \tag{2.5}$$

где $v_2(\tau) = dX_2(\tau)d\tau$. Решение (2.5) может стать притягивающим множеством для решения системы (2.1). При анализе (2.5) необходимо учитывать связь $t_P^{(0)}$, $V_2(\xi)$ и $T = (\Omega_3)^{-1}$ с траекториями $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}$, которая определяется выражением (1.2). Подчеркнем, что в (2.5) матрицы $\mathbf{m} = 0, \mathbf{h} = 0$, а также $T^{(0)} = 0$, не потому, что $\mathbf{x}$ являются малыми, а в связи с тем, что высокочастотные колебания отфильтровываются динамическими свойствами серводвигателей.

Пусть (2.5) имеет решение $\tilde{\mathbf{X}}^*(\tau)$, $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^*(\tau)$. Это «медленные» функции безразмерного времени τ. В нашем случае $\mathbf{V} = const \in \Re_{\mathrm{L}}^{(3)}, V_1 = 0, V_2 = const, V_3 = const$. Тогда в случае асимптотической устойчивости траекторий $\tilde{\mathbf{X}}^*(\tau) \underset{\tau\to\infty}{=} \tilde{\mathbf{X}}^* = const$,

$\underset{\tau\to\infty}{\tilde{\mathbf{\Omega}}^*(\tau)} = \tilde{\mathbf{\Omega}}^* = const$. Здесь $\tilde{\mathbf{X}}^*$ и $\tilde{\mathbf{\Omega}}^*$ – точки равновесия системы. После изменения масштаба времени все координаты системы (2.5) можно представить в реальном времени t. В нашем же случае $\tilde{\mathbf{X}}^* \equiv \mathbf{X}^*$ и $\tilde{\mathbf{\Omega}}^* \equiv \mathbf{\Omega}^*$, так как эти координаты в установившемся состоянии не зависят от времени. Они задают текущие значения режимов. С учетом (1.1) и (1.2) имеем

$$\begin{cases} V_1 = \pi D^{(1)} K_P^{(1)} \Omega_1^*; \\ V_2 = \pi D^{(2)} K_P^{(2)} \Omega_2^*; \\ V_3 = 2\pi [L_1(0) - X_1^*] K_P^{(3)} \Omega_3^*; \\ t_P^{(0,*)} = [0{,}5D - L_1(0) + X_1^*], \end{cases} \tag{2.6}$$

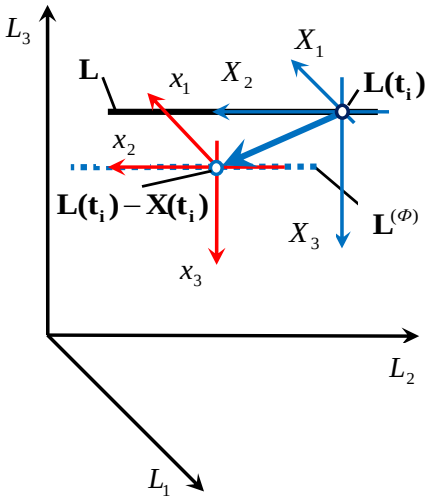


Рис. 2.1 – Схема смещения положения вершины инструмента за счет деформационных смещений

где $D^{(i)}, i = 1{,}2$ - диаметр вала якоря двигателя; D - диаметр вала заготовки до зоны резания [153]; $L_1(0) = const$ - координата вершины инструмента без реакции со стороны процесса резания [153]. В рассматриваемом случае справедливо: $V_1 = 0$, $V_2 = const$, $V_3 = const$, им соответствует $\mathbf{X}^* = const$. Для удобства силу резания $\rho[t_P^{(0)} - X_1^*] \int_{\tau-T}^{\tau} \{V_2(\xi) - v_2(\xi)\} d\xi$, представленную в координатах состояния, обозначим $F^{(0)}(\mathbf{X}, \mathbf{V})$. В большинстве случаев система (2.1) имеет единственную постоянную точку равновесия $\mathbf{X}^* = const$, движение которой задается вектором $\mathbf{V}^* = const$ (рис. 2.1). Тогда неучтенные в деформационных смещениях отфильтрованные серводвигателями составляющие, можно проанализировать на основе рассмотрения уравнения в вариациях «быстрых» движений

$$\mathbf{m}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{x}}{\mathbf{dt}^2} + \mathbf{h}\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} + \mathbf{cx} = \varphi(\mathbf{X}^*, \mathbf{x}, \mathbf{V}), \tag{2.7}$$

где $\varphi(\boldsymbol{X}^*, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{V}) = \{\rho[t_P^{(0,*)} - x_1(t)] \int_{\tau-T}^{\tau} [V_2(\xi) - v_2(\xi)] d\xi - \rho t_P^{(0,*)} V_2 T\} \bullet \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$;

$t_P^{(0,*)} = [t_P^{(0)} - X_1^*(\tau)]$ - глубина резания с учетом упругого смещения равновесия. Если $x_1(t) \to 0$, $x_2(t) \to 0$ то $\varphi(\mathbf{X}^*, \mathbf{x}, \mathbf{V}) \Rightarrow \mathbf{0}$.

Поэтому равновесия деформационных смещений подсистем «быстрых» и «медленных» движений совпадают. Если точки равновесия для подсистем (2.5) и (2.7) являются асимптотически устойчивыми, то, как показано в [161, 162], траектория $\mathbf{L^{(\Phi)}(t) = L(t) - X(t)}$ является глобальным аттрактором. Во многих случаях область притяжения траектории $\mathbf{L^{(\Phi)}(t)}$ является ограниченной, что соответствует декомпозиции подсистем по скорости методу аналитического конструированию агрегированных регуляторов (АКАР) в синергетической теории управления [135-137]. Как показано в этих работах, при синергетическом анализе необходимо общую систему дифференциальных уравнений на основе введения функциональных уравнений разбить на динамические декомпозиции и обеспечить асимптотическую устойчивость их решений на каждом иерархическом уровне вплоть до терминального аттрактора. В этом смысл понижения размерности пространства состояния. Согласно синергетическому принципу анализа при условии, что траектории системы входят в окрестность своего аттрактора, то все траектории, забывают начальные значения и в дальнейшем двигаются вдоль аттрактора. В нашем случае вначале траектория, определяемая решением (2.7) должна двигаться к своей точке равновесия, а затем к этой точке должны двигаться решения системы (2.5). Поэтому полученное решение является глобальным аттрактором, которое мы назовет терминальным притягивающим множеством.

В случае потери асимптотической устойчивости траекторий ДСР в окрестности равновесия формируются притягивающие множества, динамически смещающие траекторию $\mathbf{L^{(\Phi)}(t) = L(t) - X(t)}$. Кроме требования к асимптотической устойчивости необходимо обеспечить достаточную степень затухания в переходных процессах уравнения (2.7). Поэтому дополнительно можно накладывать требования на величину степени затухания в системе, то есть на удаление корней характеристического полинома системы влево от мнимой оси. Это требование можно

обеспечить, например, с помощью метода расширенных амплитудно-фазочастотных характеристик (АФЧХ) [165]. Это требование аналогично требованию к постоянным времени в функциональных уравнениях метода АКАР [135-137].

Если рассматривается обработка детали на современных станках с ЭВМ ЧПУ, то необходимо учитывать, что на основе введения обратных связей по ТИЭС приводы, как правило, обладают асимптотической устойчивостью при условии, что согласованы мощности серводвигателей с мощностью процесса резания. Тогда главное значение имеет свойство подсистемы «быстрых» движений, которая при заданных технологических режимах ($S_P^{(0)} = V_2(\Omega)^{-1}, t_P^{(0)} = D/2 - L_1(0)$ и $V_P \approx V_3$) определяется системой

$$\begin{cases} \mathbf{m}\dfrac{\mathbf{d^2X}}{\mathbf{dt^2}} + \mathbf{h}\dfrac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}} + \mathbf{cX} = \mathbf{F(t)}; \\ \mathbf{F(t)} = F^{(0)}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ T^{(0)}\dfrac{dF^{(0)}}{dt} + F^{(0)}(t) = \rho\{1 + \mu\exp[-\zeta(V_3 - \dfrac{dX_3}{dt}]\}[t_P^{(0)} - X_1(t)]\int\limits_{t-T}^{t}\{V_2(\xi) - v_2(\xi)\}d\xi. \end{cases} \quad (2.8)$$

Точка равновесия $\mathbf{X}^*$ определяется из условия: $\dfrac{\mathbf{d^2X}}{\mathbf{dt^2}} = 0$, $\dfrac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}} = 0$, $X_2(t) = X_2(t-T)$. Тогда

$$\begin{cases} \mathbf{cX}^* = \mathbf{F}; \\ \mathbf{F(t)} = F^{(0)}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ F^{(0)} = \rho\{1 + \mu\exp[\zeta(V_3)]\}[t_P^{(0)} - X_1^*]S_P^{(0)}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Мы видим, что на равновесие $\mathbf{X}^*$, зависящее от сил $\mathbf{F}$, оказывает влияние единственная координата X_1. Изменение X_1, может оказывать влияние на свойства системы (2.5). Причем, под изменением понимается не только погрешность ТИЭС, но, главным образом, изменение динамических свойств преобразования управления в ТИЭС. В связи с этим вначале рассмотрим проблему устойчивости решений подсистемы (2.8).

2.2 Устойчивость подсистемы деформационных смещений

Рассмотрим устойчивость равновесия упругих деформаций для случая $\mathbf{U} = const \in \Re_{\mathbf{U}}^{(k)}$, $U_1 = 0$, $U_2 = const$, $U_3 = const$; $\mathbf{V} = const \in \Re_{\mathbf{L}}^{(3)}$, $V_1 = 0, V_2 = const$, $V_3 = const$. Тогда в точке равновесия деформации постоянны, но сама точка движется по закону, задаваемому ТИЭС. Для определения устойчивости, во-первых, необходимо определить координаты точки равновесия $\mathbf{X}^*$. Во-вторых, вычислить уравнение в вариациях относительно этой точки. В третьих его линеаризовать в окрестности точки $\mathbf{X}^*$ [167-168]. Из (2.9) имеем

$$\mathbf{c}^*\mathbf{X}^* = \mathbf{F}^*, \tag{2.10}$$

где $\mathbf{F}^* = \rho[1+\mu\exp\zeta(V_3)]t_P^{(0)}S_P^{(0)}\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T$; $\mathbf{c}^* = \begin{bmatrix} c_{1,1}+\rho[1+\mu\exp\zeta(V_3)]S_P^{(0)}\chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2}+\rho[1+\mu\exp\zeta(V_3)]S_P^{(0)}\chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3}+\rho[1+\mu\exp\zeta(V_3)]S_P^{(0)}\chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$.

Мы видим, что смещение равновесия $\mathbf{X}^*$, которое влияет на макро геометрические характеристики обработки, зависит от технологических режимов, параметров формируемой процессом резания динамической связи, свойств упругости ДСР. Пусть для (2.10) определена $\mathbf{X}^*$, которой соответствует сила $\mathbf{F}^*$. Сделаем замену переменных $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}^* + x(t)$, $F^{(0)}(t) = F^{(0,*)} + f^{(0)}(t)$ и найдем уравнение в вариациях относительно $\mathbf{X}^*$, $\mathbf{F}^*$. Его необходимо линеаризовать в окрестности $\mathbf{x}^* = \mathbf{0}$, $f^{(0)} = 0$. Учтем, что $x_1x_2 \Rightarrow 0$, $x_1dx_3/dt \Rightarrow 0$, $x_2dx_3/dt \Rightarrow 0$. Кроме этого после разложения экспоненциальных функций в ряд Тейлора имеем:

$$\rho t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\{1+\mu\exp[-\zeta(V_3-\frac{dX_3}{dt})]-1-\mu\exp[-\zeta(V_3)]\} \Rightarrow \rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]dx_3/dt,$$

$$\rho tS_P^{(0)}\{1+\mu\exp[\zeta(V_3-\frac{dX_3}{dt})]x_1(t) \Rightarrow \rho tS_P^{(0)}\{1+\mu\zeta\exp[-\zeta(V_3)]\}x_1,$$

$$\rho t_P^{(0,*)}\{1+\mu\exp[\zeta(V_3-\frac{dX_3}{dt})]x_1(t) \Rightarrow \rho t_P^{(0,*)}\{1+\mu\zeta\exp[-\zeta(V_3)]\}x_2.$$

Следовательно, линеаризованное уравнение в вариациях, соответствующее (2.8), будет (подробный вывод линеаризованного уравнения в вариациях приведен в приложении П1)

$$\mathbf{M}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{z}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{H}\frac{\mathbf{dz}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{Cz(t)}=\mathbf{0}\,, \qquad (2.11)$$

где $\mathbf{z(t)}=\{z_1(t),z_2(t),z_3(t),z_4(t)\}^T=\{x_1(t),x_2(t),x_3(t),f^{(0)}(t)\}^T$;

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0\\ 0 & m & 0 & 0\\ 0 & 0 & m & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};\ \mathbf{H}=\begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & h_{3,1} & 0\\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2} & 0\\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3} & 0\\ 0 & 0 & -\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)] & T^{(0)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} & -\chi_1\\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} & -\chi_2\\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} & -\chi_3\\ \rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)} & \rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)} & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Система (2.11) является линейной, и она имеет постоянные параметры. Тогда для анализа устойчивости можно воспользоваться одним из критериев устойчивости, позволяющих оценить распределение корней характеристического полинома системы (2.11) в комплексной плоскости [171], в том числе критерием Найквиста. Кроме этого можно для анализа взаимного влияния отдельных координат и параметров системы рассмотреть структурную схему системы (2.11). На структурной схеме (рис. 2.2) выделены две подсистемы: подсистема инструмента (синий пунктир), охваченная обратными связями, и подсистема динамической связи (красный пунктир). На рис. 2.3 функциональная связанность сил и деформаций $\mathbf{X}^*$ показана условной схемой. Начало координат **x(t)** соответствует

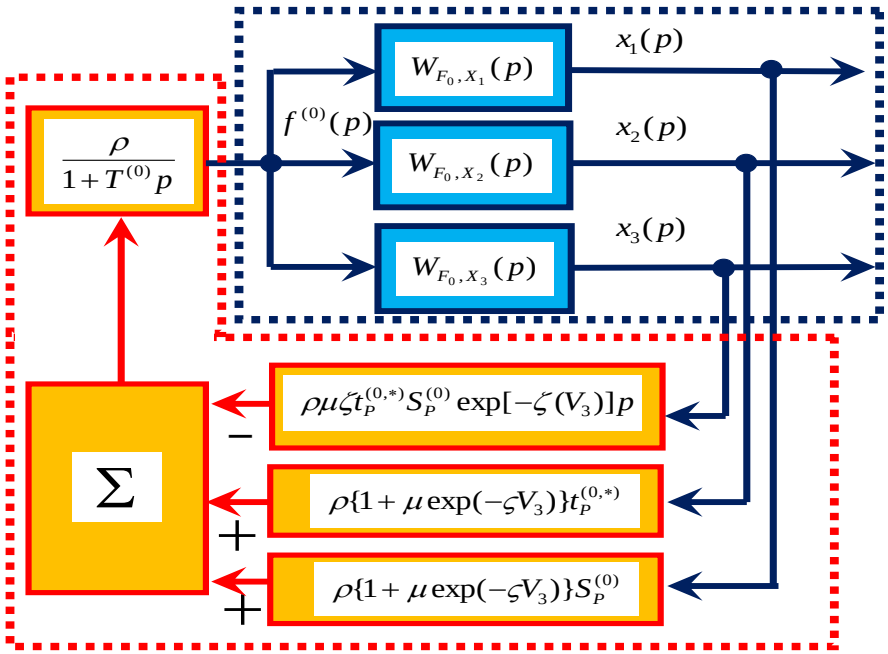


Рис. 2.2 – Структурная схема линеаризованной в вариациях подсистемы «быстрых» движений

точке «0». В данном параграфе рассматривается только одно свойство – устойчивость точки равновесия $\mathbf{X}^*$. На рис. 2.3 также показана периодичность формирования поверхностей скольжения, которая, наряду с другими факторами, образует силовую эмиссию процесса резания.

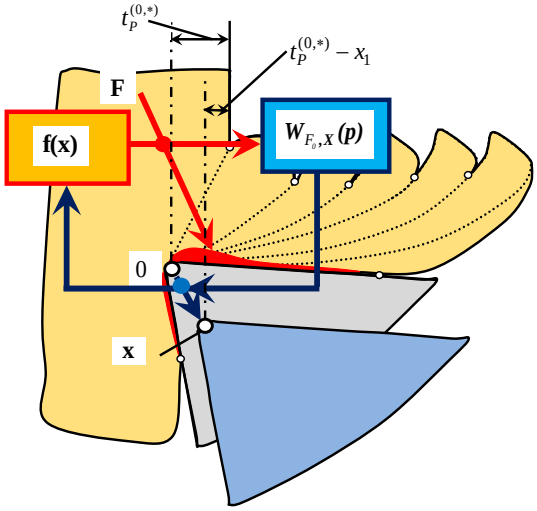


Рис. 2.3 – Схема взаимовлияния сил и деформационных смещений

Ее влияние будет проанализировано в третьей главе. Анализ (2.11), а также структурной схемы на рис. 2.2 показывает, что на свойства подсистемы «быстрых» движений, в том числе на отклонение диаметра вала, формируемого процессом резания, оказывают влияние параметры формируемой процессом резания динамической связи, а также значения технологических режимов. Технологические режимы определяются ТИЭС, а параметры ρ и $T^{(0)}$ зависят от режимов. Основные параметры подсистем приведены в табл. 2.1 и табл. 2.2. Вопросы параметризации уравнения (2.8) подробно рассмотрены в приложении П3.

Таблица 2.1 – Параметры динамической связи

$\rho, кг/мм^2$	χ_1	χ_2	χ_3	μ	$T^{(0)}, с$	$\varsigma, с/мм$
500	0,5	0,5	0,7	0,5	0,001-0,01	0,25

Таблица 2.2 – Матрицы скоростных коэффициентов и упругости

$h_{1,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{2,2}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{3,3}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с/мм$
0,25	0,15	0,15	0,1	0,08	0,08
$c_{1,1}$, $кг/мм$	$c_{2,2}$, $кг/мм$	$c_{3,3}$, $кг/мм$	$c_{1,2} = c_{2,1}$, $кг/мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}$, $кг/мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}$, $кг/мм$
1000	800	800	200	100	100

Рассмотрим пример изменения области устойчивости (рис.2.4) при вариациях технологических режимов и матрицы c. На иллюстрациях затемненные части

характеризуют область определения параметров системы. Границы областей устойчивости приведены в плоскости «$\rho - V_3$».

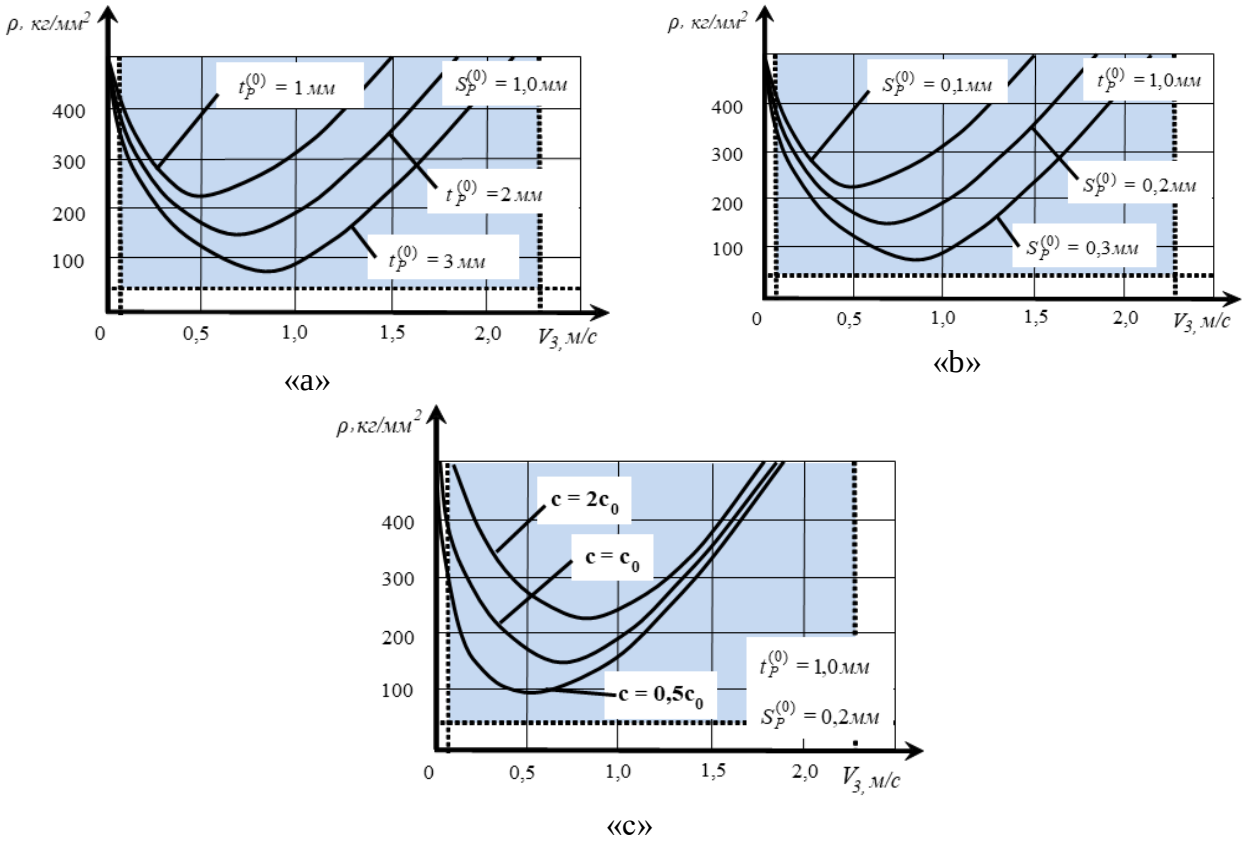


Рис. 2.4 – Области устойчивости в плоскости «$\rho - V_3$»: «a» - варьируется глубина резания; «b» - варьируется оборотная подача; «c» – варьируется матрица жесткости

На иллюстрациях области, расположенные выше приведенных фигуративных линиях соответствуют неустойчивой точке равновесия. Вопросы параметризации уравнений динамики подробно рассмотрены в приложении П2.

Для дальнейшего целесообразно выяснить принципиальные механизмы потери устойчивости равновесия, за счет свойств динамической связи. Для этого удобно рассмотреть систему в предположении, что $T^{(0)} \Rightarrow 0$. Тогда

$$\mathbf{m}_{\Sigma}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{x}(\mathbf{t})}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}_{\Sigma}\frac{\mathbf{dx}(\mathbf{t})}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}_{\Sigma}\mathbf{x}(\mathbf{t})=\mathbf{0}, \qquad (2.12)$$

где $\mathbf{m}_{\Sigma}=\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$; $\mathbf{h}_{\Sigma}=\begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & h_{3,1}-\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 \\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2}-\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 \\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3}-\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 \end{bmatrix}$;

$$\mathbf{c}_{\Sigma}=\begin{bmatrix} c_{1,1}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_1 & c_{2,1}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_1 & c_{3,1} \\ c_{1,2}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_2 & c_{2,2}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_2 & c_{3,2} \\ c_{1,3}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_3 & c_{2,3}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_3 & c_{3,3} \end{bmatrix}.$$

Структура матрицы $\mathbf{h}_{\Sigma}$ и $\mathbf{c}_{\Sigma}$ отличается от $\mathbf{h}$ и $\mathbf{c}$ тем, что они за счет процесса резания становятся не симметричными. Матрица $\mathbf{m}_{\Sigma}$ остается неизменной, т.к. $\mathbf{m}_{\Sigma}=\mathbf{m}$. Матрицы $\mathbf{h}_{\Sigma}$ и $\mathbf{c}_{\Sigma}$ можно представить в виде суммы симметричных ($\mathbf{h}_{\Sigma}^{(\mathbf{c})}$. $\mathbf{c}_{\Sigma}^{(\mathbf{c})}$) и кососимметричных ($\mathbf{h}_{\Sigma}^{(\mathbf{k})}$. $\mathbf{c}_{\Sigma}^{(\mathbf{k})}$) составляющих

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{\Sigma}&=\mathbf{h}_{\Sigma}^{(\mathbf{k})}+\mathbf{h}_{\Sigma}^{(\mathbf{c})}; \\ \mathbf{c}_{\Sigma}&=\mathbf{c}_{\Sigma}^{(\mathbf{k})}+\mathbf{c}_{\Sigma}^{(\mathbf{c})}, \end{aligned} \qquad (2.13)$$

где

$$\mathbf{h}_{\Sigma}^{(\mathbf{c})}=\begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & \Leftrightarrow \\ h_{1,2} & h_{2,2} & \Leftrightarrow \\ h_{3,1}-0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 & h_{3,2}-0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_2 & \Leftrightarrow \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Leftrightarrow & h_{3,1}-0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 \\ \Leftrightarrow & h_{3,2}-0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_2 \\ \Leftrightarrow & h_{3,3}-\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_3 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{h}_{\Sigma}^{(k)}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 \\ 0 & 0 & 0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_2 \\ -0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_1 & -0{,}5\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]\chi_2 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c}_{\Sigma}^{(\mathbf{c})}=\begin{bmatrix} c_{1,1}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_1 & c_{2,1}+0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}[t_P^{(0,*)}\chi_1+S_P^{(0)}\chi_2] & \Leftrightarrow \\ c_{2,1}+0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}[t_P^{(0,*)}\chi_1+S_P^{(0)}\chi_2] & c_{2,2}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_2 & \Leftrightarrow \\ c_{1,3}+0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_3 & c_{2,3}+0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_3 & \Leftrightarrow \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Leftrightarrow & c_{1,3}+0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_3 \\ \Leftrightarrow & c_{2,3}+\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_3 \\ \Leftrightarrow & c_{3,3} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c}_{\Sigma}^{(k)}=\begin{bmatrix} 0 & -0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}[t_P^{(0,*)}\chi_1+S_P^{(0)}\chi_2] & \Leftrightarrow \\ 0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}[t_P^{(0,*)}\chi_1+S_P^{(0)}\chi_2] & 0 & \Leftrightarrow \\ 0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_3 & 0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_3 & \Leftrightarrow \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Leftrightarrow & -0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}S_P^{(0)}\chi_3 \\ \Leftrightarrow & -0{,}5\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}\chi_3 \\ \Leftrightarrow & 0 \end{bmatrix}.$$

Известно [163, 164], что если матрицы $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(c)}$ и $\mathbf{c}_{\Sigma}^{(c)}$ становятся отрицательно определенными, то вариации параметров матрицы $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(k)}$ и $\mathbf{c}_{\Sigma}^{(k)}$ могут привести к самовозбуждению системы. Таким образом, система становится структурно неустойчивой [169-173] при условии, если одна из матриц $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(c)}, \mathbf{c}_{\Sigma}^{(c)}$ становятся отрицательно определенной.

Анализ зависимости сил, формируемых матрицами (2.13), от параметров позволяет выполнить качественный анализ их влияния на устойчивость. Из (2.13) можно определить условия, при которых матрицы $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(c)}, \mathbf{c}_{\Sigma}^{(c)}$ становятся отрицательно определенными. Во всех случаях потенциальная потеря устойчивости возрастает при увеличении коэффициента $K_{\Sigma} = \rho t_P^{(0,*)} S_P^{(0)}$. При варьировании скорости $V_3 = \pi D \Omega_3$ вероятность потери устойчивости возрастает в среднескоростном диапазоне. Во всех случаях для повышения устойчивости необходимо увеличивать диагональные элементы матриц $\mathbf{h}$, $\mathbf{c}$, то есть необходимо увеличивать общую жесткость и диссипацию подсистем со стороны инструмента и заготовки. При заданных параметрах подсистемы инструмента простым решением является согласование технологических режимов с требованием устойчивости равновесия. Приведенные данные показывают, что всегда при увеличении ρ и $t_P^{(0)}$ система становится более склонной к потере устойчивости. Поэтому при обработке материала с высоким пределом прочности, а также при больших припусках склонность системы к самовозбуждению возрастает. На устойчивость оказывает влияние вязкость обрабатываемого материала и величина подачи, от которых зависит постоянная времени стружкообразования. Однако ее влияние противоречиво, как и влияние скорости резания.

Необходимо отметить, что за счет сил, формируемых кососимметричными матрицами $\mathbf{c}_{\Sigma}^{(k)}$, $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(k)}$, траектории деформаций в отклонениях от $\mathbf{X}^*$ осуществляются в форме прецессионных колебаний, что хорошо известно из практики. Анализ кососимметричных матриц упругости $\mathbf{c}_{\Sigma}^{(k)}$ и скоростных коэффициентов $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(k)}$ показы-

вает, что условие $\mathbf{h}_{\Sigma}^{(k)} = 0$ возможно лишь при $\chi_1 = \chi_2 = 0$. Это условие, при котором деформации в подсистеме инструмента имеют только одно направление. Что касается циркуляционных сил, то их обнуление, как это вытекает из (2.13), возможно лишь при условии $\chi_1 = \chi_2 = \chi_3 = 0$. Это условие при резании лишено смысла.

На формирование колебаний и соответствующих им сил в виде пространственных гистерезисных траекторий обратили внимание уже первые исследования вибраций при резании [12-15]. Отмечается, что при колебаниях движение инструмента в сторону заготовки и от нее не совпадают, то есть всегда существует некоторый гистерезис, который был положен в основу объяснения образования автоколебаний. Приведенный анализ показал, что неоднозначность траекторий сил и деформаций являются следствием не потенциальности матриц упругости и скоростных коэффициентов, и других траекторий быть не может. Гироскопические и циркуляционные составляющие сил формируются всегда, если рассматриваются пространственные колебания, а модели упругих подсистем инструмента и заготовки не являются скалярными, что является общим свойством механических систем [80-82,174,175]. Таким образом, вибрации инструмента могут быть не причиной потери устойчивости, а эффектом свойств ДСР и контакта с заготовкой.

В приведенном анализе математическая модель ДСР не учитывала вариации и запаздывание сил резания по отношению к срезаемому слою, при этом очевидно, что по первому приближению модели $\frac{\rho}{1+T^{(0)}p} = \rho(1-T^{(0)}p+..)$ и $\rho\exp(-T^{(0)}p) = \rho(1-T^{(0)}p+..)$ совпадают. Поэтому принципиально эти звенья дают один и тот же эффект при рассмотрении устойчивости равновесия. Такой же эффект имеет место и при использовании нелинейной зависимости сил от скорости резания в виде модернизированной модели Релея. Поэтому модели динамической связи в виде апериодического звена [21, 23, 61-67], звена чистого запаздывания [22, 24, 25] и в виде нелинейной зависимости сил от скорости резания [13-15, 28-33] опираются при анализе устойчивости на один и тот же феномен. Однако совместно эти эффекты лишь усиливают склонность системы к потере устойчивости.

Самый распространенный взгляд на механизм потери устойчивости связан с регенеративным эффектом [16-20, 41-60]. Для этого случая структурная схема линеаризованного уравнения в вариациях практически не меняется и соответствует рис.2.2, но в связь, формируемую деформациями по направлению X_2, необходимо добавить элемент «$[1-\exp(-Tp)]$», определяющий регенеративное самовозбуждение. Тогда для анализа устойчивости можно воспользоваться частотным критерием Найквиста [171] и проанализировать АФЧХ системы в разомкнутом состоянии, то есть

$$\begin{aligned} W_{\Sigma}(j\omega) = \frac{\rho}{1+T^{(0)}j\omega}\{\{1+\mu\exp(-\zeta V_3)\}S_P^{(0)}W_{F_0,X_1}(j\omega) + \\ +[1+\mu\exp(-\zeta V_3)]t_P^{(0,*)}W_{F_0,X_2}(j\omega)[1-\exp(-T^{(0)}j\omega)] - \\ -\rho\mu\zeta t_P^{(0,*)}S_P^{(0)}\exp[-\zeta(V_3)]W_{F_0,X_3}(j\omega)j\omega\}, \end{aligned} \qquad (2.14)$$

где $W_{F_0,X_1}(j\omega)=\dfrac{\Delta_1(j\omega)}{\Delta(j\omega)}$; $W_{F_0,X_2}(j\omega)=\dfrac{\Delta_2(j\omega)}{\Delta(j\omega)}$; $W_{F_0,X_3}(j\omega)=\dfrac{\Delta_3(j\omega)}{\Delta(j\omega)}$;

$$\Delta(j\omega)=\begin{bmatrix} [mp^2+h_{1,1}p+c_{1,1}] & [h_{2,1}p+c_{2,1}] & [h_{3,1}p+c_{3,1}] \\ [h_{1,2}p+c_{1,2}] & [mp^2+h_{2,2}p+c_{2,2}] & [h_{3,2}p+c_{3,2}] \\ [h_{1,3}p+c_{1,3}] & [h_{2,3}p+c_{2,3}] & [mp^2+h_{3,3}p+c_{3,3}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta_1(j\omega)=\begin{bmatrix} \chi_1 & [h_{2,1}p+c_{2,1}] & [h_{3,1}p+c_{3,1}] \\ \chi_2 & [mp^2+h_{2,2}p+c_{2,2}] & [h_{3,2}p+c_{3,2}] \\ \chi_3 & [h_{2,3}p+c_{2,3}] & [mp^2+h_{3,3}p+c_{3,3}] \end{bmatrix};\ \Delta_2(j\omega)=\begin{bmatrix} [mp^2+h_{1,1}p+c_{1,1}] & \chi_1 & [h_{3,1}p+c_{3,1}] \\ [h_{1,2}p+c_{1,2}] & \chi_2 & [h_{3,2}p+c_{3,2}] \\ [h_{1,3}p+c_{1,3}] & \chi_3 & [mp^2+h_{3,3}p+c_{3,3}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta(j\omega)=\begin{bmatrix} [mp^2+h_{1,1}p+c_{1,1}] & [h_{2,1}p+c_{2,1}] & \chi_1 \\ [h_{1,2}p+c_{1,2}] & [mp^2+h_{2,2}p+c_{2,2}] & \chi_2 \\ [h_{1,3}p+c_{1,3}] & [h_{2,3}p+c_{2,3}] & \chi_3 \end{bmatrix}.$$

Частотные характеристики $W_{F_0,X_i}(p), i=1,2,3$ можно представить в следующей мультипликативной форме

$$W_{F_0,X_i}(p)=g_iW^0_{F_0,X_i}(p);\ i=1,2,3;\ p=j\omega, \qquad (2.15)$$

где

$$W^0_{F_0,X_i}(p)=\frac{(1+2\xi_1^{(i)}T_1^{(i)}p+(T_1^{(i)})^2p^2)(1+2\xi_2^{(i)}T_2^{(1)}p+(T_2^{(i)})^2p^2)}{(1+2\xi_1T_1p+(T_1)^2p^2)(1+2\xi_2T_2p+(T_2)^2p^2)(1+2\xi_3T_3p+(T_3)^2p^2)}, i=1,2,3, p=j\omega;$$

$\Delta_g = [c_{i,s}], i,s = 1,2,3; \Delta_{g_1} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}; \Delta_{g_2} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \chi_1 & c_{3,1} \\ c_{1,2} & \chi_2 & c_{3,2} \\ c_{1,3} & \chi_3 & c_{3,3} \end{bmatrix}; \Delta_{g_3} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & \chi_1 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & \chi_2 \\ c_{1,3} & c_{2,3} & \chi_3 \end{bmatrix}; g_i = \Delta_{g_i} / \Delta_g$ -

статические коэффициенты преобразования модуля силы резания в деформации, имеющие смысл податливости. Структура АФЧХ $W^0_{F_0,X_i}(p)$ такова, что в ней периодически повторяются резонансы на частотах $\Omega_i = (T_i)^{-1}, i = 1,2,3$ и антирезонансы, - на частотах $\Omega^{(S)}_i = (T_i^{(s)})^{-1}, i,s = 1,2$. Если принять во внимание дополнительно динамические свойства подсистемы заготовки, то, строго говоря, количество степеней свободы всех взаимодействующих подсистем определяет количество резонансов. Они отображаются в частотных характеристиках процесса резания в виде отдельных всплесков колебательных смещений возмущенной системы резания.

Независимо от количества степеней свободы подсистем, их АФЧХ обладают свойством: амплитудно-частотные характеристики $Mod\{W^0_{F_0,X_i}(j\omega)\}$ при $\omega \in (0,\infty)$ имеют ограничения на вариации аргумента $Arg\{W^0_{F_0,X_i}(j\omega)\} \in (-\pi,0)$, то есть система без процесса резания является абсолютно устойчивой. Поэтому потеря устойчивости возможна за счет дополнительных фазовых сдвигов между деформациями и силами, которые определяются связью, формируемой резанием. Как уже отмечено, дополнительные фазовые сдвиги могут моделироваться, например, апериодическим звеном, а также элементом регенерации сил. Выражение (2.14) показывает, что динамическая связь имеет три составляющих, но главное значение имеет связь по деформационным смещениям в направлении X_2. Эта связь формирует и регенеративное самовозбуждение. Проанализируем ее влияние подробнее. В этом случае вместо (2.14) необходимо рассматривать уравнение

$$W_\Sigma(j\omega) \approx \frac{\rho}{(1+T^{(0)}\omega j)}\{g_2 t_P^{(0,*)} W_{F^{(o)},X_2}(j\omega)[1-\exp(-T\omega j)]\}\ . \qquad (2.16)$$

На рис. 2.5 приведены примеры АФЧХ $W_{0,1}(j\omega) = \frac{\rho}{(1+T^{(0)}\omega j)}\{g_2 t_P^{(0,*)} W_{F^{(0)},X_2}(j\omega)\}$ и $W_{0,2}(j\omega) \approx \frac{\rho}{(1+T^{(0)}\omega j)}\{g_2 t_P^{(0,*)} W_{F^{(0)},X_2}(j\omega)[1-\exp(-T\omega j)]\}$. Иллюстрации «a», «b» и «c» относятся к случаю $\Omega \langle\langle \Omega_i$, «d» – к случаю, когда $\Omega \rangle \Omega_i$. Если $\Omega \langle\langle \Omega_i$, то в АФЧХ можно выде-

лить частоты $\omega_i = 2\pi(T)^{-1} i$, на которых $\{1-\exp(-j\omega T)\} = 0$. В окрестностях точек ω_i АФЧХ формируются кривые типа циклоид. За счет быстрого вращения фазы в окрестностях ω_i чередования областей устойчивости и неустойчивости при вариациях частоты Ω слабо выражено. Оно проявляется только при частотах Ω, близких к Ω_i.

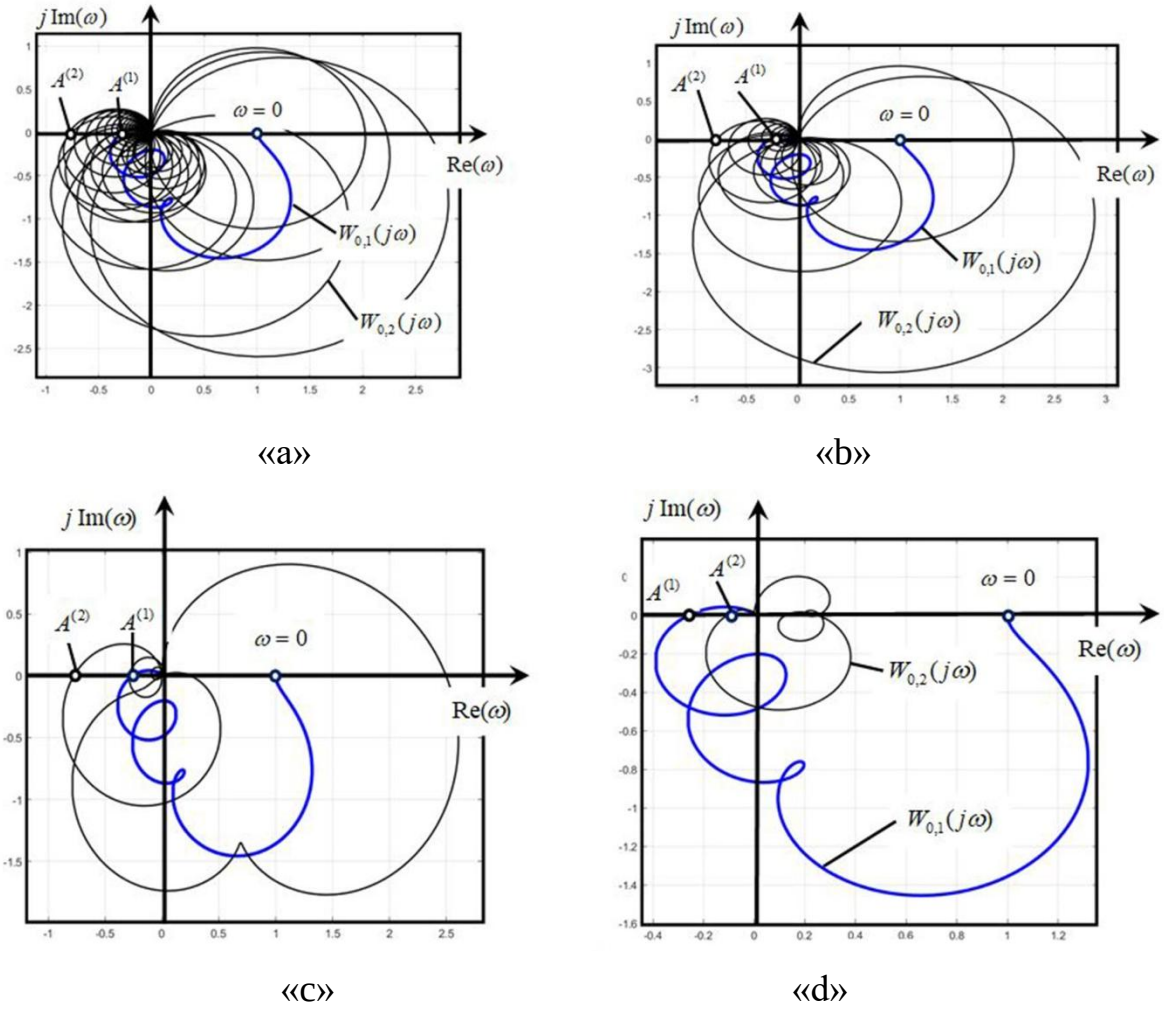


Рис. 2.5 – АФЧХ $W_{0.1}(j\omega)$ и $W_{0,2}(j\omega)$ при параметрах $T_1 = 1, T_2 = 3_1, T_3 = 5, T_1^{(2)} = 2, T_2^{(2)} = 4$, $\xi_i = 0{,}08, i = 1,2,3 : \xi_i^{(2)} = 0{,}08,\ s = 1,2$: a $-T = 100$; b- $T = 50$; c - $T = 1$: d - $T = 0{,}5$

Потеря устойчивости зависит от затухания, вносимого $W_{F^{(o)},X_2}(j\omega)$, а также динамической характеристикой процесса стружкообразования. Если $\Omega \rangle \Omega_i$, то вариации T может повышать запас устойчивости (сравните рис. 2.5 «a», «b», «c» и «d»). При выборе диапазона изменения Ω необходимо учитывать, что увеличение частоты вращения заготовки ограничено условиями параметрического самовоз-

буждения [176-181], например, шпиндельной группы станка. При этом необходимо учитывать, что даже идеально сбалансированный ротор шпинделя после взаимодействия с процессом резания может нарушить условия динамической балансировки, и в системе вращения ротора возникают параметрические явления.

Приведем пример изменения области устойчивости в плоскости параметров «$\rho - V_3$» для случая, когда дополнительно учитывается влияние регенерации сил резания (рис. 2.6).

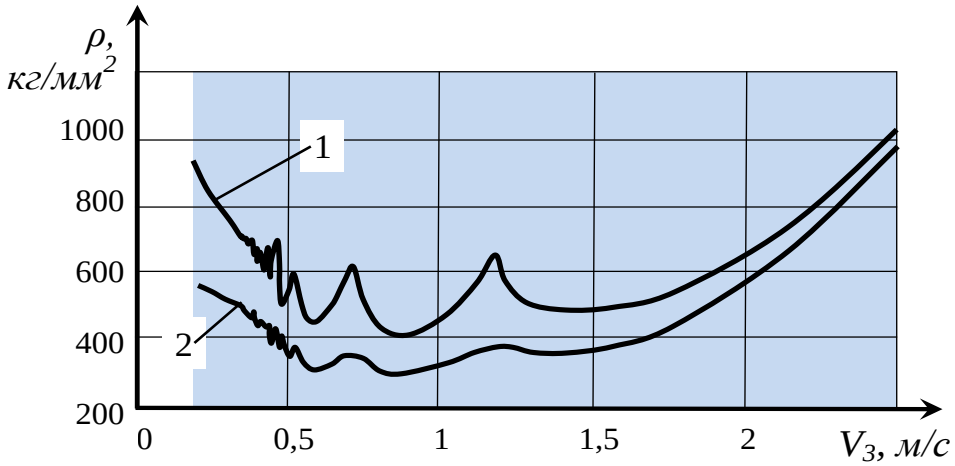


Рис. 2.6 – Пример области устойчивости в плоскости варьируемых параметров «$\rho - V_3$»

В отличие от рис. 2.4 рассмотрим две упругих подсистемы (табл. 2.3), отличающиеся податливостью в направлении X_3.

Таблица 2.3 – Матрицы скоростных коэффициентов и упругости

№ п/п	$h_{1,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{2,2}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{3,3}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с / мм$
1, 2	0,25	0,15	0,15	0,1	0,08	0,08
	$c_{1,1}$, $кг / мм$	$c_{2,2}$, $кг / мм$	$c_{3,3}$, $кг / мм$	$c_{1,2} = c_{2,1}$, $кг / мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}$, $кг / мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}$, $кг / мм$
1	1000	800	800	200	100	100
2	1000	800	500	200	50	50

Система устойчива ниже приведенных кривых. Области устойчивости вычислены при продольном точении на технологических режимах: $t_p^{(0)} = 2$ *мм*, $S_p^{(0)} = 0.1$ *мм*. Материал: горячекатаный пруток из стали 45, диаметром $D = 40{,}0$ *мм*. Фигуративные линии на рис. 2.6 построены на основе цифрового моделирования динамической системы. Программа и Simulink-модель для исследо-

вания динамики процесса резания приведена в приложении П.1. Как видно, увеличение податливости в направлении скорости резания повышает склонность к потере устойчивости равновесия. Здесь же мы отметим, что в отличие от рис. 2.4 на рис. 2.6 видны периодические всплески потери устойчивости по мере возрастания скорости резания. Причем, они нивелируются в области малых скоростей, так как при малых скоростях резания значение постоянной времени стружкообразования возрастает и, следовательно, увеличивается демпфирующее влияние процесса резания на колебания [142]. Кроме этого, время одного оборота заготовки возрастает, как и время запаздывания в интегральном операторе формирования подачи. Время импульсной реакции на регенеративное силовое возмущение по отношению ко времени одного оборота детали уменьшается и система после возмущения «успевает» вернуться к своему исходному устойчивому состоянию.

Приведенные результаты анализа, выполненного на основе разработанного математического инструментария, позволяют сделать следующие выводы об устойчивости точек равновесия системы.

1. Расширение области неустойчивого равновесия сильно связано с увеличением коэффициента самовозбуждения системы, в котором основное влияние оказывает параметр ρ и глубина резани. В свою очередь, параметр ρ, прежде всего, зависит от предельного напряженного состояния материала в области стружкообразования, которое всегда возрастает при увеличении предела прочности обрабатываемого материала [182-185].

2. Вариации скорости резания оказывают противоречивое влияние на устойчивость. Причем, максимальное уменьшение предельного значения ρ соответствует скоростному диапазону (0,5-1,0) м/с, что качественно совпадает с экспериментальными результатами интенсивности вибраций [23].

3. Изменениям параметров ρ и $T^{(0)}$ соответствует смещение корней характеристического полинома системы (2.11) к мнимой оси. Поэтому затухание, вносимое системой, уменьшается при приближении системы к потере устойчивости, а

приближении системы к потере устойчивости вызывает увеличение вибраций, вызванных неуправляемыми внешними возмущениями.

4. Чувствительность устойчивости к малым вариациям параметров возрастает по мере приближения корней характеристического полинома системы к мнимой оси. Поэтому, как и для систем автоматического регулирования, можно рассматривать проблемы робастной устойчивости [186, 187]. Это особенно актуально при выборе технологических параметров, в которых траектории формообразующих движений являются асимптотически устойчивыми.

5. При анализе зависимости устойчивости от скорости резания необходимо принимать во внимание противоречивое ее влияние на устойчивость. С одной стороны, увеличение $T^{(0)}$ приводит к возрастанию фазовых сдвигов между **X**, **Y** и силами F, что способствует потере устойчивости. С другой стороны, увеличение $T^{(0)}$ вызывает возрастание затухания, вносимого процессом резания на колебания, что способствует стабилизации равновесия. Благодаря раскрытию этого сложного влияния объясняется существование экстремальной зависимости в потере устойчивости равновесия при увеличении скорости резания. Аналогичное качественное влияние на устойчивость оказывает вязкость материала.

6. При анализе изменения величины подачи также обнаружено ее противоречивое влияние на устойчивость. Здесь необходимо учитывать, что при увеличении величины подачи, с одной стороны, возрастает площадь срезаемого слоя и при этом увеличивается склонность системы к потере устойчивости. С другой, - увеличение площади срезаемого слоя вызывает увеличение затухания в упругой подсистеме инструмента. Поэтому во многих случаях увеличение подачи в пределах (0,01-0,1) мм/об приводит к повышению устойчивости [142], но дальнейшее ее увеличение обладает обратным эффектом. Причем, эта тенденция сохраняется практически при вариациях скорости резания в широком диапазоне.

7. Так как глубина резания на традиционных технологических режимах на порядок больше величины подачи, то основное влияние на устойчивость имеет параметр $\rho\{1+\mu\exp(-\varsigma V_3)\}t_P^{(0,*)}$. Он пропорционально возрастает при увеличении

глубины. Это экспериментально хорошо известное положение о существовании предельной глубины резания при анализе устойчивости.

8. Уменьшение добротности колебательных контуров, формируемых взаимодействующими через процесс обработки подсистемами инструмента и заготовки, всегда уменьшает склонность системы к самовозбуждению. Это также известный экспериментально факт [39, 40].

9. Устойчивость зависит и от геометрических параметров режущего инструмента, изменение которых вызывает вариации угловых коэффициентов ориентации сил резания. Влияние геометрии инструмента на устойчивость подробно изложено в наших публикациях [155, 156]. Таким образом, приведенный математический инструментарий позволяет проанализировать не только устойчивость равновесия, но и определить области технологических параметров, в которых ТИЭС являются устойчивыми.

2.3 Изучение притягивающих множеств деформаций в окрестности равновесия

Если точка равновесия в системе становится неустойчивой, или в случае изучения возмущенной динамической системы резания (этот вопрос будет рассмотрен в следующей главе) линеаризованное представление о системе становится неприемлемым. Площадь срезаемого слоя является мультипликативной формой текущих значений глубины резания и величины подачи, рассматриваемых с учетом деформационных смещений. Она образует нелинейную связь, от которой зависят силы резания, если рассматриваются большие деформации. При развитии периодических движений в окрестности равновесия в систему (1.10) необходимо ввести дополнительные связи, ограничивающие колебания инструмента в области контакта задних граней инструмента и заготовки. Все эти нелинейные связи при развитии упругих деформационных смещений приводят к образованию сложных нелинейных реакций системы резания, например, притягивающие множества, не рассматриваемые ранее в известных работах [188-191].

2.3.1 Моделирование нелинейных связей и их свойства

Прежде всего, остановимся на моделировании дополнительных связей, формируемых в контакте задних граней инструмента и заготовки. Это силы, обозначенные на рис. 2.7 символами $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi^{(1)}}$.

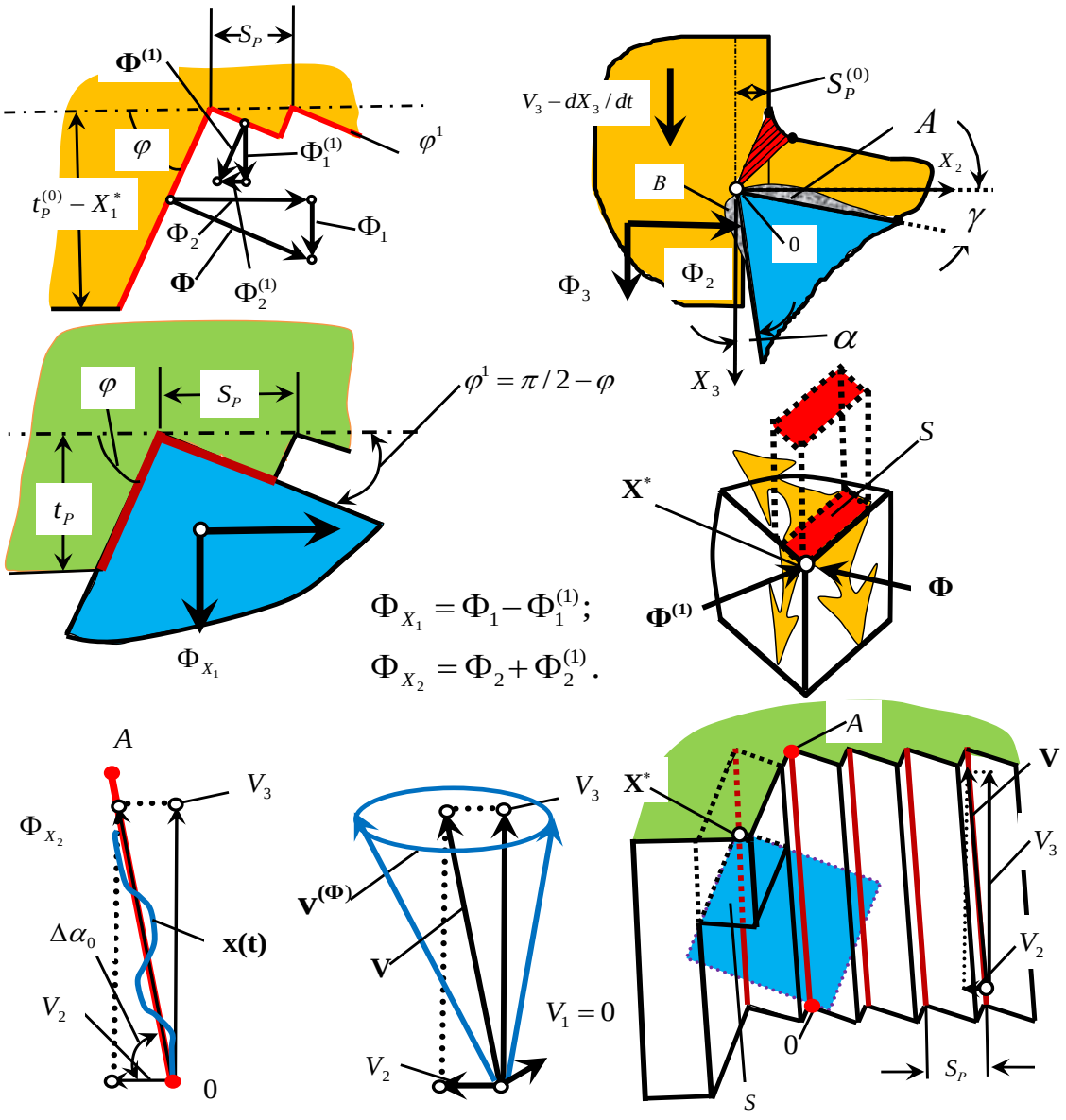


Рис. 2.7 – Схема образования дополнительных сил $\mathbf{\Phi_X} = \{\Phi_{X_1}, \Phi_{X_2}, \Phi_{X_3}\}^T$ по задним граням инструмента и заготовки на примере обработки абсолютно жесткой заготовки

Их необходимо выразить через координаты состояния динамической системы резания. Так как в этой главе рассматривается продольное точение вала неизменного диаметра D на постоянных технологических режимах $S_P^{(0)} = const$,

$t_P^{(0)} = const$, $V_3^{(0)} = const$, то после переходных процессов, связанных с врезанием инструмента в заготовку, устанавливается траектория «$0-A$».

Если точка равновесия $\mathbf{X}^*$ является устойчивой, то прямая «$0-A$» является аттрактором. При отклонении от него поверхности инструмента **x(t)** происходит сближение задних граней инструмента и заготовки. В этом случае образуются дополнительные силы по задней поверхности инструмента $\mathbf{\Phi}$ и по вспомогательной задней грани $\mathbf{\Phi^{(1)}}$. Они действуют по нормали к поверхности контакта, так как задний угол инструмента α является малым. Составляющая силы по направлению X_3 отличается от нормальной составляющей на коэффициент трения. Формируемый аттрактор «$0-A$» представляет прямые отрезки, как показано на рис. 2.7.

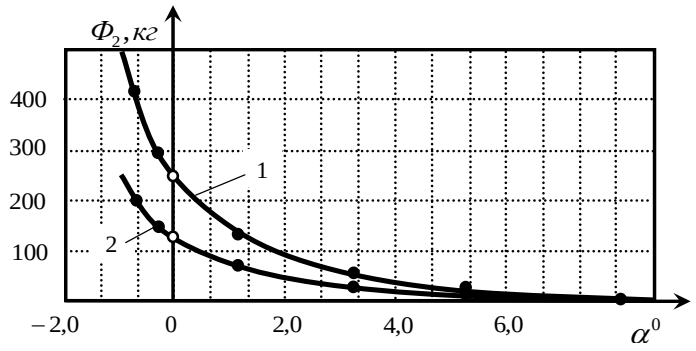


Рис. 2.8 –Пример аппроксимации изменения модуля силы по задней грани инструмента при точении СТ20Х с t_p=2,0 мм (1) и t_p=1,0 мм (2), S_p=0,1 мм, V_3= 1,5 м/с

Если вершина инструмента движется по направлению «$0-A$», то силами, формируемыми в областях сопряжения задних граней с поверхностью заготовки, можно пренебречь. В противном случае образуются дополнительные силы $\mathbf{\Phi}_\mathbf{X} = \{\Phi_{X_1}, \Phi_{X_2}, \Phi_{X_3}\}^T \in \Re^{(3)}$. Они определяются суммой сил $\mathbf{\Phi}_\mathbf{X} = \mathbf{\Phi} + \mathbf{\Phi^{(1)}}$, формируемых в областях контакта главной и вспомогательной задних граней. В случае изменения направления скорости резания происходит изменение заднего угла режущего инструмента α, соответственно быстро возрастают силы, действующие на заднюю грань инструмента [23] (рис.2.8). При отрицательных углах силы возрастают до значений, при которых в области контакта задней грани наблюдается значительная пластическая деформация и проявляются многие эффекты, характерные для высоконагруженных узлов трения [74-76].

Зависимость сил, действующих на заднюю грань инструмента от угла α удобно аппроксимировать экспоненциальной кривой, как показано на рис. 2.8.

При увеличении α силы асимптотически стремятся к нулю, и они резко увеличиваются при $\alpha\langle 0$. Не нарушая общности, будем рассматривать точение четырехгранными пластинами. Тогда справедливы соотношения между задними углами в плане инструмента: $\varphi+\varphi^1=\pi/2$. Тогда для нормальных составляющих сил $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi^{(1)}}$ справедливо

$$\begin{aligned} \Phi_2(\alpha_\Sigma) &= \rho_0(t_P^{(0)} - X_1)[\sin(\varphi)]^{-1}\exp[-\psi\alpha_\Sigma(t)]; \\ \Phi_2^{(1)}(\alpha_\Sigma^1) &= \rho_0 S_P(t)\cos(\varphi^1)^{-1}\exp[-\psi\alpha_\Sigma^1(t)], \end{aligned}, \qquad (2.18)$$

где ρ_0 - нормированный к длине контакта главного и вспомогательного режущих лезвий коэффициент, имеющий смысл жесткости в $[кг/мм]$; φ - главный задний угол в плане режущего инструмента; α_Σ и α_Σ^1 - углы наклона задних граней с учетом изменения текущих скоростей; ψ - коэффициент наклона в $[рад^{-1}]$; φ^1 - вспомогательный задний угол в плане режущего инструмента (рис. 2.7).

Если $\varphi=\pi/2$, то длина режущего лезвия при движении по аттрактору равна глубине $(t_P^{(0)} - X_1^*)$ с учетом упругой его деформации, а длина вспомогательного режущего лезвия равна $S_P^{(0)}$. Силы $\mathbf{\Phi_X}$ расположены в той же системе координат, что и деформационные смещения $\mathbf{X}$, и они направлены в сторону аттрактора, то есть они образуют в деформационных смещениях потенциальную яму. Это один из способов синтеза аттракторов в системах синергетического управления [141, 142], который формируется естественным образом при резании после согласования геометрии инструмента с выбранным аттрактором. Он заключается в формировании репеллеров в окрестности аттрактора. В траекториях формообразующих движений можно выделить следующие составляющие (рис. 2.9).

1) Установившиеся траектории исполнительных элементов станка $\mathbf{L}$, $\mathbf{V}$ и соответствующие им технологические режимы $S_P^{(0)}$, $t_P^{(0)} - X_1^{(*)}, V_P^{(0)}$.

2) Установившиеся траектории формообразующих движений $\mathbf{L^{(\Phi)}}, \mathbf{V^{(\Phi)}}$. Они смещены по отношению к траекториям $\mathbf{L}$, $\mathbf{V}$ на величину упругих деформационных смещений $\mathbf{X}^* = const$.

3) Упругие деформационные смещения относительно аттрактора формообразующих движений $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}^T$. Здесь $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^*$ (рис. 2.7).

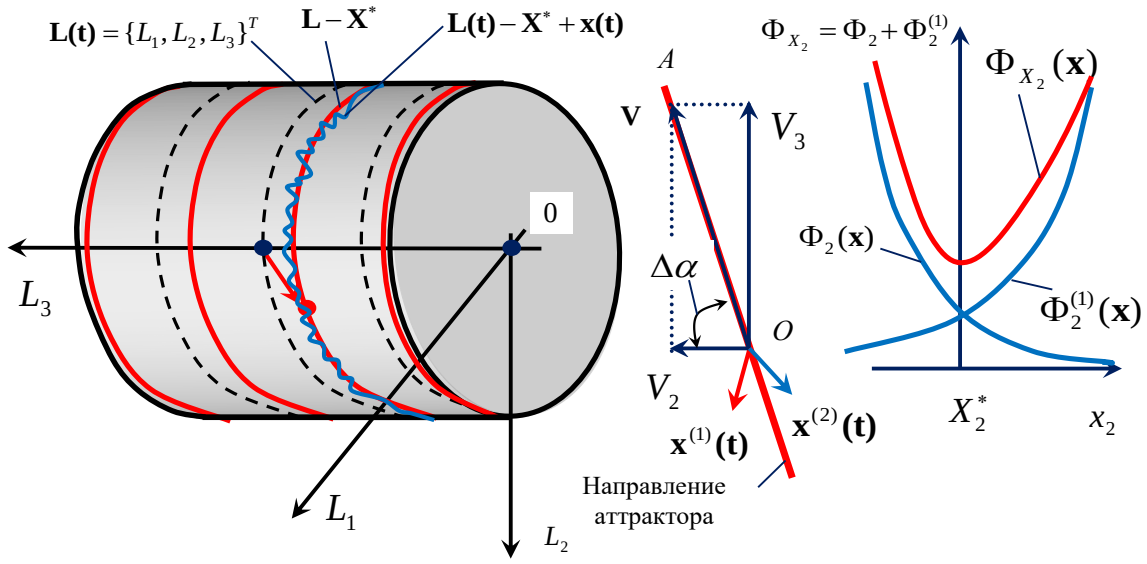


Рис. 2.9 – Представление зависимости сближения задней грани инструмента с поверхностью заготовки от траекторий движения инструмента

Для представления сил $\mathbf{\Phi_X}$ в координатах состояния вычислим задние углы по отношению к ориентации режущих лезвий. Здесь положительным является направление сближения граней с заготовкой. Тогда

$$\begin{cases} \alpha_\Sigma(t) = \alpha + \Delta\alpha(t) = \alpha + arctg\{\dfrac{v_{X,1}(t)cos\varphi + [V_2 - v_{X,2}(t)]\sin\varphi}{V_3 - v_{X,3}(t)}\}; \\ \alpha^1_\Sigma(t) = \alpha^1 + \Delta\alpha^1(t) = \alpha^1 + arctg\{\dfrac{v_{X,1}(t)\sin\varphi - [V_2 - v_{X,2}(t)]\cos\varphi}{V_3 - v_{X,3}(t)}\}. \end{cases} \quad (2.19)$$

В частности, если $v_{X,1} = v_{X,2} = 0$, то есть упругие деформации в подвижной системе координат находятся в равновесии, то имеем

$$\begin{cases} \alpha_{\Sigma,0} = \alpha + arctg\{\dfrac{V_2\sin\varphi}{V_3}\} = const; \\ \alpha^1_{\Sigma,0} = \alpha^1 + arctg\{\dfrac{-V_2\cos\varphi}{V_3}\} = const. \end{cases}$$

Углы $arctg\{\dfrac{V_2\sin\varphi}{V_3}\}$ и $arctg\{\dfrac{-V_2\cos\varphi}{V_3}\}$ определяют направления аттракторов. В нашем случае $\sin\varphi \approx 1$ и $cos\varphi \approx 0$. Следовательно, справедливо условие, при котором деформации x_3 и x_2 относительно X_3^* и X_2^* не изменяют площади среза, и условия сближения задней грани с обработанной частью заготовки,

$$x_3V_2 - x_2V_3 = 0\,. \qquad (2.20)$$

Если имеет место соотношение $x_3V_2 \langle x_2V_3$, то наблюдается сближение задней грани и поверхности заготовки. При условии $x_3V_2 \rangle x_2V_3$, - ее отклонение. Кроме этого необходимо учесть, что обычно $V_3 \rangle\rangle V_2$, так как величина подачи ограничена сверху требованиями к шероховатости поверхности. Следовательно, компоненты вектора $\mathbf{\Phi_X}$ определяются

$$\begin{cases} \Phi_{X_1}(t) = \rho_0\{\exp(-\psi\alpha_\Sigma)\int\limits_{t-T}^{t}[V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)]d\xi\}; \\ \Phi_{X2}(t) = \rho_0\{(t_P^{(0)} - X_1^*)\exp(-\psi\alpha_\Sigma)\}; \\ \Phi_{X3}(t) = k_T\{\Phi_{X_1}(t) + \Phi_{X2}(t)\}, \end{cases} \qquad (2.21)$$

где k_T - коэффициент трения; ψ - коэффициент наклона в $рад^{-1}$. Выражение (2.21) справедливо для условия $\sin\varphi \approx 1$ и $cos\varphi \approx 0$. В общем случае, при $\varphi \neq \pi/2$, необходимо воспользоваться соотношением

$$\begin{cases} \Phi_{X_1}(t) = \rho_0\{(t_P^{(0)} - X_1)ctg\varphi\exp(-\psi\alpha_\Sigma) + \exp(-\psi\alpha_\Sigma)\int\limits_{t-T}^{t}[V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)]d\xi\}; \\ \Phi_{X2}(t) = \rho_0\{(t_P^{(0)} - X_1)\exp(-\psi\alpha_\Sigma) - \exp(-\psi\alpha_\Sigma)\int\limits_{t-T}^{t}[V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)]d\xi ctg\varphi\}; \\ \Phi_{X3}(t) = k_T\{\Phi_{X_1}(t) + \Phi_{X2}(t)\}. \end{cases} \qquad (2.22)$$

Кроме этого при больших отклонениях от аттрактора необходимо ввести в рассмотрение область определения сил, действующих на инструмент, $\mathbf{F}$, $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi^{(1)}}$, то есть $\mathbf{F_\Sigma} = \mathbf{F} + \mathbf{\Phi} + \mathbf{\Phi^{(1)}}$. Будем считать, что

$$\mathbf{F_\Sigma}(S_P^{(0)}, t_P^{(0)}, V_P, \mathbf{X}, \mathbf{v_X}) = 0, npu: V_2 \langle dX_2/dt, \quad V_3 \langle dX_3/dt, \quad t_P^{(0)} \langle X_1 \qquad (2.23)$$

то есть при нарушении контакта граней инструмента с зоной резания силы обнуляются. Отметим, что дополнительные силы формируются и в том случае если траектория движения не вышла на свой аттрактор формообразования, например, при врезании инструмента в заготовку, при обработке криволинейной поверхности и пр.

Приведенный анализ показывает, что дополнительные силы **Φ** и $\mathbf{\Phi}^{(1)}$ зависят от скоростей деформационных смещений. Они ограничивают развитие периодических движений, влияя на формируемые в окрестности равновесия различные притягивающие множества, но во многих случаях ограничивает область притяжения асимптотически устойчивого равновесия.

Следующим по значимости фактором в образовании различных притягивающих множеств деформаций является интегральный оператор формирования величины подачи (1.4) $S_P(t) = \int_{t-T}^{t} V_S(\xi) d\xi$. В этом интеграле скорость подачи определяется не только скоростью движения суппорта V_2 и частотой вращения заготовки Ω, но и скоростями упругих деформаций $\mathbf{V^{(x)} = dX/dt} = \{v_{x,1}.v_{x,2}.v_{x,3}\}^T \in \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$, а также возмущениями, например, кинематическими. Таким образом, время запаздывания T также зависит не только от частоты вращения заготовки, но и от упругих деформационных смещений, биений шпинделя и пр. Влияние этого оператора на динамику фактически эквивалентно регенеративному эффекту [192], обусловленному образованием следа от инструмента, оставленном на заготовке на предыдущем обороте. Действительно, если $V_S(t) = V_2 - v_{x,2}(t)$, $V_2 = const$ и $T = const$, то

$$S_P(t) = V_2 T - [X_2(t) - X_2(t-T)]. \qquad (2.24)$$

В (2.24) $X_2(t) - X_2(t-T)$ характеризует регенеративную связь, влиянию которой на динамику системы посвящено наибольшее число публикаций [31-36, 50-63].

В этих работах полагается $T = const$. Тем самым не принимаются во внимание скорости деформационных смещений в направлении X_3, которые способствуют самовозбуждению системы [159, 160, 192]. Например, при увеличении dX_3/dt имеет место дополнительное врезание инструмента в заготовку по отношению к движению по сформированному аттрактору (см. векторную диаграмму на рис. 2.7). При моделировании зависимости величины запаздывающего аргумента

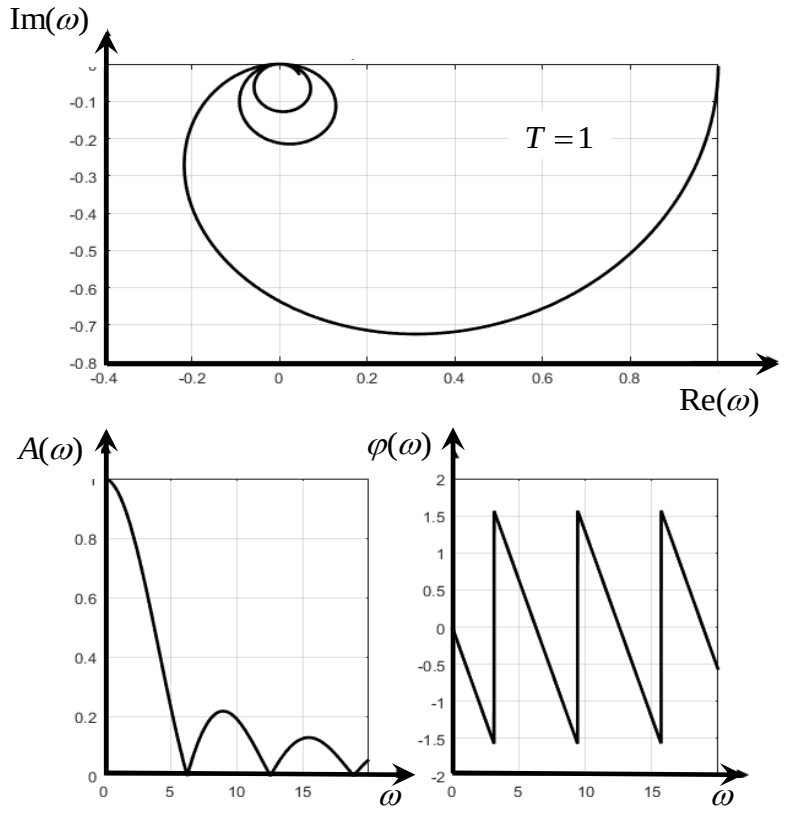


Рис. 2.10 – Годограф $W_v(j\omega)$

от скорости $v_{X,3}(t)$ необходимо дополнительно обеспечивать вычисление интеграла

$$T(t) = \int\limits_{L_3^{(\Phi)}-\pi D}^{L_3^{(\Phi)}} \frac{dL_3^{(\Phi)}}{V_P(L_3^{(\Phi)})}, \qquad (2.25)$$

где $L_3^{(\Phi)} = L_3 - x_3$. Таким образом, $T[t, D(t), \Omega(t), X_3(t]$ является функцией времени и координат состояния системы. В нашем случае $D = const.$, $\Omega = const.$ и моделирование величины запаздывающего аргумента существенно упрощается. Тем не менее, для анализа преобразования скоростей деформационных смещений в величину подачи в общем случае необходимо пользоваться численными методами.

Вначале проанализируем случай $T = const.$, который всегда рассматривался ранее [31-36, 50-63]. Для этого случая свойства интегрального оператора формирования подачи можно выяснить на основе рассмотрения его АФЧХ $W_{V_S,S_P}(j\omega) = S_P(j\omega)/V_S(j\omega)$. Так как $V_2 = const$, то

$$W_{V_S,S_P}(j\omega) = V_2 T - W_v(j\omega), \qquad (2.26)$$

где $W_v(j\omega) = \frac{1-\exp(-j\omega T)}{j\omega T}$ - АФЧХ. Она соответствует интегральному оператору $S_P(t) = \int\limits_{t-T}^{t} V_S(\xi)d\xi$ при $T = const$. Анализу подлежит годограф $W_v(j\omega)$. Как видно (рис. 2.10), на частотах, равных или кратных частоте вращения заготовки, амплитуда обращается в ноль $A = 0$. При этом аргумент (фаза φ) скачком изменяет свое значение на противоположное. По мере увеличения частоты амплитудно частот-

ная характеристика асимптотически приближается к нулю, что связано с наличием в выражении интегрирующего звена.

Ситуация принципиально изменяется, если $T = T(v_{x,3})$. Пусть в системе установились периодические вариации деформаций $\mathbf{X(t) = X(t - T)}$, которым соответствуют периодические изменения их скоростей $v_{x,3}(t) = v_{x,3}(t - T)$. Положим, что функции $V_S(t)$ и $T(t)$ состоят из постоянной и периодически изменяющихся составляющих, представленных в виде синфазного гармонического возмущения (рис 2.11)

$$\begin{aligned} V_S(t) &= V_2^{(0)}[1 - \varepsilon^{(K)} \sin(\Omega_0 t)]; \\ T(t) &= T_0[1 - \varepsilon^{(T)} \sin(\Omega_0 t)], \end{aligned} \qquad (2.27)$$

где $V_2^{(0)}$ - скорость подачи, задаваемая системой ЧПУ; $T_0 = (\Omega)^{-1}$ - время оборота также задаваемой системой ЧПУ; $\varepsilon^{(K)} = \Delta V_2^{(0)} / V_2^{(0)}$ - относительные вариации скорости подачи; $\varepsilon^{(T)} = \Delta T_0 / T_0$ - относительные вариации времени запаздывания. В (2.27) $\varepsilon^{(T)} \langle 1$ и $\varepsilon^{(K)} \langle 1$, что соответствует области их определения.

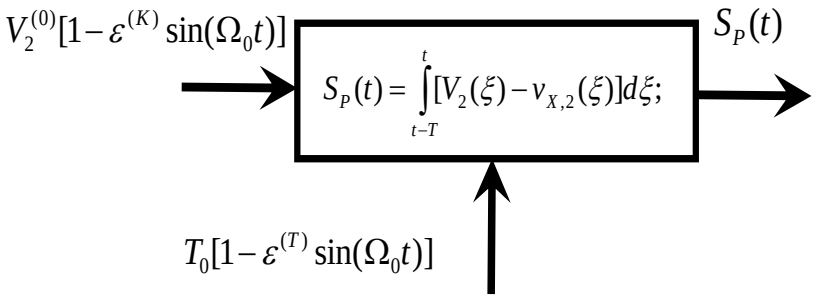
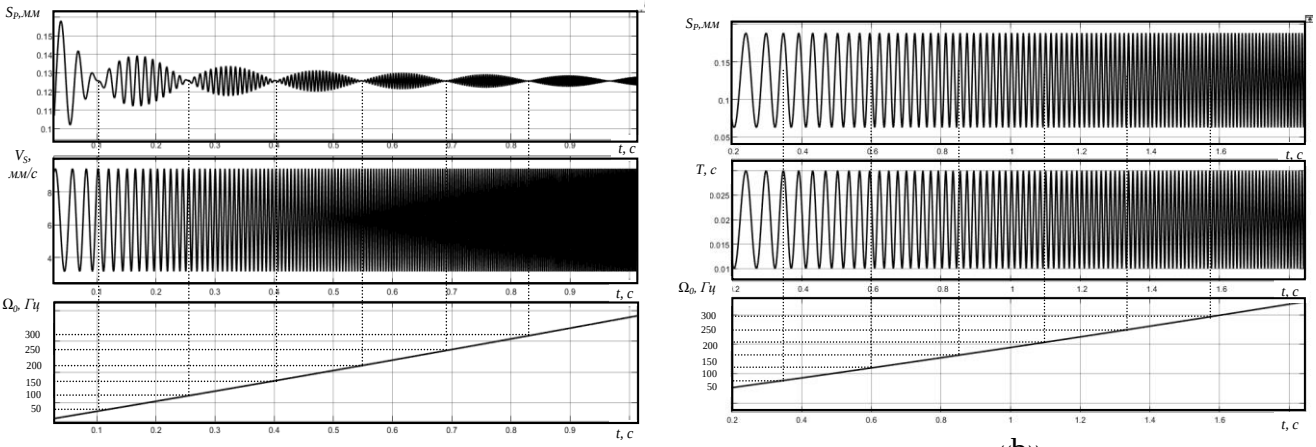


Рис. 2.11 – Схема преобразования скорости подачи и запаздывающего аргумента в величину подачи.

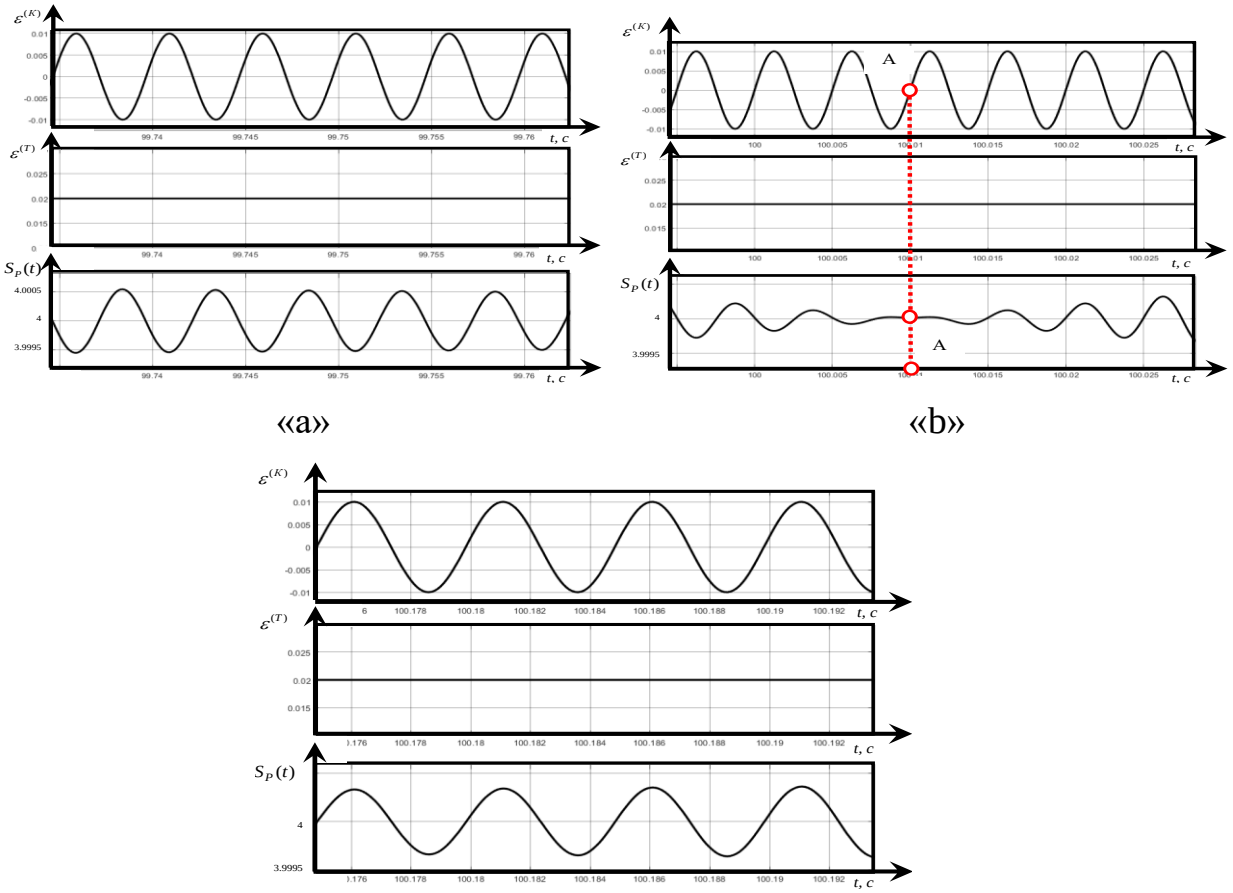
Проанализируем преобразования вариаций скорости подачи и времени запаздывания в интегральном операторе численными методами в среде Матлаб. Не останавливаясь на деталях, приведем наиболее важные результаты моделирования (рис. 2.12 - рис. 2.15). Мы видим, что в случае «а» наблюдается амплитудно-частотная модуляция в деформационных смещениях инструмента. Это связано с коэффициентом связи между скоростью подачи и величиной подачи. Он обнуляется в случае равенства или кратности частот деформационных смещений частоте вращения заготовки. При постоянной же скорости подачи, но переменном времени T в интегральном операторе подачи коэффициент связи остается не только неизменным, но и отсутствуют фазовые сдвиги между ними.



«a» «b»

Рис. 2.12 – Траектории подачи при плавном изменении скорости подачи для случаев: $\varepsilon^{(T)} = 0$, $\varepsilon^{(K)} \neq 0$ («a») и $\varepsilon^{(T)} \neq 0$, $\varepsilon^{(K)} = 0$ («b»)

Это хорошо заметно, если рассматривать участки перехода через критические точки, в которых обнуляются коэффициенты связи между колебаниями (рис. 2.13). На рис. 2.13 и рис. 2.14 частота $\Omega = (T)^{-1} = 50 Гц$.

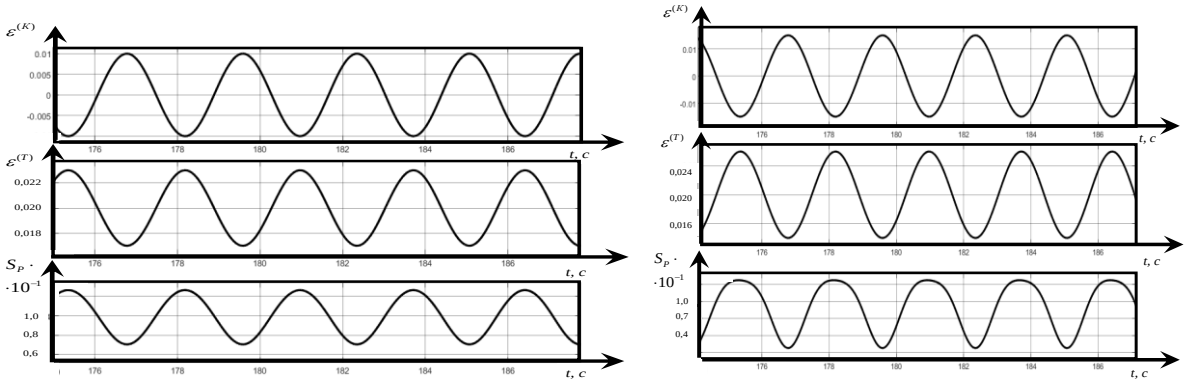


«a» «b»

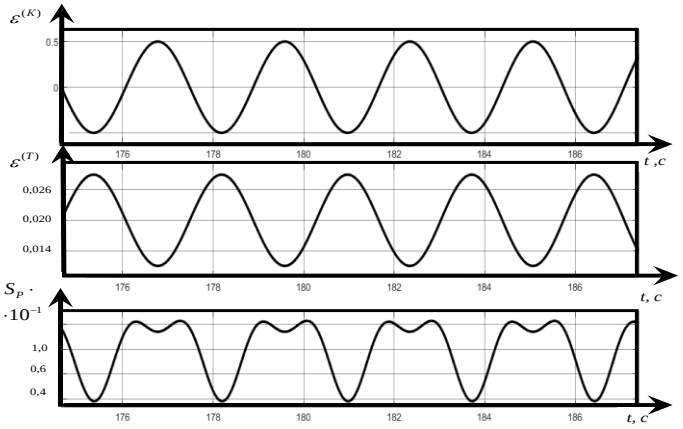
«c»

Рис. 2.13 – Траектории подачи при плавном изменении частоты в окрестности равновесия: a) до точки «A»; b) в окрестности этой точки; c) за точкой «A»

Это, например, точка «А» на рис. 2.13, обозначенная красным цветом. Мы видим, что в частотном диапазоне близком к критической точке, но в области частот, меньших $\omega = A$, колебания скоростей деформаций и величины подачи находятся практически в противофазе. При частоте $\omega = A$ наблюдается реверсирование фазы, в частотной области, расположенной выше этой точки, скорость подачи и величина подачи изменяются практически в фазе. Приведенные данные фактически вытекают из того материала, который был изложен в параграфе, посвященном анализу устойчивости равновесия. Для анализа механизмов формирования притягивающих множеств деформаций необходимо проанализировать те эффекты, которые раскрывают зависимость значения подачи от амплитуды периодических движений.



«a» «b»



«c»

Рис. 2.14 – Формирование нелинейных искажений подачи $S_P(t)$ в зависимости от амплитуды $\varepsilon^{(T)}$

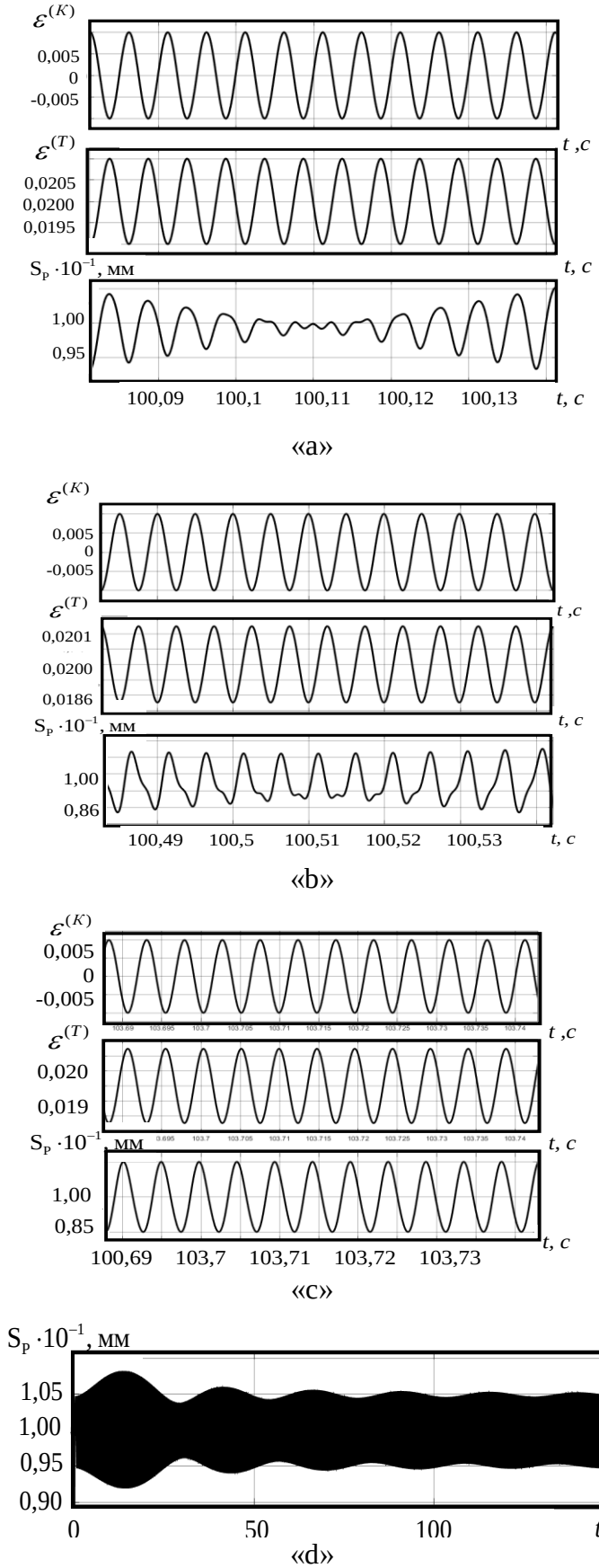


Рис. 2.15 – Изменение АФЧХ преобразования вариаций скорости подачи в величину подачи при различных амплитудах вариаций величины запаздывающего аргумента

Здесь, прежде всего, отмечается формирование нелинейных искажений в функции $S_P(t)$, зависящих от амплитуды скорости упругих деформаций инструмента. При увеличении амплитуды скорости деформаций наблюдается нелинейная зависимость, которая после усреднения по периоду вариаций величины подачи дает постоянную составляющую. Она после преобразования в площадь срезаемого слоя и соответственно силы резания приводит не только к «медленному» смещению точки равновесия, но и к образованию дополнительных гармоник в колебаниях подачи. Если дополнительно принять во внимание, что площадь срезаемого слоя формируется в результате мультипликативных взаимодействий деформаций по направлениям X_1 и X_2, то в системе резания может формироваться каскад бифуркаций удвоения и даже утроения периода колебаний, который может вызывать образование хаотической динамики в системе [190, 193, 194].

Наконец, важным свойством преобразования колебательных скоростей в направлении X_2 в текущее значение подачи $S_P(t)$ является зависимость амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик преобразования от амплитуды вариаций величины запаздывающего аргумента $T_0[1-\varepsilon^{(T)}\sin(\Omega_0 t)]$. На рис. 2.15 приведены вычисленные траектории преобразования вариаций скорости деформаций в направлении подачи в вариации величины подачи. При этом частота вариаций плавно изменяется в пределах (0-400 Гц). Приведены фрагменты этих траекторий в окрестности частоты 100 Гц, которая кратна частоте 50 Гц, то есть частоте вращения заготовки, которая остается неизменной. Отличие траекторий на рис. 2.15 «a», «b» и «c» в том, что вариации величины колебаний запаздывающего аргумента при переходе от «a» к «c» возрастает. Здесь необходимо обратить внимание на два обстоятельства. Начиная даже с малых значений вариаций времени запаздывания наблюдается постепенное нивелирование формирования точек, в которых амплитуда вариаций величины подачи обращается в ноль. Кроме этого эффект быстрого вращения фазы, характерный для систем с постоянным запаздывающим аргументом нивелируется. На отсутствие точек на частоте, в которых вариации величины подачи обнуляются, говорит и приведенный на рис. 2.15 «d» фрагмент траектории вариаций подачи при плавном изменении частоты возмущений. Для этого необходимо сравнить траектории на рис. 2.12 «a» и рис. 2.15 «d».

Анализ траекторий $\mathbf{L}^{(\Phi)}$ при больших отклонениях от точки равновесия с учетом приведенных выше нелинейных связей возможен только численными методами. Мы будем его выполнять в программном комплексе Matlab и Simulink. В этом случае необходимо рассматривать скорость и перемещение во временной области. Следовательно, необходимо рассмотреть связь периодических функций во временной и пространственной областях. В ходе моделирования в момент t_i скорость $V_3(t)_{npu:t\in(0,t_i)}$ и соответствующее ей перемещение $L_3^{(\Phi)}{}_{npu:t\in(0,t_i)}$ являются наблюдаемыми. Они являются периодическими функциями времени. Для примера пусть

$$V_3(t) = V_3^{(0)}[1 + \varepsilon^{(V)} \sin(\Omega^{(0)} t)];$$
$$L_3^{(\Phi)}(t) = V_3^{(0)}[t - \varepsilon^{(V)} (\Omega^{(0)})^{-1} \cos(\Omega^{(0)} t), \quad (2.28)$$

где $\varepsilon^{(V)} = \Delta V_3 / V_3^{(0)}$; ΔV_3 - амплитуда переменной составляющей скорости. Совокупность функций (2.28) позволяет проанализировать фазовую траекторию движения вершины инструмента. Выражение $L_3^{(\Phi)}(t)$ позволяет определить величину запаздывающего аргумента $T(t)$, как прямое отображение в рассматриваемый момент t_i через функцию $V_3^{(0)}[t - \varepsilon^{(V)} (\Omega^{(0)})^{-1} \cos(\Omega^{(0)} t)$ в $T(t_i)$ (рис. 2.16). Очевидно, что из $\Omega^{(0)} = \Omega$ следует $T = const$, что соответствует (2.27). В этом случае число периодов изменения скорости равно времени одного оборота заготовки. Если $dL_3^{(\Phi)} / dt \rangle 0 \; при \; t \in (0, \infty)$, то T является единственным, и оно монотонно изменяется при отклонении $\Omega^{(0)}$ от точек $k\Omega, \quad k = 1,2,...$

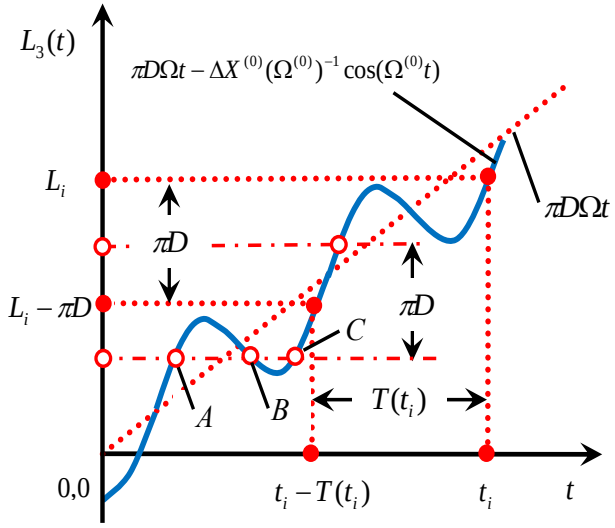


Рис. 2.16 – Связь запаздывающего аргумента с функцией пути $L_3^{(\Phi)}(t)$

В противном случае существуют участки времени, в пределах которых наблюдается ветвление значений запаздывающего аргумента T. Ветвление зависит от параметра $\varepsilon^{(V)}$. Для пояснения этого эффекта удобно рассмотреть изменение фазовых траекторий «$V_3^{(\Phi)}(L_3^{(\Phi)})$» в зависимости от $\varepsilon^{(V)}$ (рис. 2.17). Из этого рисунка видно, что уже при $\varepsilon^{(V)} = 0{,}85$ ветвления траекторий не наблюдается. При $\varepsilon^{(V)} = 0{,}3$ временные $V_3^{(\Phi)}(t)$ и пространственные $V_3^{(\Phi)}(L_3^{(\Phi)})$ траектории скорости отличаются на постоянный коэффициент $V_3^{(0)} = const$, так как в этом случае очевидно

соотношение $V_3^{(0)}t = L_3^{(\Phi)}$. Поэтому по функции наблюдения за скоростью $V_3^{(\Phi)}(t)$ в процессе моделирования можно безынерционно оценивать величину запаздывающего аргумента.

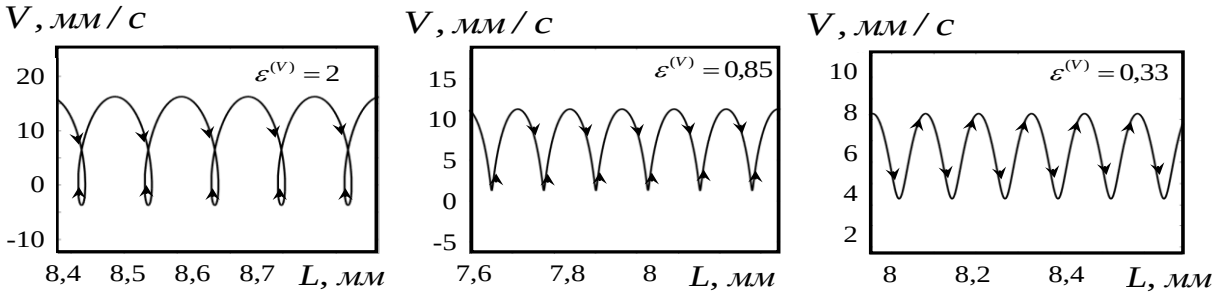


Рис. 2.17 – Изменение фазовых портретов движения при варьировании $\varepsilon^{(V)}$

Очевидно, для этого случая справедливо

$$T(t) = T^{(0)}\{1 + 2\varepsilon^{(V)} \frac{\Omega}{\Omega^{(0)}} \sin(\frac{\pi\Omega^{(0)}}{\Omega}) \sin[2\pi(\Omega t - \frac{\Omega^{(0)}}{2\Omega})]\}, \qquad (2.29)$$

где аргументы под знаком синуса стоят в радианах. Здесь Ω – частота вращения заготовки, $\Omega^{(0)}$ - частота упругих деформаций. Наибольшие изменения запаздывающего аргумента $T(t)$ в операторе формирования подачи и его влияние на динамику наблюдается в частотной области, в которой собственные частоты подсистемы инструмента близки к частотам Ω вращения заготовки. При $\Omega^{(0)} \rangle\rangle \Omega$ изменениями $T(t)$ можно пренебречь. Приведенные свойства нелинейных связей, как будет показано ниже, вызывает большое разнообразие типов и свойств притягивающих множеств деформаций инструмента.

2.3.2 Свойства притягивающих множеств деформаций инструмента

Рассмотрим свойства притягивающих множеств деформаций на примере точения вала диаметром D=80,0 мм из стали 20Х. Скорость резания изменяется в диапазоне (36 – 360) м/мин; глубина – (0,5 – 3,0) мм; подача – (0,1-0,3) мм/об. Инструмент из Т15К6. Углы в плане: $\varphi = 85^0$, $\varphi_1 = 5^0$. Обобщенная масса - $m = 0{,}5 \cdot 10^{-3} кг \cdot с^2 / мм$. В табл.2.4 и табл.2.5 приведены базовые параметры. При выборе параметров системы мы воспользовались результатами идентификации, подробно изложенными в приложении П.3. При вычислении траекторий обеспечи-

вались условия функциональной связанности параметров. Например, Ω и V_2 для постоянства подачи $S_P^{(0)} = const$, условие неразрывности контакта и др.

Таблица 2.4 – Параметры динамической связи

$\rho, кг/мм^2$	$\rho_0, кг/мм$	$\varsigma, (мм/с)^{-1}$	$\psi, рад^{-1}$	$k^{(T)}, мм^{-1}$	μ	k_T
50-5000	1-50	0,1	10 – 20	1,2 – 2,5	0,5	0,2

Таблица 2.5 – Матрицы скоростных коэффициентов и упругости

$c_{1,1}, кг/мм$	$c_{2,2}, кг/мм$	$c_{3,3}, кг/мм$	$h_{1,1}, кг \cdot с/мм$	$h_{2,2}, кг \cdot с/мм$	$h_{3,3}, кг \cdot с/мм$
1000	600-3000	600-3000	1,3	1,1	0,8
$c_{1,2} = c_{2,1}$, $кг/мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}$, $кг/мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}$, $кг/мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с/мм$
200	150	80	0,6	0,5	0,4

Прежде всего, проанализируем переходные процессы в деформационных смещениях инструмента при его врезании в заготовку. На рис.2.18 приведены два примера переходных процессов траекторий $X_2(t)$. Частота вращения заготовки – 20 Гц. Угловые коэффициенты: $\chi_1 = 0{,}39$; $\chi_2 = 0{,}6$; $\chi_3 = 0{,}7$. На кривой переходного процесса рис. 2.18 «а» видна последовательность преобразования суммарных траекторий деформаций от оборота к обороту.

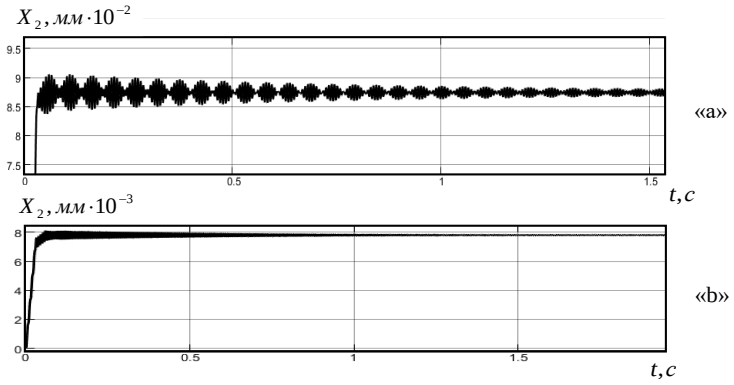


Рис. 2.18 – Траектории деформационных смещений в направлении $X_2(t)$: a – матрицы жесткости равны $c_{1,1} = 1000\,кг/мм$, $c_{2,2} = 300\,кг/мм$, $c_{3,3} = 2000\,кг/мм$; b- матрицы жесткости равны $c_{1,1} = 1000\,кг/мм$, $c_{2,2} = 3000\,кг/мм$, $c_{3,3} = 2000\,кг/мм$

В зависимости от частот колебаний, определяемых избирательными свойствами подсистем и времени оборота заготовки при суммировании траекторий, наблюдаются эффекты синхронизации деформационных смещений с их значениями на предыдущем обороте. Возможны также и асинхронные взаимодействия. В результате формируются сложные перестраиваемые во времени последовательности деформационных смещений, которые могут быть регулярными и хаотическими. Они, как правило,

медленно изменяются во времени. В примере последовательности имеют вид периодических колебаний с перестраиваемой амплитудой (рис. 2.18 «a», рис. 2.19). На иллюстрациях не учитывалась зависимость времени запаздывания в интегральном операторе подачи от деформационных смещений, как это сделано в известных работах [31-35, 39, 50-63].

Последовательности асимптотически стремятся к точке равновесия. При увеличении жесткости в направлении скорости подачи (рис. 2.18 «b») чувствительность деформаций к вариациям сил уменьшается и в кривой переходного процесса не наблюдается перестройки деформаций. Их амплитуды уменьшаются (рис. 2.19).

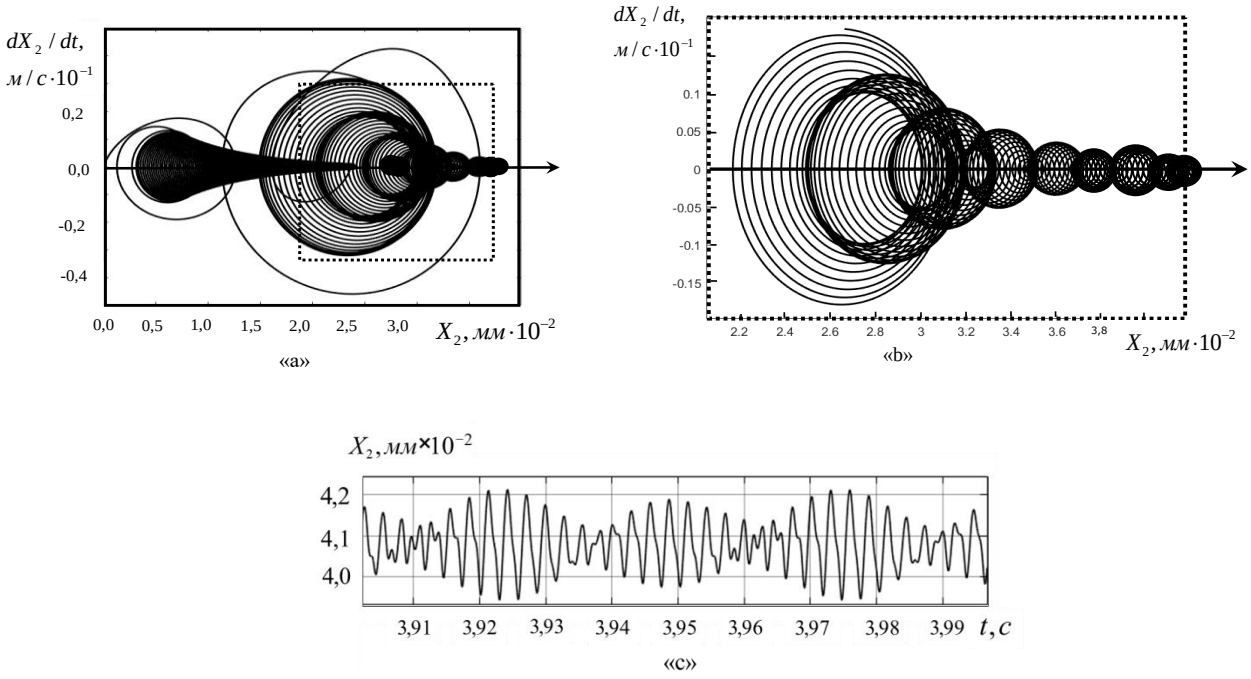
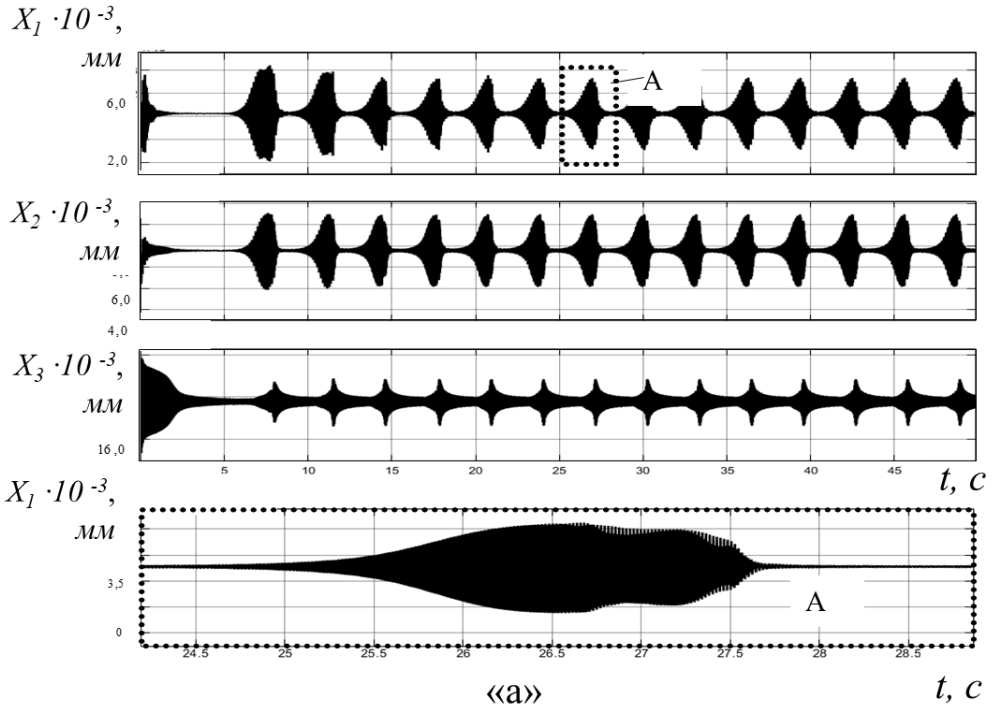


Рис. 2.19 – Формирование установившихся притягивающих множеств деформаций $X_2(t)$ («a», «b» – фазовый портрет) и фрагмент временной траектории («c»)

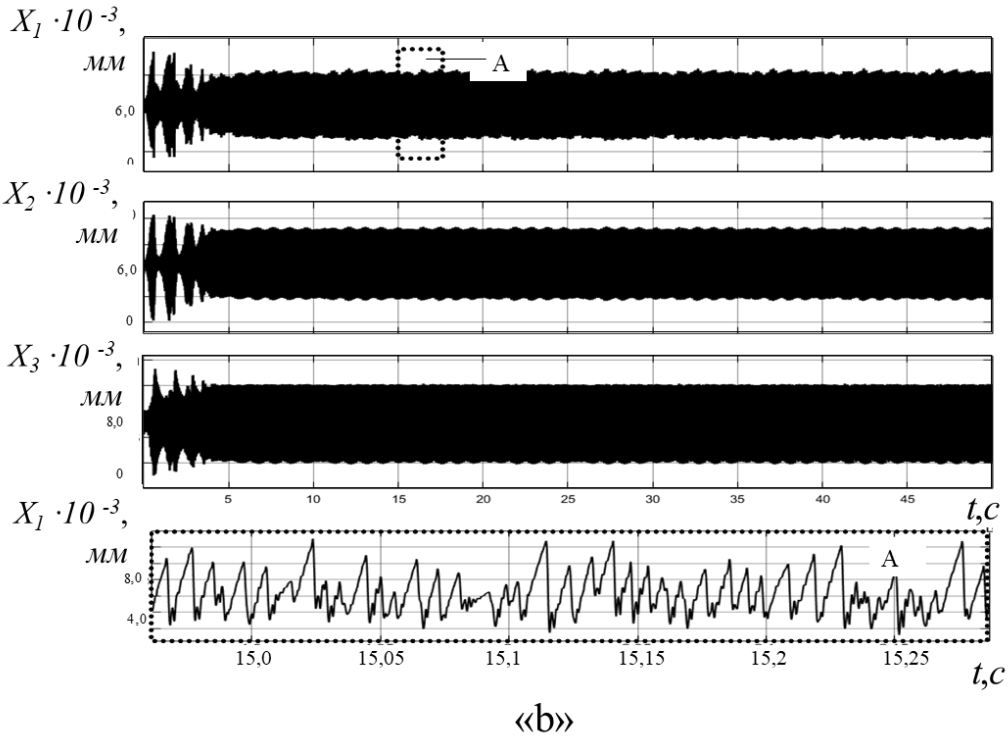
Обнаружено, что время установления стационарного состояния может существенно увеличиваться при увеличении ρ за счет функциональной связанности сил и деформаций [239], а также при увеличении добротности колебательных контуров подсистемы инструмента. При этом необходимо учитывать, что корни характеристического полинома линеаризованной системы в этом случае приближаются к мнимой оси. Затухающие периодически изменяющиеся всплески амплитуды, которые мы интерпретируем как синхронные влияния запаздывающего

аргумента, полностью нивелируются и при уменьшении добротности формируемых подсистемой резания колебательных контуров. Синхронные влияния запаздывающего аргумента зависят от соотношения импульсной реакции линеаризованной системы в вариациях относительно равновесия и времени оборона заготовки. В этом случае необходимо отметить, что увеличение подачи за счет диссипативного влияния процесса резания на добротность этих контуров, может вызывать стабилизацию равновесия. Последнее утверждение полностью совпадает с экспериментальными изучениями влияния величины подачи на вибрации режущего инструмента.

Если учитывать зависимость T не только от Ω, но и от $v_{X,3}$, а также зависимость параметра $T^{(0)}$ от технологических режимов с учетом упругих деформаций и их скоростей (рис. 2.20). Как показано раньше, условия самовозбуждения зависят от коэффициентов $k_1 = g_1 \rho S_P^{(0)}$, $k_2 = \rho g_2 (t_P^{(0)} - X_1^*)$ и $\rho g_3 S_P^{(0)} t_P^{(*)} \mu \varsigma$, в которые входит параметр давления стружки на переднюю грань инструмента ρ. При увеличении ρ вначале система теряет устойчивость, затем образуются притягивающие множества сложной структуры, периодически повторяющиеся на супер низкой частоте (рис. 2.20 «а», окно «А»).



«а»



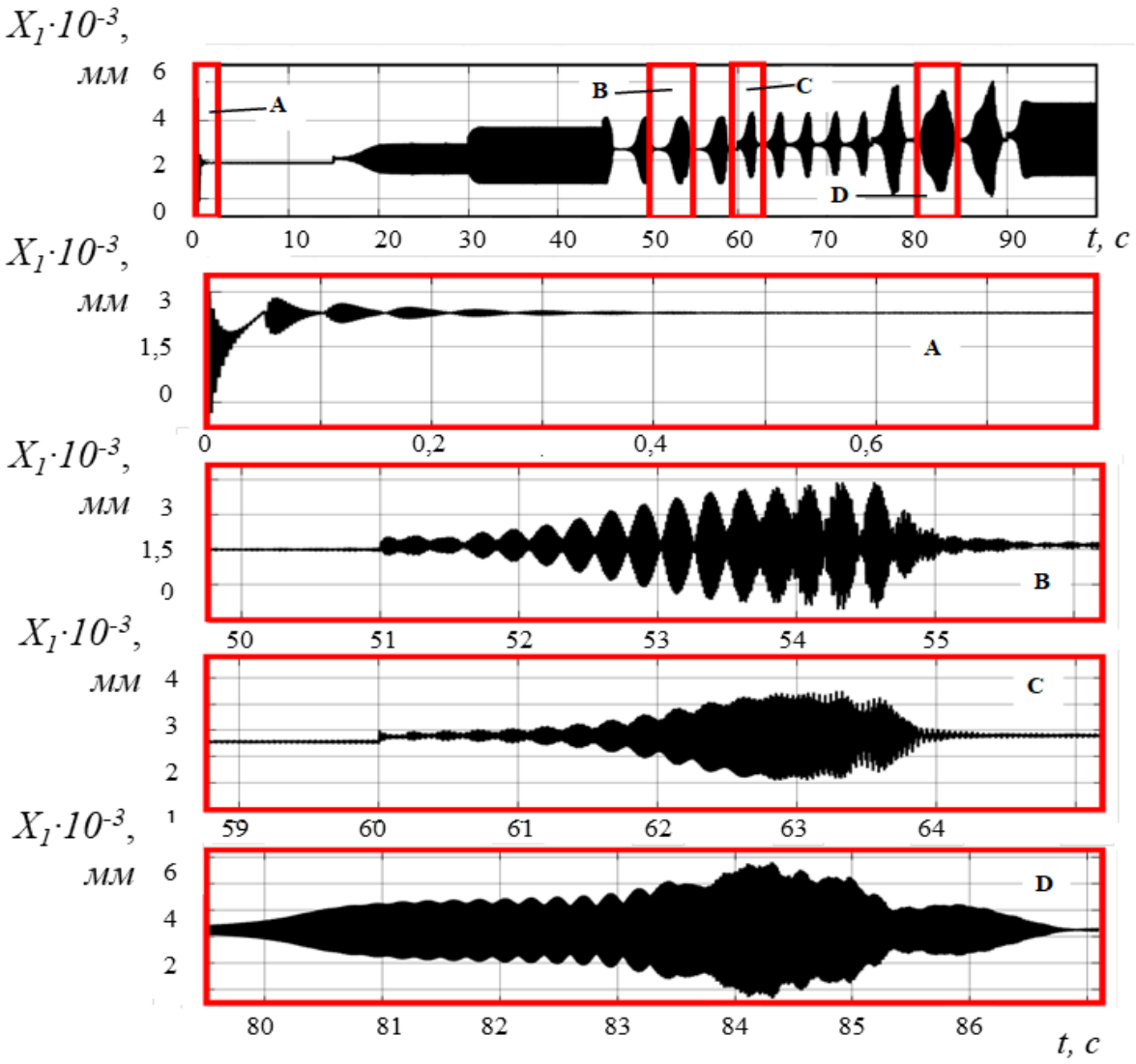
«b»

Рис. 2.20 – Переходные процессы деформационных смещений в случае $T = T(\Omega,, v_{X,3})$:

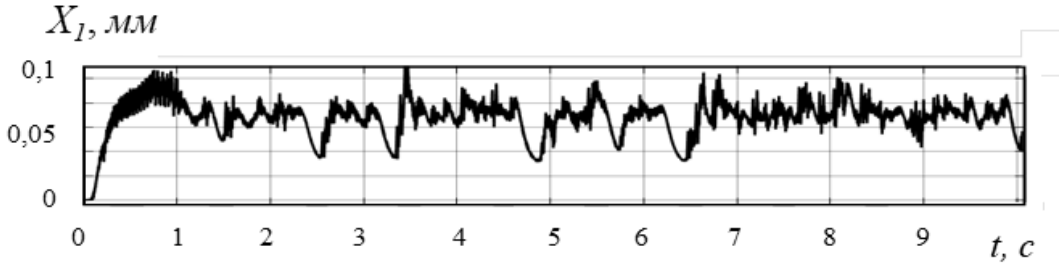
a – $\rho = 650 кг / мм^2$; b – $\rho = 1350 кг / мм^2$

Структура каждого фрагмента периодических деформаций представляет набор предельных циклов с перестраиваемыми параметрами и из двумерных торов. Причем, тор, как правило, образуется при медленном переходе от предельного цикла с одними параметрами к предельному циклу с другими параметрами. Обнаружено, что вариации модуля деформаций не столь существенны, как периодически повторяющиеся изменения их проекций на конкретное направление, например, в направлении X_1. В формировании притягивающих множеств принимают участие силы $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi}^{(1)}$. Эти силы, зависящие от скоростей, играют роль нелинейной диссипации процесса резания. Так как силы $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi}^{(1)}$ зависят от колебательных скоростей, и нелинейные функции формирования сил $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Phi}^{(1)}$ не обладают свойством центральной симметрии по отношению к равновесию, то усредненные по периодам колебаний их значения имеют постоянные составляющие. Они с помощью скоростей вызывают плавную перестройку свойств притягивающих множеств. Еще большее значение имеет зависимость величины запаздывающего аргумента T в интегральном операторе подачи от скоростей деформаций в

направлении X_3. Здесь формируется гибкая положительная обратная связь, способствующая потере устойчивости. В результате влияния этих двух факторов в системе образуется не рассмотренный ранее класс притягивающих множеств супер низкой частоты.



«a»



«b»

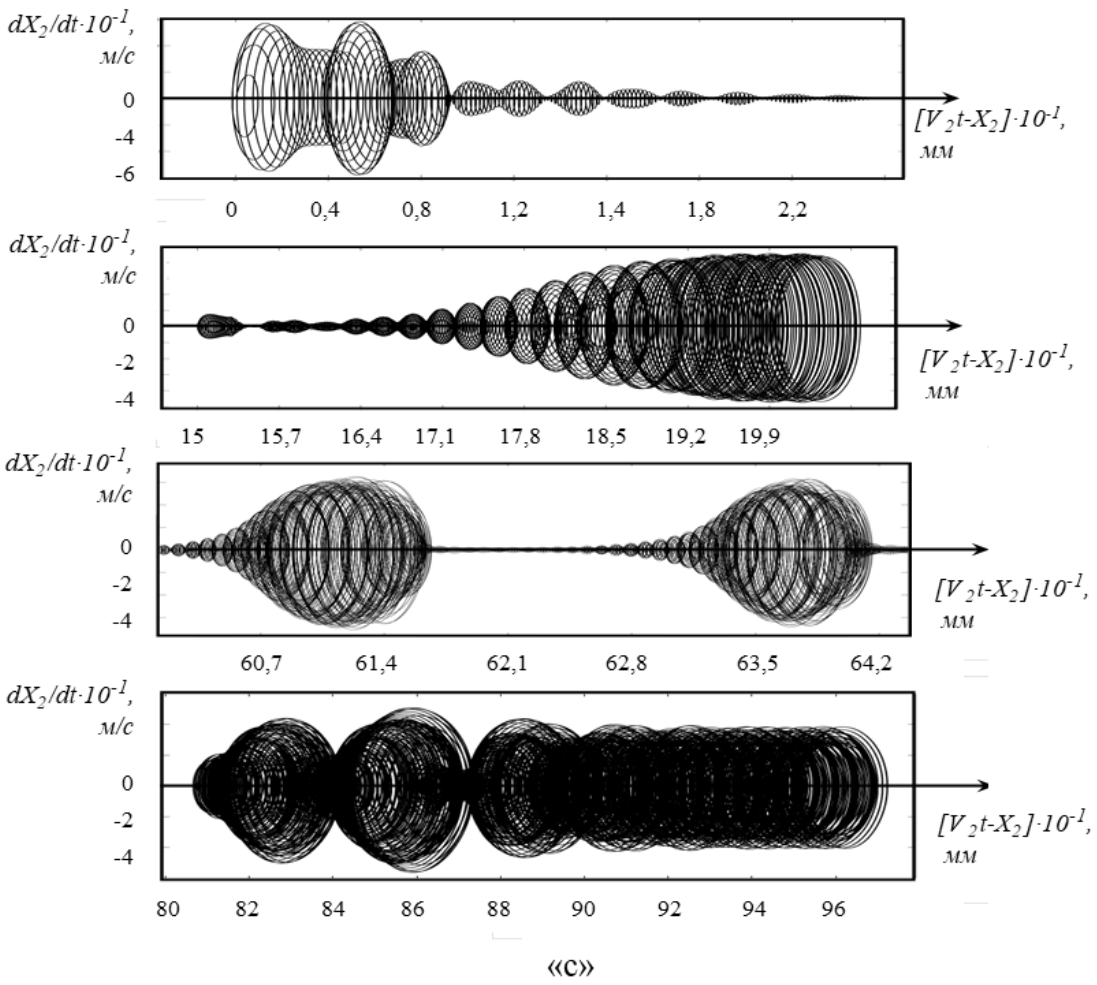


Рис.2.21 – Пример перестройки деформаций $X_1(t)$ и $X_2(t)$: a - временные траектории $X_1(t)$ и ее фрагменты при $t_P^{(0)} \in (1{,}0;5{,}0)мм$, $\rho \in (200{,}2000)кг/мм^2$; b - пример временной траектории $X_1(t)$ при $k_0 = 3000\ кг/мм$; c - фрагменты фазовых траекторий $X_2(t)$

Наглядную характеристику динамической перестройки притягивающих множеств дают траектории $X_1(t)$ и $X_2(t)$ (рис.2.21) на протяжении $t = 100c$ ($c_{1,1} = 2000\,кг/мм$, $c_{2,2} = 1500\,кг/мм$, $c_{3,3} = 800\,кг/мм$, $S_P^{(0)} = 0{,}2мм$, $t_P^{(0)} = \text{var}$). Здесь продемонстрирована перестройка динамической системы при ступенчатом изменении припуска (рис. 2.21 «a»). Возбуждение системы зависит от коэффициента $k_0 = \rho[1+\mu\exp(-\varsigma V_3^{(0)})](t_p^{(0)} - X_1^*)$. Для демонстрации хаотической динамики приведен пример временной траектории при $k_0 = 3000кг/мм$ (рис. 2.21 «b»).

Даны также фазовые траектории в направлении X_2. Для наглядной демонстрации формирования фазовых траекторий на рис.2.21 «c» по оси абсцисс пока-

заны не деформационные смещения, а их смещающиеся со скоростью V_2 значения. По оси ординат приведены значения dX_2/dt. Частота вращения шпинделя $\Omega = 10 Гц$. Система, устойчивая при $t_P^{(0)} = 2{,}0 мм$, становится неустойчивой при $t_P^{(0)} = 2{,}2 мм$, и в дальнейшем при увеличении $t_P^{(0)}$ в окрестности равновесия формируются перестраиваемые притягивающие множества от предельного цикла до хаотического аттрактора. Удивительным является образования супер низкочастотных притягивающих множеств на отрезке (45 - 90) с. Их формирование связано с образованием постоянных составляющих в скоростях деформаций, которые медленно периодически изменяют свойства системы. Они представляют регулярно повторяющиеся низкочастотные образования, перестраиваемые в зависимости от коэффициента k_0. Они напоминают релаксационные автоколебания низкой частоты. Здесь вдоль траектории низкочастотных колебаний наблюдаются бифуркации притягивающих множеств высокочастотных колебаний. Их свойства зависят и от постоянной времени $T^{(0)}$ стружкообразования. Временным диапазонам на рис. 2.21 $t \in (0{,}15)c$, $t \in (15{,}30)c$, $t \in (30{,}45)c$, $t \in (45{,}60)c$, $t \in (60{,}75)c$, $t \in (75{,}90)c$ и $t \in (90{,}100)c$ соответствуют следующие глубины резания: $t_p^{(0)} \in (2{:}0{,}2{:}3{,}2)$ *мм*, влияющие на коэффициент возбуждения системы резания.

Приведенные данные показывают, что от глубины резания зависит не только устойчивость, но и притягивающие множеств. При проведении цифровых экспериментов также замечено, что при реверсировании направления изменения глубины резания или иного параметра наблюдается гистерезис в формировании одних и тех же притягивающих множеств. Необходимо обратить внимание еще на одну особенность, раскрывающую взаимосвязь вибрационных смешений по различным направлениям (рис. 2.22). При увеличении амплитуды колебательных смещений по одному направлению (на приведенной иллюстрации, - по направлению X_2) наблюдается динамическое смещение деформаций по другому направлению (в данном случае, по направлению X_1). Это свойство образования динамического смещение деформаций в направлении X_1, зависящее от амплитуды коле-

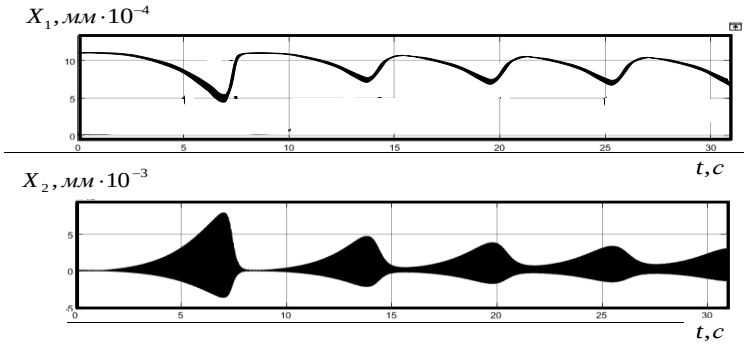


Рис.2.22 – Пример взаимосвязи деформационных смещений $X_1(t)$ и $X_2(t)$

баний в направлении X_2. Не имеет значения вынужденные это колебания или автоколебания.

Если проанализировать это явление под углом зрения формирования геометрической топологии поверхности детали, то можно указать на еще мало изученный механизм вибрационного управления формируемой геометрической топологии детали (подробнее этот вопрос будет изложен в шестой главе). Здесь отметим, что формируемые супер низкочастотные колебательные смещения с частотой 0,5 Гц и высокочастотные колебательные смещения с частотой 175 Гц перераспределяются таким образом, что наблюдаются низкочастотные вариации смещения вершины инструмента относительно оси вращения заготовки.

Этот механизм в экспериментальных исследованиях достаточно известен. Например, при изучении влияния ультразвуковых колебаний (УЗК) на диаметр заготовки [88-94]. Правда, в рассматриваемых работах УЗК рассматривались в направлении скорости резания. При анализе траекторий на рис. 2.22 необходимо учитывать, что колебательные смещения рассматриваются

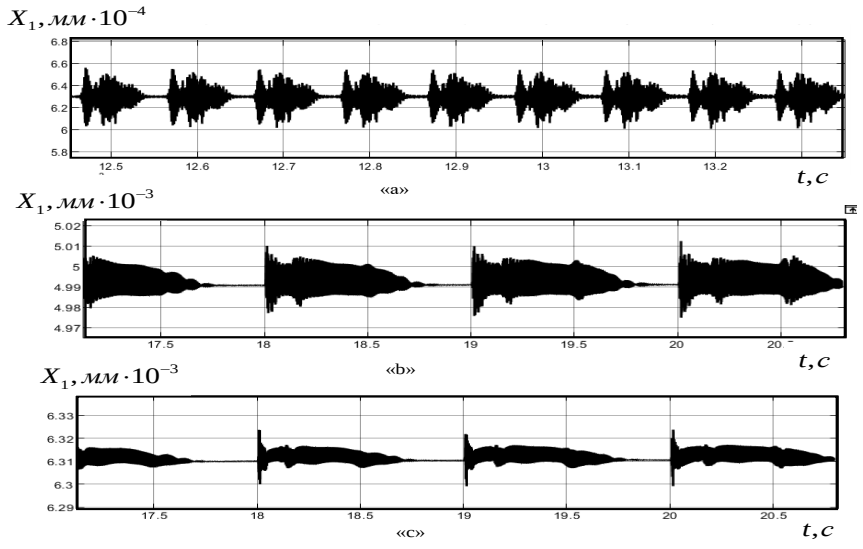
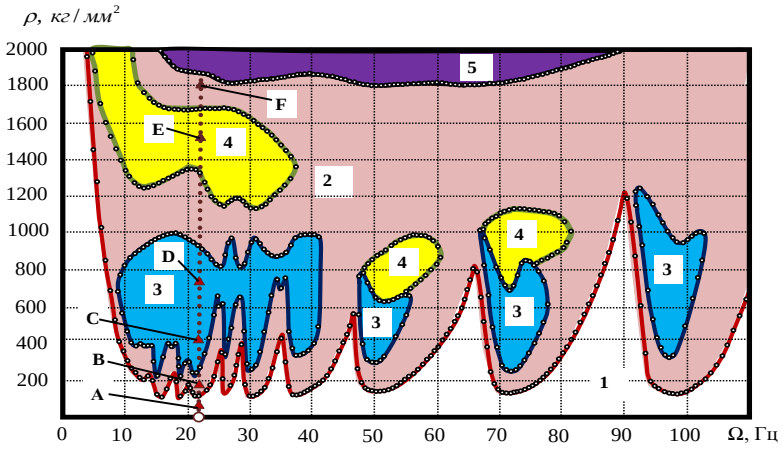
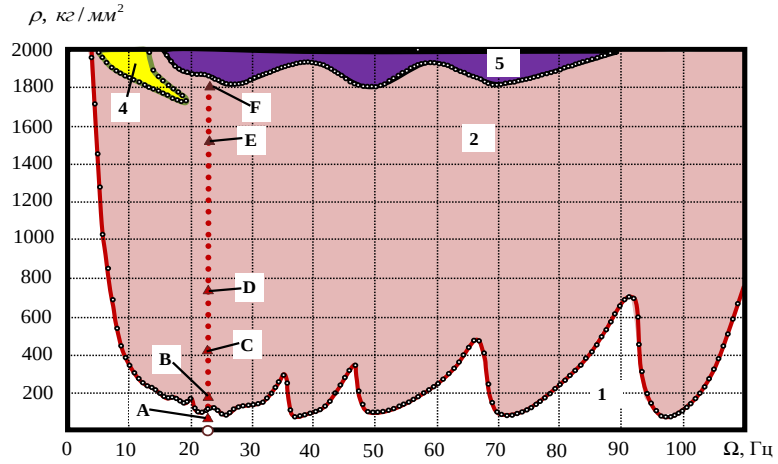


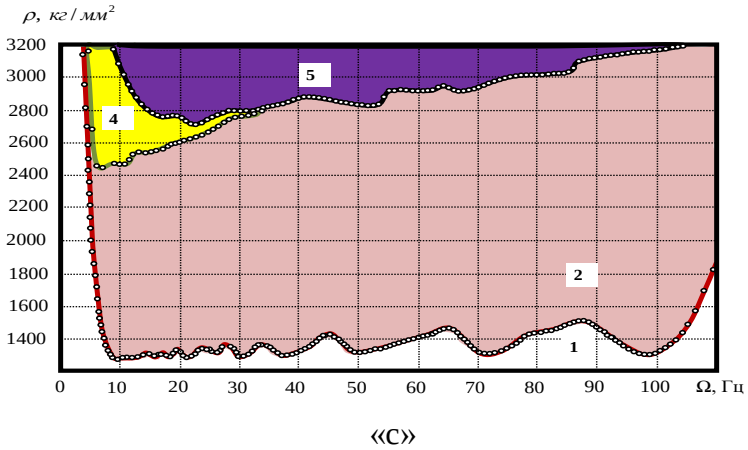
Рис.2.23 – Пример изменения конфигурации супер низкочастотных притягивающих множеств при варьировании частоты вращения заготовки Ω : a - $\Omega = 10 Гц$; b - $\Omega = 20 Гц$; c- $\Omega = 25 Гц$



«a»



«b»



«c»

Рис.2.24 – Диаграммы бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений в плоскости Ω - ρ): a - элементы матрицы жесткости $c_{1,1} = 2000\,кг/мм$, $c_{2,2} = 1500\,кг/мм$, $c_{3,3} = 500\,кг/мм$; b - элементы матрицы жесткости $c_{1,1} = 2000\,кг/мм$, $c_{2,2} = 500\,кг/мм$, $c_{3,3} = 1500\,кг/мм$; c - элементы матрицы жесткости $c_{1,1} = 2000\,кг/мм$, $c_{2,2} = 1500\,кг/мм$, $c_{3,3} = 1500\,кг/мм$

в подвижной системе координат, которая движется вдоль оси со скоростью подачи. Поэтому отрицательные значения $X_2(t)$ с учетом скорости подачи не приводят к нарушению контакта инструмента и заготовки. Обнаружено большое разнообразие типов супер низкочастотных притягивающих множеств сложной структуры, но отдельные их фрагменты повторяются с удивительной точностью (рис. 2.23). Эти образования не являются кратными частоте вращения заготовки, и обладают большой чувствительностью к вариациям параметров системы. Кроме этого они формируются в ограниченном диапазоне ρ, и при условии, если учитывается изменение времени запаздывания в операторе подачи.

Наглядную картину

преобразования притягивающих множеств деформаций дают диаграммы их бифуркаций (рис. 2.24) в плоскости (Ω–ρ). Диаграммы получены численным методом. При этом обеспечивались зависимость параметров системы и времени запаздывания от технологических режимов. Также при варьировании частоты вращения заготовки Ω выполнялось согласование с ней скорости подачи V_2, которое обеспечивало постоянство подачи. В приведенных примерах она равна $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм/об$. На диаграммах выделено пять областей: 1- область асимптотически устойчивой точки равновесия; 2-орбитально асимптотически устойчивая траектория типа предельного цикла или двумерного тора [142]; 3- супер низкочастотное притягивающее множество деформаций; 4- хаотическая динамика; 5- неустойчивая траектория. В области «2», как правило, двумерный тор медленно вырождается в предельный цикл или наблюдается медленный переход от одного предельного цикла с одной частотой к предельному циклу с другой частотой. Так как время наблюдения при цифровом моделировании ограничено, то разделить притягивающие множества типа предельного цикла и двумерного тора не представляется возможным. Поэтому предельные циклы и инвариантные торы объединены в одну область. Достаточно «размытой» является и область перехода от предельного цикла к хаотической динамике (рис.2.25).

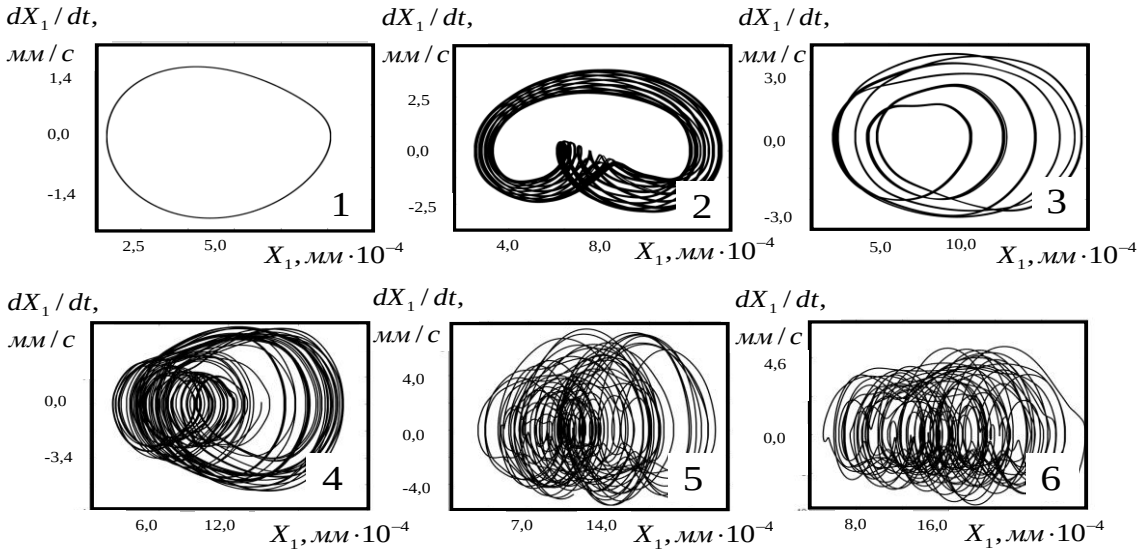


Рис. 2.25 – Пример преобразования притягивающего множества типа «предельный» цикл через каскад бифуркаций удвоения периода колебаний в хаотический аттрактор:
1- ρ=500 кг/мм^2; 2- ρ=1000 кг/мм^2; 3- ρ=1500 кг/мм^2; 4- ρ=2000 кг/мм^2;
5- ρ=2500 кг/мм^2;6- ρ=3000 кг/мм^2

Эта область характеризуется каскадом бифуркаций удвоения периода колебаний. На иллюстрации приведен пример перехода от предельного цикла к хаотической динамике. Диаграммы бифуркаций показывают, что притягивающие множества зависят от ориентации деформаций вершины инструмента в пространстве, а ориентация деформаций зависит от матриц жесткости и угловых коэффициентов. При увеличении податливости инструмента в направлении скорости резания возрастает склонность к формированию притягивающих множеств с супер низкой частотой. В этом случае возрастает склонность к образованию хаотической динамики.

Для той же ступенчато нарастающей функции давления $\rho(t)$ мы имеем во всем диапазоне изменения областей $\rho \in (50,1800) кг$ практически полное отсутствие областей, в которых образуется хаотическая динамика, и областей, в которых формируются супер низкочастотные колебания (рис. 2.26).

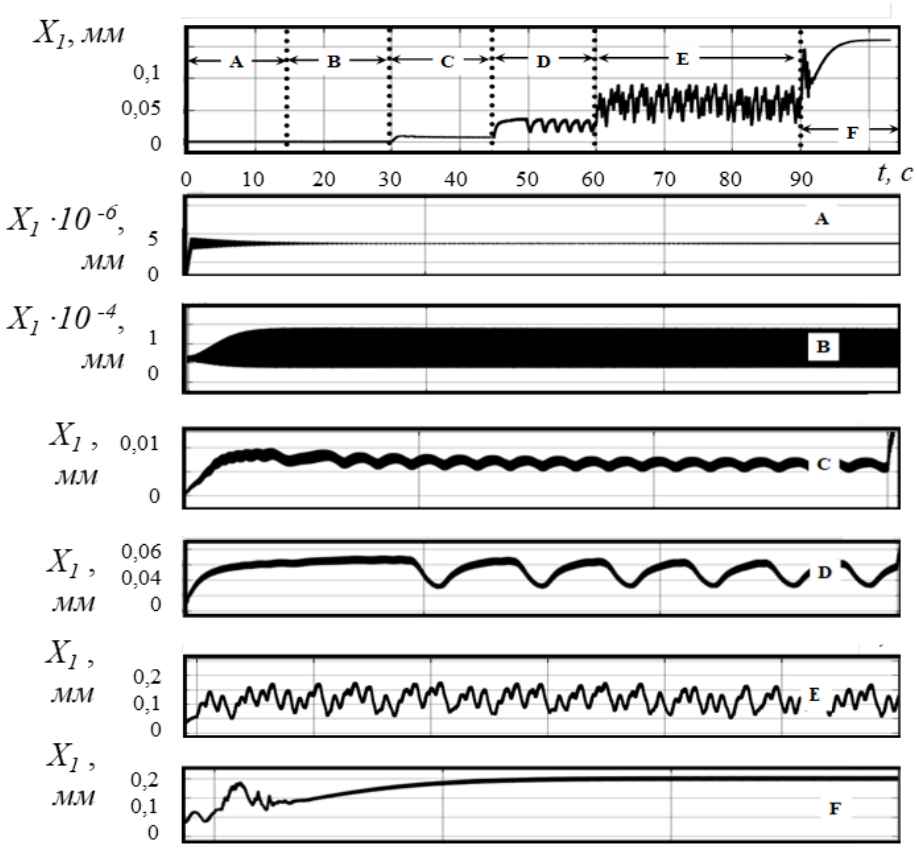


Рис.2.26 – Пример изменения притягивающих множеств деформационных смещений по мере ступенчатого увеличения давления стружки на переднюю поверхность инструмента

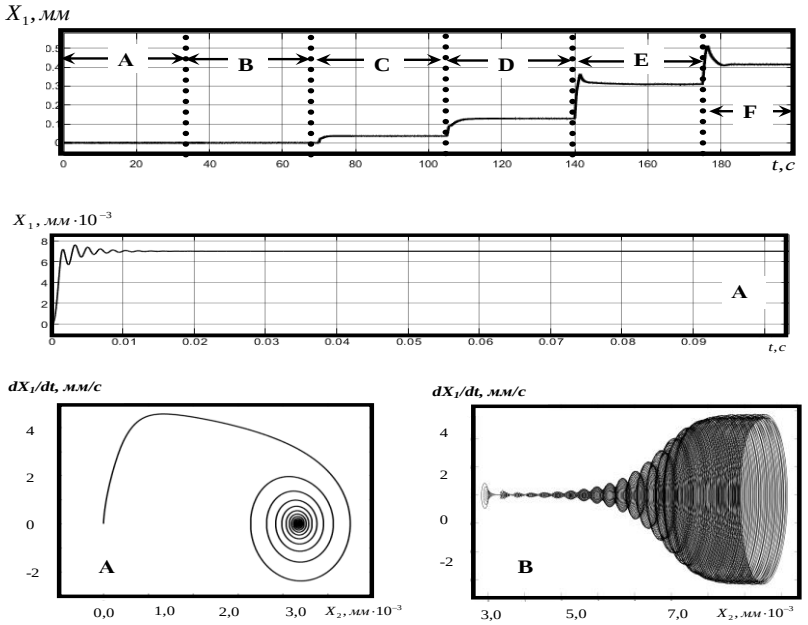


Рис.2.27 – Пример изменения деформационных смещений и соответствующих фазовых траекторий при варьировании ρ

На рис. 2.27 лишь в области «A» равновесие является асимптотически устойчивым. В остальных областях («B-F») образуются автоколебания с малой амплитудой. На распределение областей в пространстве параметров оказывают влияние все факторы, влияющие на ориентацию деформационных смещений в пространстве. На диаграмме бифуркаций (рис. 2.24 «a») последовательные значения $\rho(t)$ представлены треугольными точками. Им соответствуют изменения типа притягивающего множества от устойчивой точки равновесия (при $\rho(t) = A$) до хаотических колебаний (при $\rho(t) = E$), и, наконец, вновь к предельному циклу (при $\rho(t) = F$). Если в матрицах жесткости увеличить податливость в направлении X_2 и одновременно уменьшить ее в направлении X_3 (рис. 2.24 «b»), то диаграмма бифуркаций принципиально изменится.

2.4 Свойства подсистемы «медленных» движений

Уравнение «медленных» движений (2.5) рассматривает преобразования $\Re_U^{(3)} \Rightarrow \Re_L^{(3)}$ и $\Re_L^{(3)} \Rightarrow \Re_X^{(3)}$. Причем, пространство $\Re_L^{(3)}$ представляет собой подвижную систему координат, в которой движутся координты пространства $\Re_X^{(3)}$. Однако в силу ограниченности полосы пропускания сервоприводов исполнительных

элементов анализируется не весь частотный диапазон траекторий **X(t)** и **Y(t)**, а только тот, который лежит в пределах их полосы. То есть, система координат движется в направлении подачи за самим инструментом. Смещение точки равновесия в подсистеме «быстрых» движений будет давать смещение ТИЭС. Анализируется не абсолютное движение инструмента, а его медленное смещение в зоне контакта его вершины с заготовкой (рис. 2. 28).

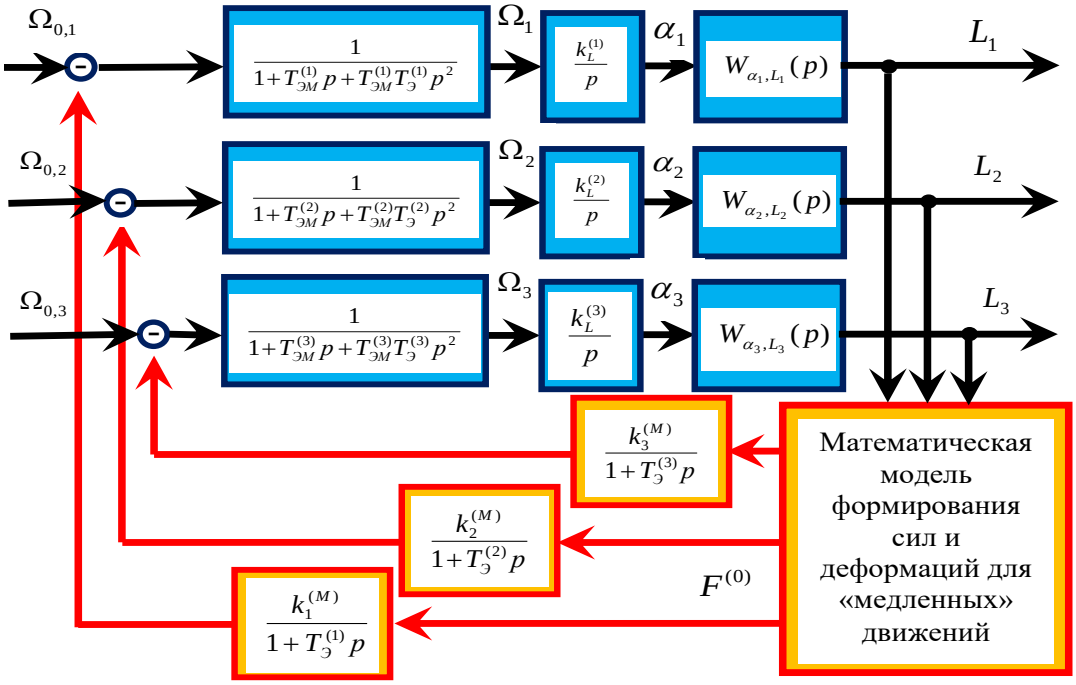


Рис. 2.28 – Структурная схема подсистемы «медленных» движений

Реакция со стороны процесса резания на преобразования траекторий в этом случае определяется силами резания, приведенными к якорям серводвигателей исполнительных элементов, но анализируются деформации в предположении, что $\mathbf{dX^s(t)/dt^s = dY^s/dt^s = 0}$, $s = 1,2,3...$. На структурной схеме не раскрытыми являются законы преобразования траекторий $\Omega_i(t), i = 1,2,3$ и $\alpha_i(t), i = 1,2,3$ в траектории перемещений исполнительных элементов станка $V_i(t), i = 1,2,3$ и $L_i(t), i = 1,2,3$. Привода полагаются абсолютно жесткими и деформациями роторов серводвигателей по отношению к перемещениям исполнительных элементов станка пренебрегаются, то $W_{\alpha_i,L_i}(p) = k_{\alpha_i,L_i}$, $i = 1,2,3$ - есть коэффициенты, определяемые передаточным отношением редукторов приводов исполнительных элементов. Тогда траектории

$V_i(t), i = 1,2,3$ и $L_i(t), i = 1,2,3$, наряду с параметрами формируемой процессом резания динамической связи определяют уравнения, позволяющие вычислить силы $\mathbf{F(t)} = F^{(0)}(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^Y \in \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$, и проанализировать устойчивость «медленно» смещающегося равновесия в подвижной системе координат. Если подсистема быстрых движений асимптотически устойчива вдоль заданной траектории медленных движений, то она образует аттрактор. Тогда все фазовые траектории сходятся к нему. Однако при потере ее устойчивости, возникающие в окрестности траектории $\mathbf{X}^*$ притягивающие множества начинают смещать саму медленную траекторию, то есть они не просто накладываются на программное движение, а приводят и к коррекции функции $\mathbf{F(t)} = F^{(0)}(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^Y \in \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$, определяющей реакцию частоты вращения серводвигателя на силовое воздействие со стороны процесса обработки. Эта реакция определяется коэффициентами $k_i^{(M)}, i = 1,2,3$, величина которых определяется не только передаточным отношением редуктора, но и зависимостью момента сопротивления, формируемого силами трения всех элементов привода. Тогда взаимовлияние периодических высокочастотных колебаний инструмента относительно заготовки на силы вызывает дополнительное смещение траектории $\mathbf{L^{(Ф)}(t)}$, что фактически приводит к систематическим погрешностям формы детали.

Поэтому в общем случае для описания точной траектории инструмента необходимо рассматривать не только работу электроприводной системы, но и раскрывать преобразование механической цепи $\alpha_i(t), i \Rightarrow L_i(t), i = 1,2,3$ [74-78], каждый элемент которой обладает своими упруго-диссипативными свойствами. В том числе необходимо учитывать взаимодействие с несущей системой станка через узлы трения, каждый из которых формирует свою динамическую связь [79-82, 177-181], следовательно, может формировать притягивающие множества деформаций, формирующие дополнительные вибрации механической части системы привода. Дополнительным источником вибраций являются контакты зацеплений элементов механической цепи привода [195, 196]. В работе они интерпретируются как неуправляемые вибрационные возмущения, генерируемые самим станком. Их

влияние на траектории $\mathbf{L^{(\Phi)}(t) = L(t) - X^*(t)}$ и силы $\mathbf{F(t)}$ будет проанализировано в следующей главе.

2.4.1 Свойства траекторий «медленных» движений

Для рассмотрения проблем управления траекториями подсистемы «медленных» движений представим схему их задания и формирования на рис. 2.29.

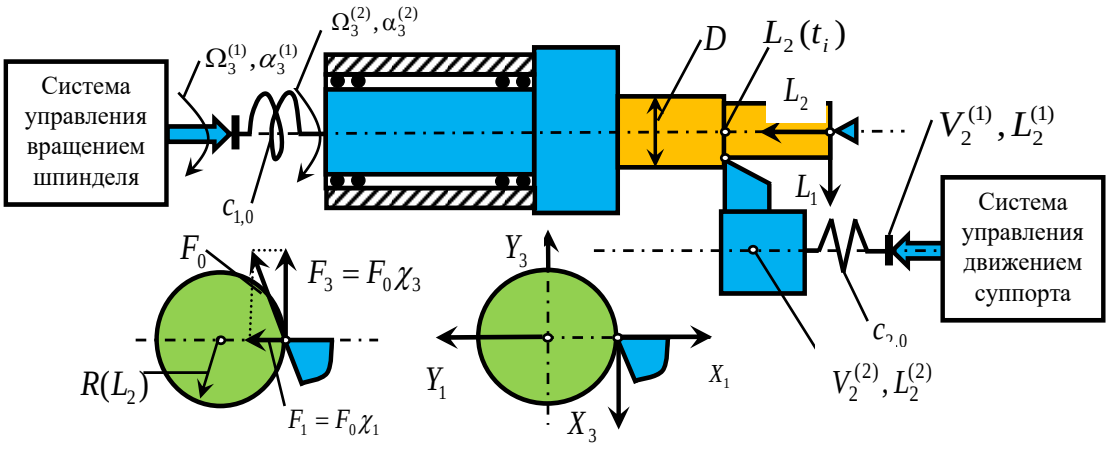


Рис. 2.29 – Схема упрощенной динамической системы резания при управлении ТИЭС

Здесь учитываются суммарные упругие деформации всей механической части приводов. Рассматривается продольное точение вала неизменного диаметра с постоянным припуском. В рассматриваемом примере якорь двигателя вращения шпинделя будем считать совпадающим со шпинделем (например, это шпиндель-мотор). В установившемся состоянии в равновесии частоты вращения якоря и заготовки совпадают $\Omega_3^{(1)} = \Omega_3^{(2)}$, но между ними существует пространственный сдвиг. Аналогичная ситуация имеет место в приводе подачи: в состоянии равновесия скорости $V_2^{(1)} = V_2^{(2)}$. Причем, $V_2^{(1)} = k_P \Omega_2^{(1)}$, то есть в установившемся состоянии скорость подачи отличается от частоты вращения якоря на постоянный коэффициент. Пространственное рассогласование координат $\alpha_3^{(2)} - \alpha_3^{(1)}$ и $L_2^{(2)} - L_2^{(1)}$ зависит от сил сопротивления движению всех элементов приводов. При всех условиях эти силы изменяются при варьировании сил резания, то есть справедливо

$$\begin{cases} (\alpha_3^{(2)} - \alpha_3^{(1)}) c_{1,0} = k^{(\Omega)} F^{(0)}; \\ (L_2^{(2)} - L_2^{(1)}) c_{2,0} = k^{(V)} F^{(0)}, \end{cases} \qquad (2.30)$$

где $c_{1,0}$ - крутильная жесткость в $[кг \cdot мм / рад]$; $c_{2,0}$ - продольная жесткость в $[кг / мм]$; $k^{(V)}$ - безразмерный коэффициент; $k^{(\Omega)}$ - коэффициент размерностью $[мм]$; $F^{(0)}$ - сила, которую генерирует механическая часть привода. Коэффициенты $k^{(V)}$, $k^{(\Omega)}$ учитывают также силу в направлении движения, в том числе изменение сил трения в зависимости от сил резания. Параметры $c_{1,0}, c_{2,0}$ определяются экспериментально на основе измерения пространственной погрешности угла поворота на входе и выходе соответствующих редукторов. Для динамической системы можно предложить расчетную схему на рис. 2.30. Таким образом, в отличие от ранее рассмотренной подсистемы инструмента и заготовки в систему введены дополнительные упругие элементы, которые учитывают упругие деформации подсистем приводов.

Предварительные экспериментальные исследования и расчеты показывают, что влияние жесткостей $c_{1,0}$ и $c_{2,0}$ на динамику приводов оказывают влияние при малых их значениях. Например, для приводов подачи это значения $c_{2,0} \langle 50{,}0 \ кг / мм$. В этом случае деформационными смещениями вершины инструмента относительно несущей системы станка можно пренебречь, и тогда для описания динамики системы будут справедливы следующие уравнения

$$\begin{cases} U_3 - c_e^{(3)}\Omega_3^{(1)} = I_3 R_3 + L_3 dI_3 / dt; \\ c_M^{(3)} I_3 - (\alpha_3^{(1)} - \alpha_3^{(2)}) c_{1,0} = J_3^{(1)} d^2(\alpha_3^{(1)}) / dt^2 + h_3^{(1)} d(\alpha_3^{(1)}) / dt; \\ (\alpha_3^{(1)} - \alpha_3^{(2)}) c_{1,0} - M(t) = J_3^{(2)} d^2(\alpha_3^{(2)}) / dt^2 + h_3^{(2)} d(\alpha_3^{(2)}) / dt; \\ U_2 - c_e^{(2)}\Omega_2^{(1)} = I_2 R_2 + L_2 dI_2 / dt; \\ c_M^{(2)} I_2 - (L_2^{((1)} - L_2^{(2)}) c_{2,0} = m_1 d^2(L_2^{(1)}) / dt^2 + h_2^{(1)} d(L_2^{(1)}) / dt; \\ (L_2^{(1)} - L_2^{(2)}) c_{2,0} - F = m_2 d^2(L_2^{(2)}) / dt^2 + h_2^{(2)} d(L_2^{(2)}) / dt; \\ F_0 = \rho_{0,0} \int_{t-T}^{t} V_2(\xi) d\xi; \quad M(t) = k^{(\Omega)} F^{(0)}; \quad F(t) = k^{(V)} F^{(0)}, \end{cases} \tag{2.31}$$

где U_2, U_3, I_2, I_3, Ω_2, Ω_3 - напряжение, ток якоря и частота вращения двигателей подачи и шпинделя; $J_3^{(1)}$, $J_3^{(2)}$ - их моменты инерции; m_1, m_2 - приведенные массы привода подачи; $h_3^{(1)}, h_3^{(2)}, h_2^{(1)}, h_2^{(2)}$,- коэффициенты демпфирования подсистем заготовки и инструмента;

$\alpha_3^{(1)}$, $\alpha_3^{(2)}$, $\alpha_2^{(1)}$, $\alpha_2^{(2)}$ - углы поворота якорей двигателей продольного суппорта и перемещения заготовки; L_2, $L_2^{(1)}$ - перемещения подсистемы инструмента; $c_e^{(i)}$, $c_M^{(i)}$ - конструктивные параметры двигателей шпинделя ($i=1$) и подачи ($i=2$); R - радиус заготовки в точке контакта с ней вершины инструмента; $\rho_{0,0}=\rho t_P^{(0)}[1+\mu\exp(-\varsigma V_3)]$; F_0 - модуль силы резания. Время запаздывания T в интегральном операторе формирования подачи определяется по выражению

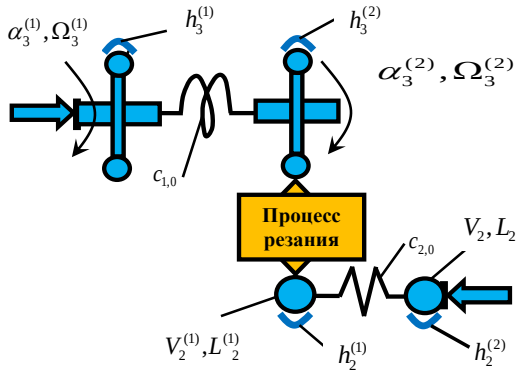


Рис. 2.30 – Упрощенная схема взаимодействий подсистем с процессом резания

$$T=\int_{\alpha_3^{(1)}-2\pi}^{\alpha_3^{(1)}}\frac{d\xi}{\Omega_3^{(1)}(\xi)}, \qquad (2.32)$$

где $\Omega_3^{(1)}(\alpha_3^{(1)})$ - фазовая траектория вращения заготовки. Здесь частота измеряется в *рад/с*. В установившемся состоянии $\Omega_3^{(1)}=\Omega_3^{(2)}$, поэтому $T=(\Omega_3^{(2)})^{-1}$. В соответствие с (2.31) можно представить структурную схему (рис. 2.31), которая позволяет выяснить влияние отдельных элементов на свойства системы.

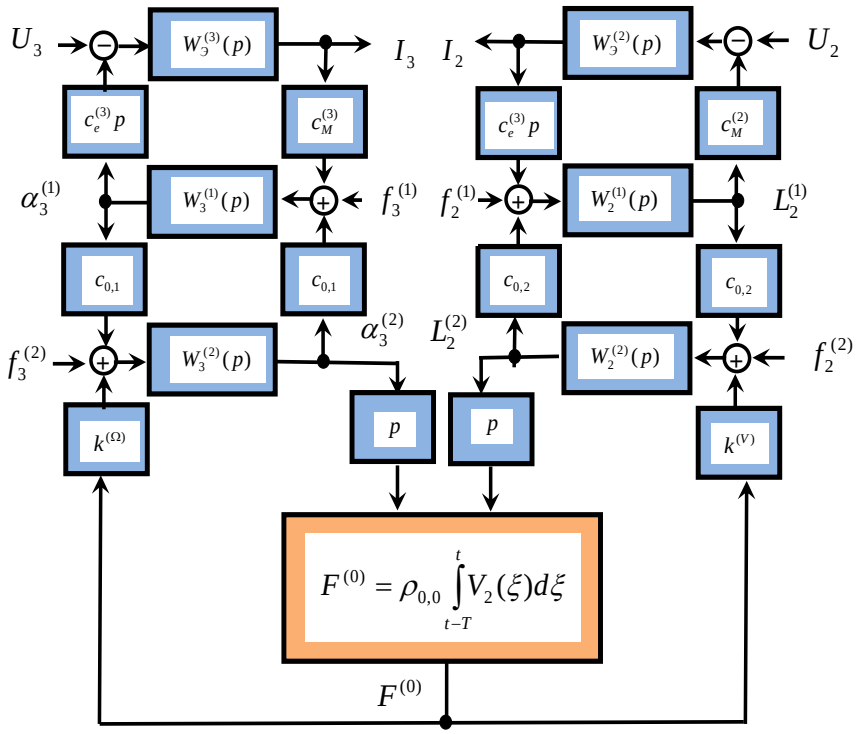


Рис. 2.31 – Структурная схема динамической системы, приведенной на рис. 2.30

Все блоки, относящиеся к подсистемам инструмента и заготовки, включая серводвигатели, обозначены голубым цветом. Блок, раскрывающий представление сил в координатах состояния, обозначен желтым цветом. На структурной схеме обозначено: $W_{Э}^{(i)}(p)=\frac{(R_i)^{-1}}{1+T_{Э}^{(i)}p}, T_{Э}^{(i)}=\frac{L_i}{R_i}$ - передаточная функция электрической части серводвигателя (здесь соответственно R_i, L_i - активное сопротивление и индуктивность якорей серводвигателей). При $i=1$ - обозначения соответствуют двигателя шпинделя, при $i=2$ - двигателю подачи;

$W_3^{(1)}(p)=\frac{1}{c_{1,0}+h_3^{(1)}p+J_3^{(1)}p^2}=\frac{(c_{1,0})^{-1}}{1+2\xi_3^{(1)}T_3^{(1)}p+(T_3^{(1)}p)^2}$; $W_3^{(2)}(p)=\frac{1}{c_{1,0}+h_3^{(2)}p+J_3^{(2)}p^2}=\frac{(c_{1,0})^{-1}}{1+2\xi_3^{(2)}T_3^{(1)}p+(T_3^{(2)}p)^2}$;

$W_2^{(1)}(p)=\frac{1}{c_{2,0}+h_2^{(1)}p+m_1p^2}=\frac{(c_{2,0})^{-1}}{1+2\xi_2^{(1)}T_2^{(1)}p+(T_2^{(1)}p)^2}$; $W_2^{(2)}(p)=\frac{1}{c_{2,0}+h_2^{(2)}p+m_2p^2}=\frac{(c_{1,0})^{-1}}{1+2\xi_2^{(2)}T_2^{(2)}p+(T_2^{(2)}p)^2}$.

В структурную схему введены дополнительные возмущения $f_i^{(j)}$, которые отражают эффекты взаимодействий элементов цепных подсистем. Необходимо учитывать, что полное раскрытие всех взаимодействий, которые имеют место при реальном функционировании механической части приводов, потребовали бы дополнительные рассмотрения взаимодействий всех его элементов с несущей системой станка через динамические связи, формируемые процессами трения. Причем, эти взаимодействия являются не только взаимосвязанными, но и взаимовлияющими. Даже взаимодействия механической подсистемы с одним узлом трения представляют самостоятельную проблему, которая частично решена в работах [80-82, 145, 178]. В настоящем исследовании суммарные вибрационные воздействия, во-первых, можно привести к возмущениям кинематического плана, вызывающим дополнительные смещения инструмента относительно заготовки. Причем, эти возмущения моделируются дополнительными неуправляемыми вариациями смещений в направлениях X_1 и X_2. Во-вторых, к силовым возмущениям, которые наряду с силовой эмиссией процесса резания, вызывают дополнительные силовые возмущения, которые суммируются с модулем силы $F^{(0)}$. В третьих, они

являются аддитивными. Так как они в большинстве случаях лежат за пределами полосы пропускания серводвигателей, то при анализе «медленных» движений их можно отнести на данном оборудовании к неуправляемым возмущениям, действующим на систему резания. Влияние этих дополнительных возмущений на свойства динамической системы будут рассмотрены в следующей главе. Они зависят от свойств станка, характеризуют его качество и состояние в процессе эксплуатации.

Необходимо учитывать, что даже упрощенные модели позволяют выяснить основные свойства взаимодействий в системе резания. В дальнейшем нас будет интересовать проблема управления ТИЭС. Поэтому, во-первых, необходимо выяснить условия, при которых эти траектории являются устойчивыми. Во-вторых, необходимо выяснить, как влияют на переходные процессы установления стационарных траекторий свойств, взаимодействующих с процессом резания подсистем. Вначале рассмотрим проблему устойчивости. При анализе структурной схемы (рис. 2.31) обратим внимание на то, что $k^{(\Omega)} \rangle\rangle k^{(V)} \to 0$. Следовательно, в большинстве станочных систем $V_2 = const$ не зависит от сил резания. Это обосновывается тем, что обычно передаточное отношение редуктора в приводах подачи есть величина большая. Поэтому реакция вращение ротора двигателя подачи на силы резания отсутствует. Положим также $\rho_{0,0} = const$. Напряжения якорей постоянны, осуществляется продольное точение заготовки неизменного диаметра $2R$. Равновесие в этом случае определяется следующими условиями: $\Omega_1^{(1)} = \Omega_2^{(1)} = \Omega$, $d\Omega / dt = 0$, $T = (\Omega)^{-1}$. Для определения главных особенностей потери устойчивости положим также $(\alpha_1^{(1)} - \alpha_1^{(2)}) \to 0$, то есть крутильные деформации вала шпинделя по отношению к валу заготовки малы. Кроме этого отметим, что $U_2 = const$, тогда $F_0 = \rho_{0,0} \int_{t-T}^{t} V_2(\xi) d\xi = \rho_{0,0} V_2 T = \rho_{0,0} V_2 (\Omega)^{-1}$, и приведенное к частоте уравнение динамики можно привести к виду

$$\Omega_0 = T_{Э.М} T_Э \frac{d^2\Omega}{dt^2} + T_{Э.М} \frac{d\Omega}{dt} + \Omega + \frac{k_M}{\Omega}[1 - \frac{T_Э}{\Omega} \frac{d\Omega}{dt}] \ , \qquad (2.33)$$

где $k_M = \dfrac{k^{(\Omega)} R \rho_{0,0} V_2}{c_e c_M}$ - коэффициент, имеющий размерность $\left[c^{-2}\right]$. Следовательно, точка равновесия Ω^* соответствующая управлению Ω_0, является решением

$$(\Omega^*)^2 - \Omega_0 \Omega^* + k_M = 0, \tag{2.34}$$

которое является вещественным при $\Omega_0 \rangle (k_M)^{0,5}$. Мы видим (рис. 2.32), что статическая характеристика серводвигателя с учетом реакции со стороны процесса резания, во-первых, имеет ветвление точек равновесия. Во-вторых, при малых напряжениях якоря она не имеет точек равновесия, то есть возможности управления частотой вращения шпинделя ограничены предельным значением управления $\Omega_0 = (k_M)^{0,5}$.

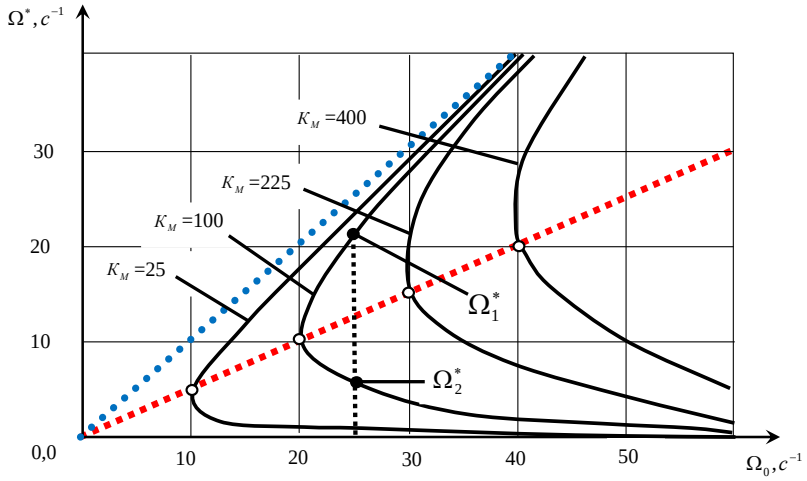


Рис. 2.32 – Пример изменения точек равновесия системы в зависимости от Ω_0

Так как статическая характеристика имеет две ветви, то одна из них должна характеризовать притягивающее множество, вторая, - отталкивающее множество, то есть репеллер. В этом случае равновесие неустойчиво. Для анализа устойчивости рассмотрим уравнение (2.33) в вариациях относительно равновесия. После замены $\Omega(t) = \Omega^\bullet + \omega(t)$ линеаризуем его в окрестности $\Omega^\bullet$. Тогда имеем

$$T_{Э.М} T_Э \frac{d^2\omega}{dt^2} + [T_{Э.М} - \frac{k_M T_Э}{(\Omega^*)^2}] \frac{d\omega}{dt} + [1 - \frac{k_M}{(\Omega^*)^2}]\omega = 0. \tag{2.35}$$

Из (2.35) получаем условие асимптотической устойчивости равновесия $\Omega^\bullet$

$$T_{Э.М} \rangle \frac{k_M T_Э}{(\Omega^*)^2}; \quad 1 \rangle \frac{k_M}{(\Omega^*)^2}. \tag{2.36}$$

Следовательно, верхняя ветвь на рис. 2.32 соответствует устойчивому геометрическому месту точек равновесий системы. Анализ показывает, что с

уменьшением Ω_0 область притяжения устойчивого равновесия сокращается и при критических значениях исчезает. Формирование границ этой области определяется характеристиками мощности и динамическими и электромеханическими свойства электропривода c_e, c_M, R, L, J, от параметров процесса резания $\rho_{0,0}$ и технологических режимов $t_P^{(0)}, S_P^{(0)}, V_P$. Здесь необходимо отметить, что область притяжения точки равновесия уменьшается по мере приближения мощности двигателя к мощности процесса резания. Так как параметр $k^{(\Omega)}$ зависит также от сил трения, изменяющихся при варьировании сил резания, то при рассмотрении устойчивости и автоколебаний в области малых скоростей необходимо дополнительно учитывать изменение коэффициента трения в подшипниковых узлах шпинделя от скорости относительного скольжения. Эта зависимость лишь ужесточает ограничения, накладываемые на возможность управления вращением шпинделя в области малых скоростей, что соответствует известным исследованиям [77, 79-82, 179-181]. Кроме этого отметим, что при потере устойчивости по мере увеличения колебаний скорости в процессе резания, как показано ранее, формируются дополнительные связи, которые ограничивают развитие колебаний. Моделирование поведения системы для полной динамической системы в области малых частот вращения шпинделя устанавливаются, как правило, притягивающие множества колебаний скорости типа предельного цикла.

Если следовать синергетической концепции управления, то для согласования ТИЭС и программы ЧПУ с желаемыми траекториями формообразующих движений необходимо знать преобразование $\Re_{\mathbf{U}}^{(3)} \Rightarrow \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$. Здесь основное значение имеет преобразование напряжения якоря двигателя подачи в ТИЭС с учетом упругих деформаций элементов привода. Рассмотрим эту проблему на примере точения вала диаметром $D = 80 мм$. Траектории вычислены цифровым моделированием. Обобщенная масса - $m = 0{,}5 \cdot 10^{-3} кг \cdot с^2 / мм$. В табл.2.6, табл.2.7 и табл.2.8 приведены параметры.

Таблица 2.6 – Параметры двигателей

$T_{ЭМ}^{(1)} = T_{ЭМ}^{(2)}, c$	$T_{Э}^{(1)} = T_{Э}^{(2)}, c$	$T_{ЭМ}^{(3)}, c$	$T_{Э}^{(3)}, c$	$k_1^{(M)} = k_2^{(M)}, (кг \cdot с)^{-1}$	$k_3^{(M)}, (кг \cdot с)^{-1}$
0,24	0,08	0,21	0,06	0,0001	0,5

Таблица 2.7 – Матрицы скоростных коэффициентов и упругости

$c_{1,1}, кг/мм$	$c_{2,2}, кг/мм$	$c_{3,3}, кг/мм$	$h_{1,1}, кг \cdot с/мм$	$h_{2,2}, кг \cdot с/мм$	$h_{3,3}, кг \cdot с/мм$
2000	4000	1000	1,3	1,1	0,8
$c_{1,2} = c_{2,1}$, $кг/мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}$, $кг/мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}$, $кг/мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с/мм$
200	150	80	0,6	0,5	0,4

Таблица 2.8 – Параметры динамической связи

$\rho, кг/мм^2$	$\rho_0, кг/мм$	$\varsigma, (мм/с)^{-1}$	$\theta_1 = \theta_2$	$T^{(0)}, с$	μ	k_T
300	1-50	0,1	20	0,0002	0,5	12

Рассмотрим типичные траектории (рис. 2.33).

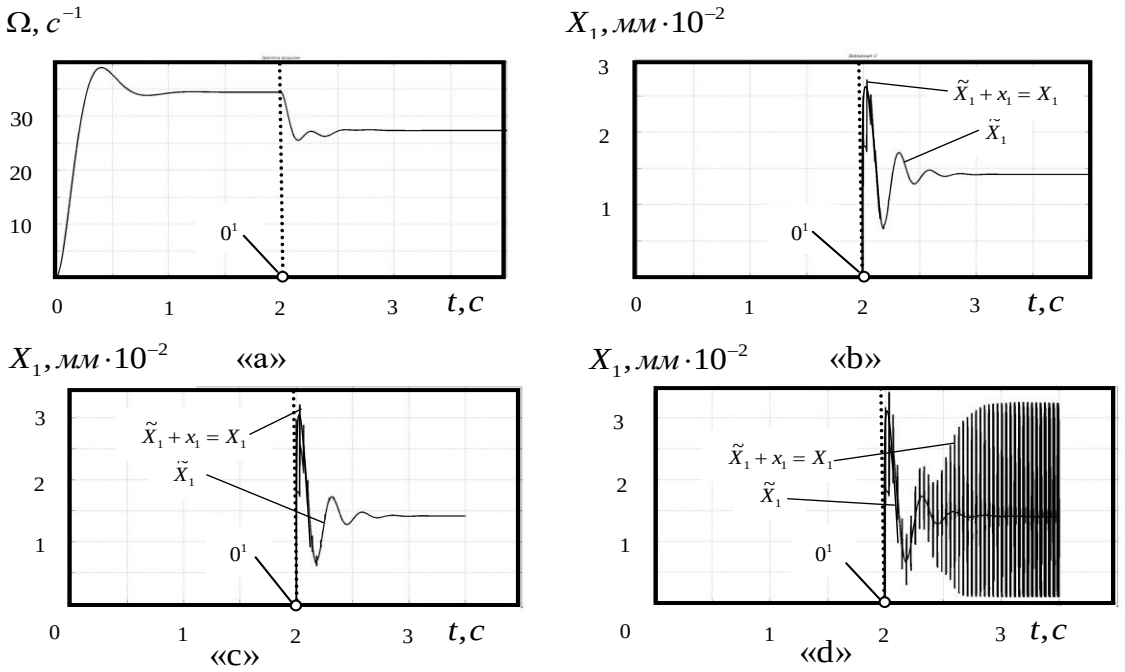


Рис. 2.33 – Примеры изменения траекторий вращения шпинделя и деформационных смещений: «a»- переходные процессы двигателя шпинделя; «b», «c», «d» -переходные процессы деформационных смещений в направлении X_1 при $k_h = 1$ (a) , $k_h = 0{,}5$ (b), $k_h = 0{,}2$ (c)

Момент включения двигателя и момент врезания в заготовку соответственно обозначены точками «O» и «O^1» Здесь свойства ДСР зависят от матрицы ско-

ростных коэффициентов **h**. Как видно, переходные процессы $\Omega_3(t)$ в точках «О» и «$О^1$» отличаются.

В приведенном примере (рис. 2.33 «d») траектория подсистемы «быстрых» движений $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}$ теряет устойчивость, и в ней формируются притягивающие множества деформаций типа предельного цикла. Однако траектория «медленных» движений $\tilde{\mathbf{X}}$ остается практически неизменной. Причем изменение этого закона зависит от соотношения мощности резания и мощности рассматриваемого серводвигателя. Если мощность резания существенно меньше мощности серводвигателя, то влияние «быстрых» движений на свойства серводвигателей нивелируется. Проанализируем особенности динамики при продольном точении вала ($\Omega_1 = 0$) с параметрами (см. табл. 2.6-2.8). Для анализа удобно сделать следующие упрощения: для «медленных» движений $T^{(0)} \to 0$; кроме этого положим $\mu = 0$. Тогда уравнение динамики будет

$$\begin{cases} \mathbf{T_{ЭМ}T_Э}\dfrac{\mathbf{d^2\Omega}}{\mathbf{d}t^2} + \mathbf{T_{ЭМ}}\dfrac{\mathbf{d\Omega}}{\mathbf{d}t} + \mathbf{\Omega} + \mathbf{k}^{(\mathbf{M})}[\mathbf{F}^{(0)}(\mathbf{X},\mathbf{\Omega}) + \mathbf{T_Э}\dfrac{\mathbf{dF}^{(0)}(\mathbf{X},\mathbf{\Omega})}{\mathbf{d}t}] = \mathbf{\Omega_0}; \\ \mathbf{cX} = F^{(0)}\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T = \mathbf{F}^{(0)}(\mathbf{X},\mathbf{\Omega}); \\ F^{(0)} = \rho[t_P^{(0)} - X_1]\int\limits_{t-(\Omega_3)^{-1}}^{t}\{\pi D k_P^{(2)}\Omega_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)\}d\xi, \end{cases} \qquad (2.37)$$

где D - диаметр ротора двигателя. Удобно рассмотреть несколько случаев.

Первый случай. 1. Силы резания не влияют на вращение якоря двигателя подачи, то есть $k_2^{(M)} \to 0$. 2. Мощность резания на порядок меньше мощности двигателя шпинделя, тогда $\Omega_3 = const$. Будем варьировать жесткость $c_{2,2}$. На параметр $c_{2,2}$ влияет не только податливость инструмента по отношению к несущей системе станка, но и суммарная жесткость механической части привода подачи, а также условия трения во всех его элементах [153]. В зависимости от конструктивных элементов и их состояния $c_{2,2}$ может варьироваться в широких пределах. Проанализируем преобразование $\Omega_2(p)$ в деформационные смещения $X_2(p)$ и величину подачи $S_P(p)$ в изображениях по Лапласу [153]

$$W_{\Omega_2,X_2}(p)=\frac{X_2(p)}{\Omega_2(p)}=\frac{1-\exp[-p(\Omega_3)^{-1}]}{p}\frac{A\pi Dk_P}{1+A\{1-\exp[-p(\Omega_3)^{-1}]\}};$$
$$W_{\Omega_2,S_p}(p)=\frac{S_P(p)}{\Omega_2(p)}=\frac{1-\exp[-p(\Omega_3)^{-1}]}{p}\frac{\pi Dk_P}{1+A\{1-\exp[-p(\Omega_3)^{-1}]\}}, \quad (2.38)$$

где $A=\rho t_P^{(0)}g_2$ - безразмерный параметр; $g_2=\Delta_{X_2}/\Delta$ - суммарная податливость по направлению X_2; $\Delta_{X_2}=\begin{bmatrix} c_{1,1} & \chi_1 & c_{3,1} \\ c_{1,2} & \chi_2 & c_{3,2} \\ c_{1,3} & \chi_3 & c_{3,3} \end{bmatrix}$; $\Delta=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$; p-символ изображения по Лапласу. Выражение (2.38) позволяет выяснить частотные свойства преобразований, которые зависят от параметра «A». Если $A\to 0\,(g_2\to 0)$, то $W_{\Omega_2,S_p}(p)\Rightarrow \pi Dk_P\frac{1-\exp(-Tp)}{p}$, то есть $\int\limits_{t-T}^{t}[\pi Dk_P\Omega_2(\xi)-v_2(\xi)]d\xi$ преобразуется в $\int\limits_{t-T}^{t}\pi Dk_P\Omega_2(\xi)d\xi$. По мере увеличения g_2 на частотные свойства начинает оказывать влияние член $\frac{\pi Dk_P}{1+A\{1-\exp[-p(\Omega_2)^{-1}]\}}$. При $A\to\infty\ W_{\Omega_2,S_p}(p)\Rightarrow\frac{\pi Dk_P}{p}$. Это обусловлено функциональной связанностью сил и деформаций. При этом уменьшается полоса пропускания блока $W_{\Omega_2,S_p}(p)$, что отображается в увеличении времени переходного процесса $S_P(t)$. Здесь рассматривается реакция без учета динамики двигателя. Приведено два примера переходных процессов для $\mathbf{c^{(1)}}=\begin{bmatrix} 2000 & 0 & 0 \\ 0 & 1500 & 0 \\ 0 & 0 & 800 \end{bmatrix}$ и $\mathbf{c^{(2)}}=\begin{bmatrix} 2000 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 800 \end{bmatrix}$. Как видно, при увеличении g_2 непропорционально возрастает время переходного процесса $t_П$ за счет уменьшения полосы пропускания рассматриваемого блока (рис. 2.34). Анализ приводит к следующим заключениям. 1) Следовательно, управление установившимися деформациями на частотах, равных или кратных частоте заготовки, с помощью скорости подачи невозможно (рис.2.34) [153].

2) Вариации скорости продольных перемещений, лежащие выше частоты вращения шпинделя, быстро затухают, так как по смыслу оператор формирования

подачи характеризует оператор скользящего среднего в окне времени оборота заготовки с точностью до коэффициента.

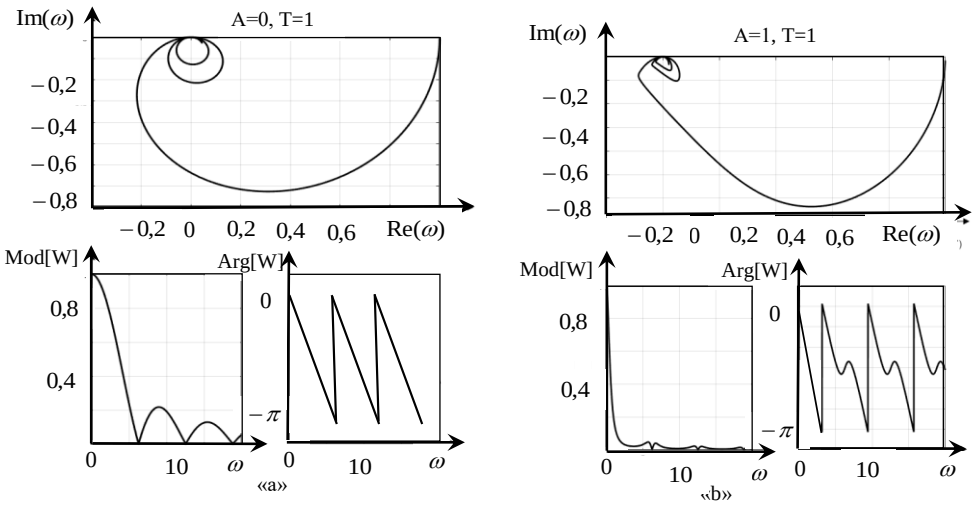


Рис. 2.34 – Пример частотных характеристик $W_{\Omega_2,S_P}(j\omega)$: a) A=0, b) A=1

3) Время переходного процесса зависит от всех элементов матрицы жесткости **c** (рис.2.35).

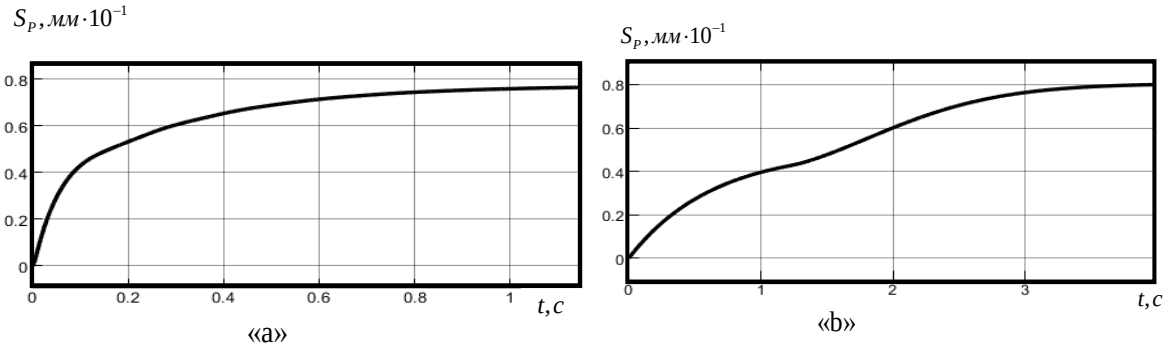


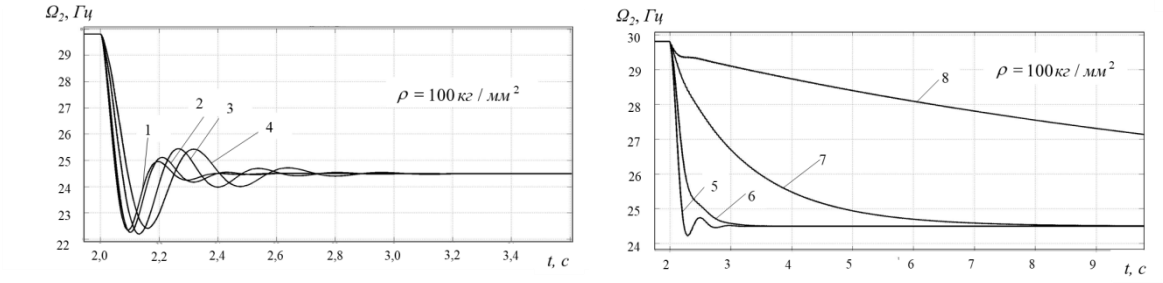
Рис. 2.35 – Переходные процессы $S_P(t)$: a)-матрица жесткости $\mathbf{c}^{(1)}$, b) - $\mathbf{c}^{(2)}$

Второй случай отличается тем, что $k_2^{(M)} \neq 0$. Тогда при анализе связи $\Omega_0^{(2)}(p)$ с $\Omega_2(p)$ и $S_P(p)$ необходимо учитывать, что процесс резания формирует внутреннюю отрицательную обратную связь, которая изменяет свойства системы. Для анализа ее влияния проанализируем передаточные функции

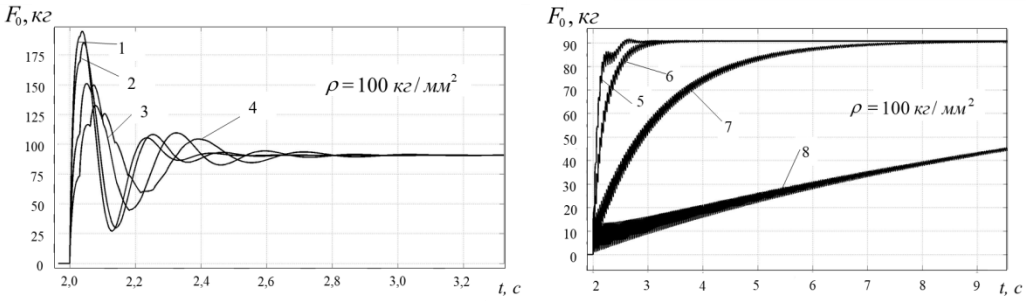
$$\Omega_2(p) = \Omega_0^{(2)}(p)\frac{1}{1+T_{ЭМ}p+T_{ЭМ}T_Э p^2+k_\Sigma^{(F)}(1+T_Э p)W^*_{\Omega_2,S_p}(p)};$$
$$S_P(p) = \Omega_0^{(2)}(p)\frac{k_S W^*_{\Omega_2,S_p}(p)}{1+T_{ЭМ}p+T_{ЭМ}T_Э p^2+k_\Sigma^{(F)}(1+T_Э p)W^*_{\Omega_2,S_p}(p)}, \qquad (2.39)$$

где $k_{\Sigma}^{(M)} = \dfrac{R_2 \pi D k_P \rho t_P}{c_e^{(2)} c_M^{(2)}}$ - параметр влияния процесса резания на динамику двигателя;

$W^*_{\Omega_2, S_p}(p) = \dfrac{1-\exp[-p(\Omega_3)^{-1}]}{p} \dfrac{1}{1+A\{1-\exp[-p(\Omega_3)^{-1}]\}}$; $k_S = \pi D k_P$. Переходные процессы процессов двигателя подачи и сил резания изменяются при вариациях $c_{2,2}$, ρ, влияющих на параметр A и на $k_{\Sigma}^{(M)}$ (рис. 2.35). Податливость g_2 влияет только на параметр A. Режимы, при которых получены графики: $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$; $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм/об$; $V_P^{(0)} = 1{,}2\ м/с$.



«a»

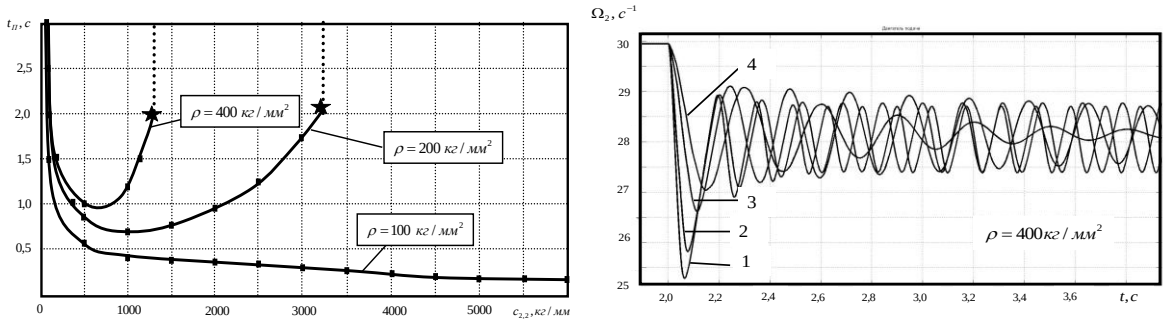


«b»

Рис. 2.36 – Примеры переходных процессов частоты вращения двигателя подачи «a» и модуля силы резания «b» при различных значениях жесткости $c_{2,2}$: 1- $c_{2,2} = 10000\ кг/мм$; 2- $c_{2,2} = 4000\ кг/мм$; 3- $c_{2,2} = 1000\ кг/мм$; 4- $c_{2,2} = 500\ кг/мм$; 5- $c_{2,2} = 100\ кг/мм$; 7- $c_{2,2} = 50\ кг/мм$; 7 - $c_{2,2} = 10\ кг/мм$; 8 - $c_{2,2} = 1\ кг/мм$

Результаты цифрового моделирования показывают, что жесткость $c_{2,2}$ может существенно влиять на переходные процессы (рис. 2.36). Меняется время переходного процесса [153] и его форма. При варьировании с динамические процессы достаточно точно аппроксимируются колебательным, апериодическим или даже интегрирующим звеньями. Учет функциональной связанности сил, деформаций и ТИЭС, приводит к образованию внутренней обратной связи, которая мо-

жем привести к потере устойчивости. Точки, в которых система теряет устойчивость и в ней развиваются автоколебания, обозначены на рис. 2.37 «a» звездами. Пример графиков переходных процессов (рис.2.37 «b») показывает, что увеличение податливости может стабилизировать равновесие деформационных смещений и соответствующих им ТИЭС.



«a» «b»

Рис. 2.37 – Изменение времени $t_П$ «a» и пример «b» переходных процессов:
1- $c_{2,2} = 10000$ *кг/мм*; 2- $c_{2,2} = 4000$ *кг/мм*; 3- $c_{2,2} = 1000$ *кг/мм*; 4- $c_{2,2} = 500$ *кг/мм*

Третий случай. Скорости $\Omega_2 = const$ и $\Omega_1 = 0$, матрица **c** является диагональной. Тогда справедливо

$$\begin{cases} T_{ЭМ}^{(3)} T_Э^{(3)} \dfrac{d^2\Omega_3}{dt^2} + T_{ЭМ}^{(3)} \dfrac{d\Omega_3}{dt} + \Omega_3 + k^{(M)}[F^{(0)} + T_Э^{(3)} \dfrac{dF^{(0)}}{dt}] = \Omega_0^{(3)}; \\ X_i = F^{(0)} \chi_i \, g_i, \quad i = 1,2,3; \\ F^{(0)} = \rho[t_P^{(0)} - X_1]\{\dfrac{\pi D k_P^{(2)} \Omega_2}{\Omega_3} - \int\limits_{t-(\Omega_3)^{-1}}^{t} v_{X_2}(\xi) d\xi\}. \end{cases} \tag{2.40}$$

В частности, если $\mathbf{c} \to \infty$, то вместо (2.40) имеем

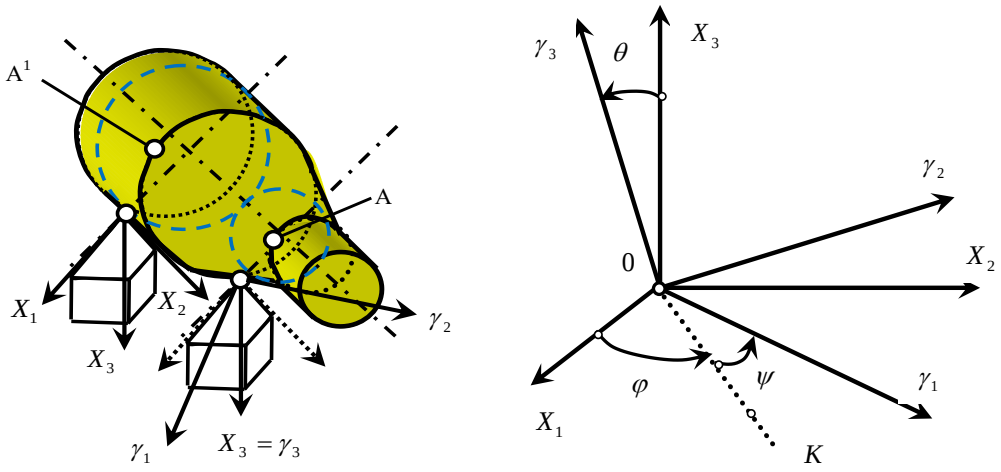
$$T_{ЭМ}^{(3)} T_Э^{(3)} \frac{d^2\Omega_3}{dt^2} + T_{ЭМ}^{(3)} \frac{d\Omega_3}{dt} + \Omega_3 + k_3^{(M)} \rho_\Sigma [\frac{1}{\Omega_3} - \frac{T_Э^{(3)}}{(\Omega_3)^2} \frac{d\Omega_3}{dt}] = \Omega_0^{(3)}, \tag{2.41}$$

где $\rho_\Sigma = \pi D k_P^{(2)} \Omega_2 \rho$. Таким образом, мы имеем случай подробно рассмотренный ранее, как правило, приводящий к самовозбуждению системы в случае деформационных смещений по X_3. Примером эффекта является увеличение податливости подсистемы заготовки, которая может стабилизировать равновесие деформационных смещений и соответствующих им ТИЭС. Например, при обработке маложестких деталей вдоль ее оси может увеличиваться податливость, тогда в некоторых случаях это может не усиливать колебания, а наоборот, способствовать формированию нового устойчивого рав-

новесия, хотя фактическое положение инструмента относительно детали изменяется. Наиболее часто подобные явления наблюдаются при точении деталей сложной формы на токарных обрабатывающих центрах, особенно при малой частоте вращения шпинделя. Деформации в других направлениях X_1 и X_2 создают отрицательную обратную связь, за счет увеличения сил резания, вызывающих еще большее смещение инструмента и, следовательно, толщину срезаемого слоя, после чего снижается сила резания. Таким образом, можно наблюдать следующую последовательность эффектов: сперва подсистема инструмента деформируется, а затем идет реакция со стороны сил резания. Однако подобный эффект увеличивает инерционность процесса резания и быстродействие ДСР в целом снижается.

2.4.2 Изменение матриц упругости и скоростных коэффициентов в зависимости от направления движения инструмента

При обработке деталей сложного геометрического профиля с одновременно изменяющимися скоростями продольного и поперечного суппорта, приходится учитывать, что в пространстве $\Re_L^{(3)}$, в котором рассматриваются траектории движения исполнительных элементов станка, изменяется суммарное направление движения продольного и поперечного суппортов. На рис. 2.38 это участок от точки «A» до точки «A^1».



«a» «b»

Рис.2.38 – Система координат, в которой отсчитывается упругое деформационное смещение и внешние силы: a) – координаты подсистемы инструмента при продольном точении; b) – вращение системы координат с помощью углов Эйлера

Поэтому при определения траекторий деформаций необходимо перейти из пространства $\Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$ к пространству $\Re_{\gamma}^{(3)}$. Другими словами от $\mathbf{X}=\{X_1,X_2,X_3\}^T\in\Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$ к $\boldsymbol{\gamma}=\{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3\}^T\in\Re_{\gamma}^{(3)}$. Здесь $X_3=\gamma_3$, направление γ_2 совпадает с направлением суммарной скорости суппортов, а направление γ_1 ортогонально к нему. В этом случае, необходимо выполнить пересчет матриц упругости, скоростных и инерционных коэффициентов к новой системе координат $\boldsymbol{\gamma}=\{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3\}^T\in\Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$, повернутой на углы Эйлера θ, φ и ψ. Эти углы зависят от направления движения инструмента в пространстве. Ранее обращено внимание на два момента. Во-первых, матрицы инерционных коэффициентов **m** являются диагональными, поэтому они не изменяются при повороте системы координат. Во-вторых, главные оси эллипсоидов жесткости и скоростных коэффициентов имеют одну ориентацию, так как в ортогональной системе координат в модели подсистемы инструмента расположены в одних осях. В-третьих, оси X_3 и γ_3 практически совпадают, так как направление движения инструмента практически совпадает с направлением оси X_3.

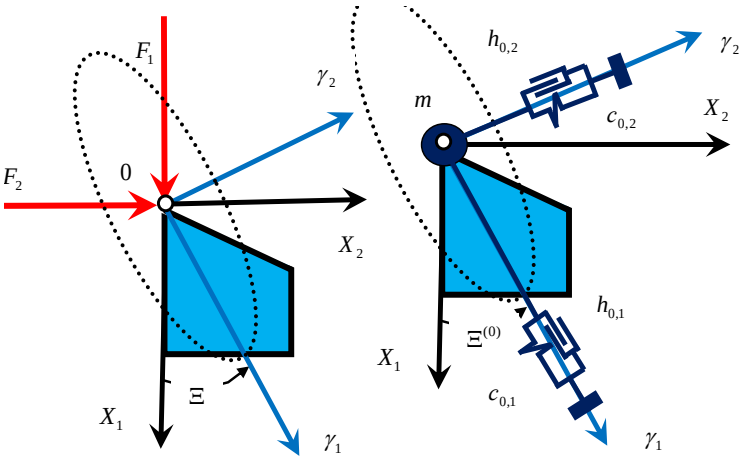


Рис.2.39 – Система координат, в которой отсчитывается упругие деформации режущего инструмента и силы

Рассмотрим определение зависимости матриц упругости от вращения системы координат на примере подсистемы инструмента. При анализе процесса резания необходимо учитывать, что жесткость инструмента зависит не только от его конструкции, но и от направления действия нагрузки. Тогда для моделирования поворота системы координат относительно исходного положения O,X_1,X_2,X_3 используются поворотная матрица с углами Эйлера для получения новой системы координат $O\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ (рис.2.38 «b»). При этом ориентация осей X_3 и γ_3 совпадает.

Кроме этого экспериментальный анализ матриц $\mathbf{c}$ токарных станков традиционной компоновки показал [8, 149, 150], что в большинстве случаев их структура матрицы $\mathbf{c}$ имеет вид $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,1} & 0 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & c_{3,3} \end{bmatrix}$.

Тогда в новой системе координат $O\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, повернутой относительно оси X_3 на угол Ξ, мы имеем новую матрицу упругости $\mathbf{c}^{(\Xi)} = \begin{bmatrix} c_{1,1}^{(\Xi)} & c_{2,1}^{(\Xi)} & 0 \\ c_{1,2}^{(\Xi)} & c_{2,2}^{(\Xi)} & 0 \\ 0 & 0 & c_{3,3} \end{bmatrix}$ и новый эллипс жесткости (рис. 2.39), а оси γ_3 и X_3 также совпадают. Поэтому при анализе преобразования матриц жесткости достаточно выяснить их преобразование в плоскости $\{X_1, X_2\}$. Алгоритмы преобразования матриц жесткости при вращении системы координат на углы Эйлера известны [155, 163, 164]. Они также частично изложены в приложении П.2.2.1. Поэтому, не останавливаясь на деталях, вначале рассмотрим проблему определения матрицы $\mathbf{c}^{(\Xi)}$ в зависимости от угла Ξ (рис. 2.39). Если определена $\mathbf{c}$ в пространстве $\mathrm{X} = \{X_1, X_2, X_3\} \in \Re^{(X)}$, то $\mathbf{c}^{(\Xi)}$ в пространстве $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}^T \in \Re^{(\lambda)}$ можно получить путем преобразования над системными матрицами

$$\mathbf{c}^{(\Xi)} = \mathrm{A}_{\mathrm{X},\lambda}^{T} c \mathrm{A}_{\mathrm{X},\lambda}. \tag{2.50}$$

Тогда после операции преобразования координат $\mathbf{c}^{(\Xi)} = \begin{bmatrix} cos\Xi & -sin\Xi \\ sin\Xi & cos\Xi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} cos\Xi & sin\Xi \\ -sin\Xi & cos\Xi \end{bmatrix}$ имеем для матрицы жесткости в новой системе координат

$$\mathbf{c}^{(\Xi)} = \begin{bmatrix} (c_{1,1}cos^2\Xi + c_{2,2}\sin^2\Xi - 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi) & \Leftrightarrow \\ [(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\Xi + c_{1,2}\cos 2\Xi] & \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \quad [(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\Xi + c_{1,2}\cos 2\Xi] & \\ \Leftrightarrow \quad (c_{1,1}\sin^2\Xi + c_{2,2}\cos^2\Xi + 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi) & \end{bmatrix}. \tag{2.51}$$

Если исходная матрица диагональная ($c_{1,2} = c_{2,1} = 0$), а $\Xi = \pi/4$, то получаем

$$\mathbf{c}^{(\Xi)} = \begin{bmatrix} (c_{1,1} + c_{2,2})\frac{1}{\sqrt{2}} & -(c_{1,1} - c_{2,2}) & 0 \\ -(c_{1,1} - c_{2,2}) & (c_{1,1} + c_{2,2})\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & c_{3,3} \end{bmatrix}. \qquad (2.52)$$

Если $c_{1,1} = c_{2,2}$, то (2.52) остается диагональной, как и исходная матрица.

Теперь рассмотрим условия диагонализации матрицы **c**. Для этого потребуем, выполнение условия $[(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\Xi + c_{1,2}\cos 2\Xi] = 0$, тогда получаем

$$\Xi^{(0)} = \frac{1}{2} arctg(\frac{2c_{1,2}}{(c_{1,1} - c_{2,2})}), \qquad (2.53)$$

где $\Xi^{(0)}$ - значение угла поворота осей относительно X_3, при котором матрица $\mathbf{c}^{(\Xi)}$ становится диагональной. Тогда

$$\mathbf{c}^{(\Xi)} = \begin{bmatrix} c_{0,1} & 0 & 0 \\ 0 & c_{0,2} & 0 \\ 0 & 0 & c_{3,3} \end{bmatrix}, \qquad (2.54)$$

где $c_{0,1} = (c_{1,1}cos^2\Xi + c_{2,2}\sin^2\Xi - 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi)$; $c_{0,2} = (c_{1,1}\sin^2\Xi + c_{2,2}cos^2\Xi + 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi)$. Выполним обратное преобразование $\Re_{\gamma}^{(3)} \Rightarrow \Re_{X}^{(3)}$. Тогда имеем

$$c = \begin{bmatrix} cos\Xi^{(0)} & \sin\Xi^{(0)} \\ -\sin\Xi^{(0)} & cos\Xi^{(0)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{0,1} & 0 \\ 0 & c_{0,2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} cos\Xi^{(0)} & -\sin\Xi^{(0)} \\ \sin\Xi^{(0)} & cos\Xi^{(0)} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_{0,1}cos^2\Xi^{(0)} + c_{0,2}\sin^2\Xi^{(0)} & \frac{1}{2}(c_{0,2} - c_{0,1})\sin 2\Xi^{(0)}] \\ \frac{1}{2}(c_{0,2} - c_{0,1})\sin 2\Xi^{(0)} & c_{0,1}\sin^2\Xi^{(0)} + c_{0,2}\cos^2\Xi^{(0)} \end{bmatrix}. \qquad (2.55)$$

Из (2.55) следует наиболее распространенный случай обработки на токарных станках, когда зажимная втулка вала оказывает равномерное давление на его тело, то есть $c_{0,2} = c_{0,1}$ матрицы **c** являются диагональными. Этому условию соответствуют упругие свойства обрабатываемых валов, закрепленных в зажимных устройствах с равными жесткостями по направлениям деформаций. Это. Этому свойству должны удовлетворять подсистемы инструмента при обработке деталей сложного геометрического профиля. В противном случае при изменении направ-

ления движения вершины инструмента вдоль траектории будут наблюдаться изменения матриц упругости и динамических свойств системы резания в целом.

Экспериментальные исследования упругих систем металлорежущих станков показывают, что изменение сил приводит к изменению матрицы **c**, однако направления максимальной и минимальной жесткости, задающие ориентацию эллипса жесткости практически постоянны. Существование направлений ориентации сил, при которых отсутствуют ортогональные направления деформационных смещений хорошо известно из экспериментальных исследований станков [8, 149, 150]. Одним из направлений использования этого свойства является создание современных станков с наклонным расположением станины. Кроме этого при проектировании инструментальных систем, в которых закрепляется инструмент, целесообразно обеспечивать равенство упругости по всем направлениям в плоскости $X_1 - X_2$. В этом случае изменение направления движения в этой плоскости не вызывает вариации матриц упругости **c**, скоростных **h** и инерционных **m** коэффициентов. В принятой схематизации динамической системы матрицы упругости моделируются упругими подвесками обобщенной массы, а свойства упругости дополняются матрицами скоростных коэффициентов, определяющих диссипацию взаимодействующих подсистем. Для экспериментального оценивания матриц **m**, **h** и **c** используются испытания упругих систем в статике и при определении импульсных реакций подсистем инструмента и заготовки (см. приложение 3).

Таким образом, динамические особенности подсистемы инструмента и заготовки можно схематизировать в виде обобщенных масс, подвешенных в пространстве на упруго-диссипативных подвесках. Причем, в силу симметрии упругих свойств подсистемы заготовки, обрабатываемой на токарном станке, ее матрицы жесткости становятся диагональными.

2.5 Анализ и выводы по главе

Вторая глава диссертационной работы демонстрирует, что синергетический подход к анализу процессов обработки на металлорежущих станках обуславливает необхо-

димость изучения всей системы с учетом их взаимовлияния и внутрисистемной самоорганизации. В систему в целом включаются подсистемы, моделирующие преобразования траекторий, представленных в программе ЧПУ в ТИЭС, ТИЭС в деформационные смещения инструмента относительно заготовки, а также в траектории формообразующих движений. В главе рассмотрена проблема анализа невозмущенной динамической системы резания, то есть такой, в которой неуправляемые возмущения, источником образования которых является сам станок (например, биения шпиндельной группы) и процесс обработки (например, вариации припуска), отсутствуют. Траектории же элементов станка, в том числе сил резания, определяются априорно заданной программой ЧПУ и динамическими свойствами системы. Для раскрытия свойств преобразования траекторий пространств $\Re_U^{(3)} \Rightarrow \Re_L^{(3)} \Rightarrow \Re_X^{(3)}$ и их механизмы потери устойчивости использован метод экспериментальных исследований, дополненный математическим моделированием динамики всех подсистем. При анализе динамической системы резания показано, что она обладает свойством эмерджентности. При этом во многих случаях даже малые вариации некоторых параметров системы может приводить к принципиальным отличиям ее свойств.

Приведенный в главе материал можно охарактеризовать как новый этап знаний об управлении и динамике процессов обработки на металлорежущих станках. Он ограничен примерами продольного точения валов, но основные принципы и методы анализа можно распространить и на другие процессы обработки. Этот этап заключается в следующем.

1. Предложен принцип математического моделирования системы в целом и сама математическая модель. Рассмотрена методика ее декомпозиции на отдельные подсистемы с учетом их взаимовлияния. Таким образом, система представляется в виде двух взаимосвязанных подсистем: подсистемы «медленных» и «быстрых» движений.

2. Предложено математическое моделирование, методы анализа и программные комплексы для цифрового моделирования единой динамической системы резания, которая рассматривает процесс резания не как совокупность отельных элементов, а как единую динамическую систему. В ней приводная подсистема, инструмент и заготовка взаимосвязаны и одновременно влияют друг на друга. Взаимодействия представляются си-

лами, формируемыми в области контактов граней режущих инструментов с процессом резания. При этом, силы, формируемые в области передней грани инструмента, главным образом определяются площадью срезаемого слоя и запаздыванием реакции на ее изменение. Силы, формируемые в области контакта задних граней инструмента и заготовки, зависят от относительной скорости этого контакта, которая обусловлена колебательными деформационными смещениями инструмента и заготовки. В результате модель позволяет учитывать не только геометрические параметры резания, но и реальные динамические характеристики процесса обработки, приводной системы станка и упругих деформаций.

3. При анализе устойчивости точки равновесия упругих деформаций, рассматриваемых в подвижной системе координат, использовано линеаризованное уравнение в вариациях, которое аналитически и в некоторых случаях на цифровых моделях позволило выявить следующие особенности потери устойчивости равновесия:

- в результате выполненных исследований обнаружены новые для рассматриваемой области результаты. Во-первых, при изменении параметров динамической связи образуются гироскопические и циркуляционные силы. Последние приводят к потере устойчивости траектории инструмента в виде прецессионных колебаний, что всегда подтверждается практикой;

- при изучении устойчивости во всей научной литературе в мировой практике главное внимание уделялось регенеративному эффекту самовозбуждения. В приведенных в главе результатах исследований показано, что влияние регенеративного эффекта самовозбуждения на устойчивость противоречиво;

- во все линеаризованные уравнения в вариациях в качестве параметров входят технологические режимы (скорость резания, глубина и величина подачи), которые можно считать параметрами, управляющими динамическими свойствами системы. Поэтому приведенный математический инструментарий открывает путь к выбору в параметрическом пространстве технологических режимов областей асимптотически устойчивых траекторий формообразующих движений, что в большинстве случаев является необходимым условием при определении программы ЧПУ;

- доказано, что при варьировании скоростей резания и подачи существует оптимальное их значение, при которых траектории деформационных смещений являются

асимптотически устойчивыми. Увеличение глубины резания при прочих неизменных условиях всегда способствует самовозбуждению системы.

4. Установлено, что при потере устойчивости равновесия в его окрестности формируется большой спектр типов притягивающих множеств деформаций, соответствующих им сил резания и мощности необратимых преобразований энергии. Благодаря численному моделированию программном комплексе Matlab было установлено формирование различных притягивающих множеств при потери устойчивости точки равновесия с большой типизацией аттракторов. Цифровые результаты также сравнивались с результатами экспериментальных исследований.

Отмечаются следующие особенности зависимости сил резания от траекторий формообразующих движений:

- интегральный оператор формирования подачи, на вход которого подается два гармонических воздействия со стороны подачи и скорости резания, характеризуется как сложный нелинейный преобразователь. Здесь отмечается три наиболее важных эффекта: удвоение частоты вариаций величины подачи, образование постоянной составляющей ее изменения, а также нивелирование обнуления вариаций подачи на частотах, равных или кратных частоте вращения заготовки;

- дополнительные силы, зависящие от скоростей упругих деформаций, характеризуют нелинейную диссипацию процесса резания и одновременно ограничивают развитие амплитуды периодических деформаций. При этом также формируется постоянная составляющая в скоростях деформаций, которая также «медленно» перестраивает свойства системы. Описание дополнительных сил в виде нелинейной зависимости также приведено в диссертационной работе;

- зависимость сил резания от площади срезаемого слоя образует мультипликативное взаимодействие деформаций в направлениях скорости подачи и в ортогональном к ней направлении, что также вызывает при больших амплитудах эффект удвоения периода вариаций величины подачи

5. Показано, что имеет место формирование, как хаотических аттракторов, так и притягивающих множеств супер низкой частоты и сложной пространственно-временной структуры. Отдельные фрагменты этой сложной структуры повторяются с поразитель-

ной точностью. Отмечается также, что формирование хаотических аттракторов образуется через каскад бифуркаций удвоения периода, и в формировании этих странных аттракторов принимают участие свойства, как интегрального оператора подачи, так и мультипликативная форма преобразований деформаций в площадь срезаемого слоя.

6. Принятый в диссертации подход к анализу динамической системы резания на основе рассмотрения двух иерархически связанных подсистем «быстрых» и «медленных» движений позволяет изучать свойства систем независимо и при условии асимптотической устойчивости траектории «медленных» движений становятся притягивающим множеством траекторий системы в целом. При формировании в окрестности подсистемы «быстрых» движений притягивающих множеств деформаций необходимо выполнять взаимную коррекцию траекторий на каждом иерархическом уровне. Исследования динамики «медленных» движений показали, что потеря устойчивости траекторий зависит от соотношения мощностей серводвигателей и процесса резания. При потере устойчивости в этой системе образуются, как правило, автоколебания, и склонность системы к их образованию возрастает по мере уменьшения частоты вращения шпинделя.

7. Вариации траекторий «быстрых» и «медленных» движений от заданных по программе ЧПУ приводят к вариациям сил резания. Они изменяют траектории формообразующих движений. Деформации в направлении подачи и отжима инструмента формируют отрицательные обратные связи, уменьшающие силы резания, тогда как вариации скоростей в тангенциальном направлении создают положительные обратные связи. Поэтому процесс резания выступает внутренним регулятором, определяющим ТФД и устойчивость их точки равновесия.

Глава 3. Исследование возмущенной динамической системы

В главе главное внимание уделено вибрационным возмущениям, как генерируемым станком, так и специально вводимым в зону резания вибрациям (низкочастотным и высокочастотным вплоть до ультразвуковых колебаний (УЗК) для создания эффектов, улучшающих процесс обработки. Эти возмущения, специфичные для данного станка и обрабатываемой заготовки, характеризуют предельно достижимые показатели качества изготовления деталей. Необходимо подчеркнуть, что при математическом моделировании не возмущенной динамической системы принципиально можно обеспечить изготовление деталей, идеальных по качеству, что не соответствует реальным условиям.

Возмущения, вносящие отклонения траекторий от заданных, моделируют зависимость выходных свойств процесса резания от качества станка и его состояния в ходе эксплуатации. В главе главное внимание уделено вибрационным возмущениям, так как «медленные» возмущения, например, заданный закон изменения припуска, можно отнести к априорно заданным изменениям параметров. Проблемы управления системой резания при априорно заданных законах изменения параметров системы вдоль траектории движения инструмента будут рассмотрены в главе 6. Именно поэтому в настоящей главе мы ограничимся переменными составляющими возмущений, среди которых рассмотрим две группы.

К первой группе отнесем возмущения, вызывающие изменения взаимодействий инструмента и заготовки через динамическую связь, формируемую процессом резания. Главным образом, это возмущения, вызывающие вариации площади срезаемого слоя. Ко второй группе отнесем силовые возмущения, которые математической модель представляются в виде силового шума, не зависящим от координат состояния системы. Приведем, как и раньше, перечень основных публикаций, в которых изложен, рассмотренный в главе материал [192, 198-217].

3.1 Моделирование возмущений, вызывающих вариации площади срезаемого слоя

Коротко рассмотрим основные возмущения, действующие на динамическую систему резания. Это, прежде всего возмущения, приводящие к изменениям пло-

щади срезаемого слоя $S(t)$, вариации которой вызывают изменения сил резания. Анализ показывает, что к вариациям площади срезаемого слоя приводят следующие возмущения (рис. 3.1):

- $\Delta V^{(K)}(t)$ кинематические возмущения, то есть вариации скорости подачи относительно ее значения $V^{(2)}$, обеспечиваемого в пределах полосы пропускания серводвигателя подачи системой регулирования скорости;

- $\Delta S_P^{(Б)}(t)$, $\Delta t_P^{(Б)}(t)$ соответственно осевые и радиальные биения шпиндельной группы, зависящие от частоты вращения шпинделя и сил, формируемых в зоне резания. Основная частота биений близка к частоте вращения шпинделя, но в зависимости от сил несколько отстает от нее. Это связано с влиянием циркуляционных сил при вращении роторов в подшипниках [80-82, 179-181];

- $\Delta R(t)$ вариации припуска, определяемые отклонениями радиуса обрабатываемой заготовки относительно среднего ее значения. Эти возмущения анализируются в виде изменения радиуса заготовки в поперечном сечении;

- $\Delta S^{(f)}$ неучтенные возмущения, главным образом, определяемые взаимодействиями при движении суппортных групп по направляющим станка через узлы трения.

Площадь срезаемого слоя формируется как $S(t) = t_P^{(V)}(t) S_P^{(V)}(t)$. Тогда приращения площади срезаемого слоя, с учетом возмущений $\Delta V^{(K)}(t)$, $\Delta S_P^{(Б)}(t)$, $\Delta t_P^{(Б)}(t)$, $\Delta R(t)$, можно представить в виде суммы

$$\Delta\widehat{S}(t) = t_P^*[\int_{t-T}^{t} \Delta V^{(k)}(\xi) d\xi + \Delta S^{(Б)}(t)] + S_P^{(0)}[\Delta R(t) + \Delta t_P^{(Б)}(t)] +$$
$$+ [\Delta R(t) + \Delta t_P^{(Б)}(t)][\int_{t-T}^{t} \Delta V^{(k)}(\xi) d\xi + \Delta S^{(Б)}(t)] + \Delta S^{(f)}(t) \qquad (3.1)$$

где $t_P^* = t_P^{(0)} - X_1^*$. Рассмотрим особенности этих возмущений, выявленные экспериментальными исследованиями. Оборудование, приборы и методики исследований приведены в приложении П.3. Вначале остановимся на особенностях преобразования биений в изменение площади срезаемого слоя. На рис. 3.2 приведены

примеры траекторий биений шпинделя станка, на котором выполнялась основная часть экспериментов.

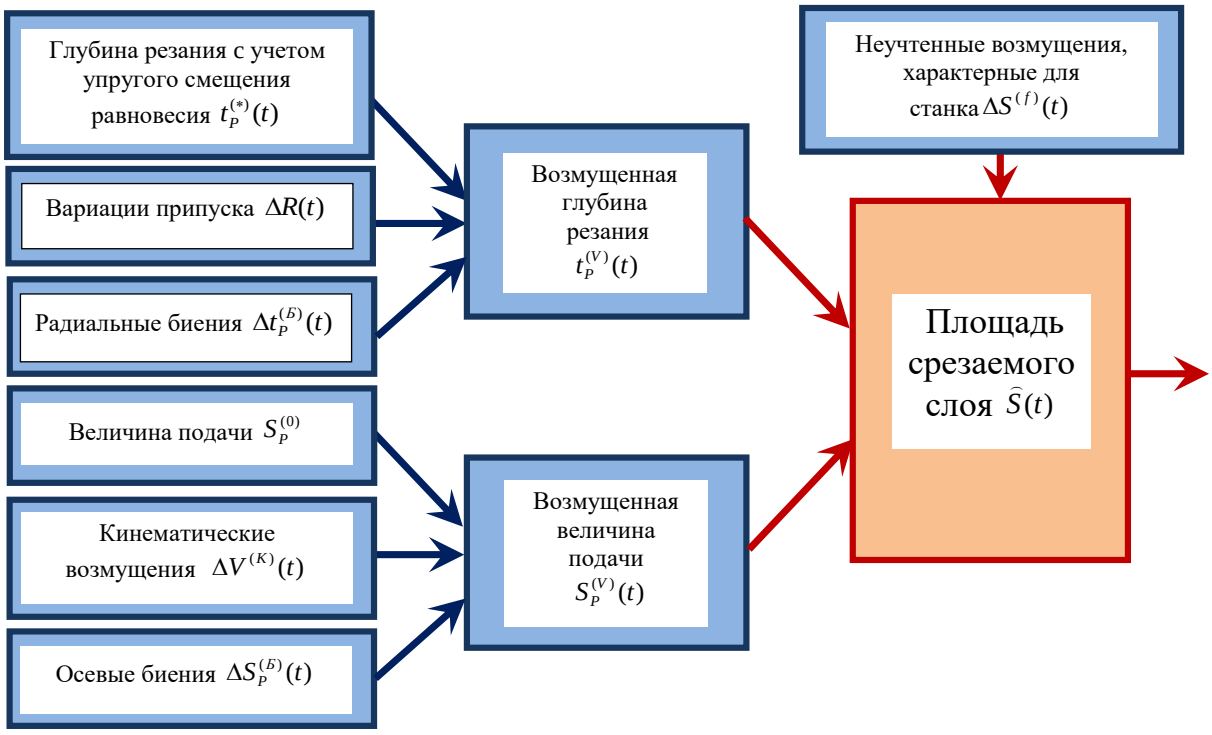


Рис. 3.1 – Параметры, участвующие в формировании площади срезаемого слоя

Отмечается, что биения имеют направления, противоположные вращению шпинделя. Это связано с формированием циркуляционных сил в узле трения шпинделя [80-82]. На малой частоте заметна нестабильность вращения, которая обусловлена «блуждающими» биениями роторов, установленных в подшипниковых узлах трения.

Биения шпинделя $\Delta t_P^{(Б)}(t)$, как показывают эксперименты, осуществляются в плоскости $\{X_1, X_3\}$, и их можно представить в виде

$$\mathbf{\Delta X(t)} = \Delta X_0\{\sin\Omega_0 t, 0, \sin(\Omega_0 t + \pi/2)\}^T, \qquad (3.2)$$

где ΔX_0 - амплитуда колебательных смещений в $[мм]$; Ω_0 - циклическая частота в $[c^{-1}]$ (в отличие от частоты вращения заготовки Ω). Таким образом, при изучении влияния биений достаточно задать два параметра: амплитуду биений ΔX_0 и частоту Ω_0, которая, как правило, меньше частоты вращения шпинделя. Сами же радиальные биения происходят в плоскости $\{X_1, X_3\}$ и вызывают не только изме-

нения глубины резания $\Delta t_P^{(D)}(t) = \Delta X_0 \sin \Omega_0 t$, но и скорости в точке контакта вершины инструмента и заготовки $V_3(t) = V_3^{(0)} - \Delta X_0 \Omega_0 \sin \Omega_0 t = V_3^{(0)}[1 - \varepsilon_T \sin \Omega_0 t]$.

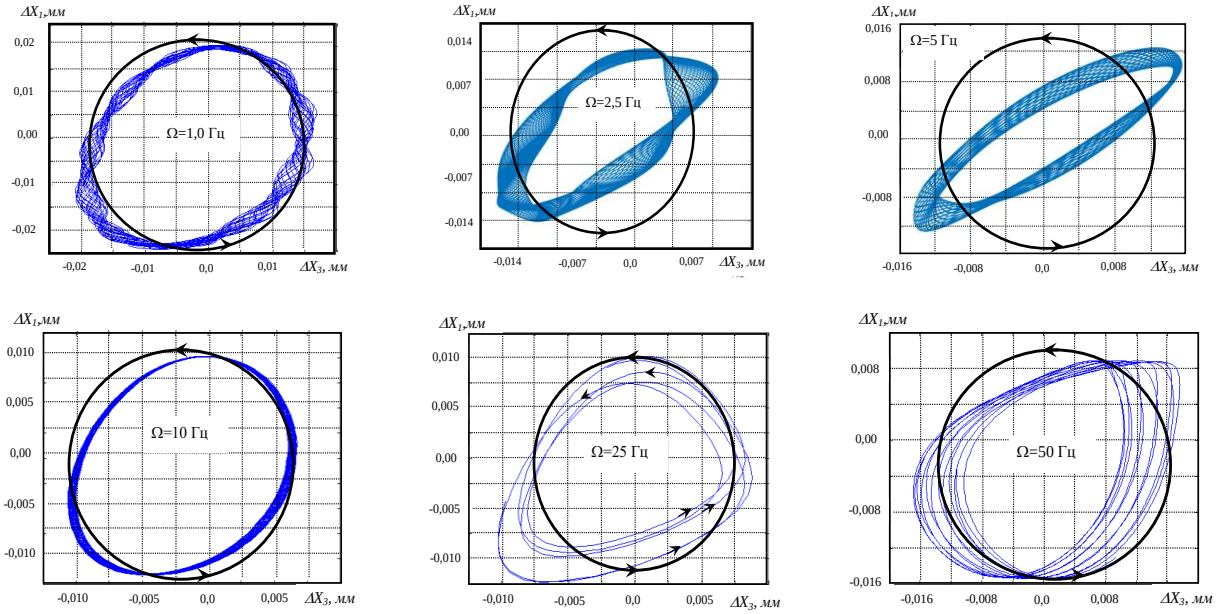


Рис. 3.2 – Примеры траекторий радиальных биений шпинделя в плоскости $\{X_1, X_3\}$

Здесь $\varepsilon_T = \Delta X_0 \Omega_0 / V_3^{(0)}$ является малой величиной при традиционных скоростях резания. Однако при малых скоростях резания параметр ε_T может заметно влиять на вариации запаздывающего аргумента в интегральном операторе формирования подачи, тогда, как показано во второй главе при анализе свойств интегрального оператора, вариации запаздывающего аргумента будут вызывать и изменения величины подачи. Тогда радиальные биения шпинделя будут изменять не только глубину резания, но и величину подачи, что приводит к мультипликативным эффектам при формировании площади срезаемого слоя, то есть к удвоению периода вариаций сил резания. Однако этот эффект является скорее исключением, чем правилом, так как наступает при нереально малых скоростях резания.

Кинематические возмущения $\Delta V^{(K)}(t)$, имеют достаточно широкий спектральный состав, так как в их формировании принимают участие множество взаимодействий, на которые было обращено внимание ранее (рис. 2.31). Приведем типичный пример кинематических возмущений и их спектров (рис. 3.3). Исследования показали [142, 157], что зубчатые зацепления, механика передач приводов подачи, а также взаимодействие суппорта по линейным направляющим станка

диагностируются в спектральных характеристиках вибраций по направлению скорости продольной.

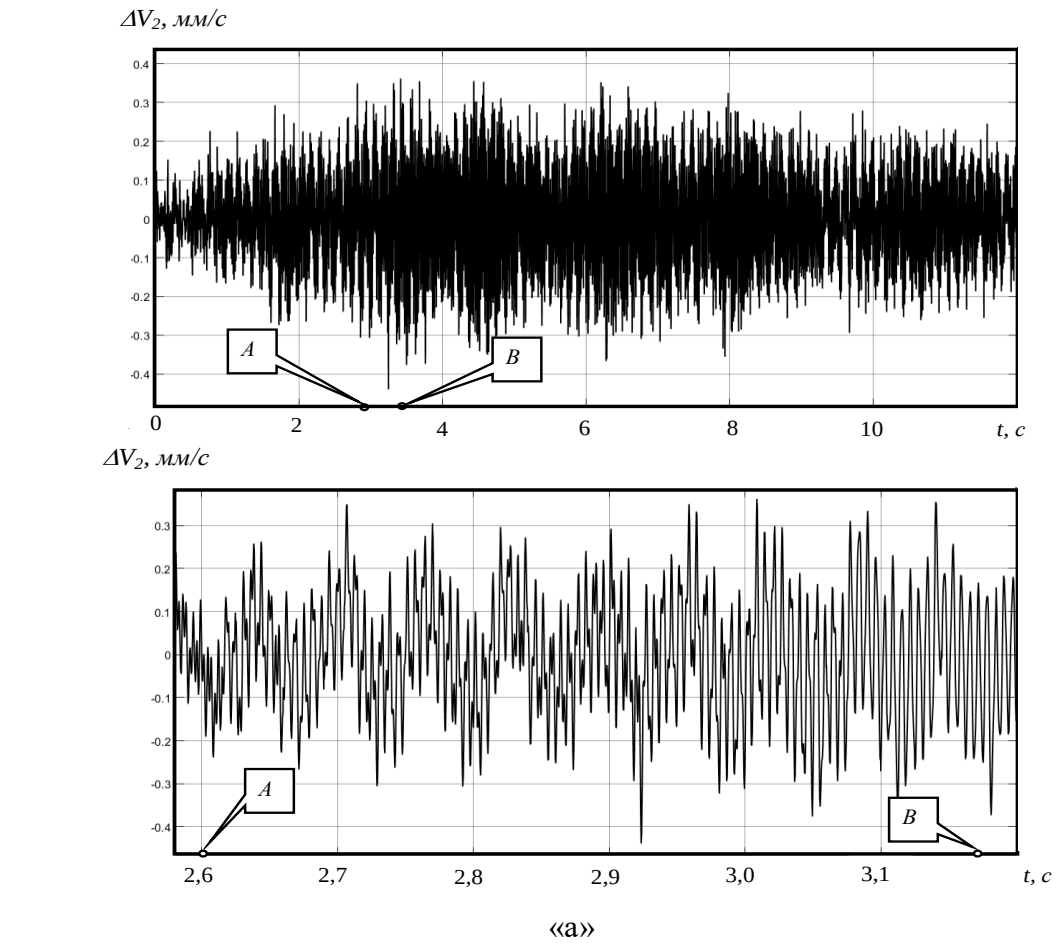


Рис. 3.3 – Характеристики вибраций скорости продольной подачи: a) - временные реализации; b) – автоспектр при V_2= 5 мм/с; c) - автоспектр при V_2= 10 мм/с

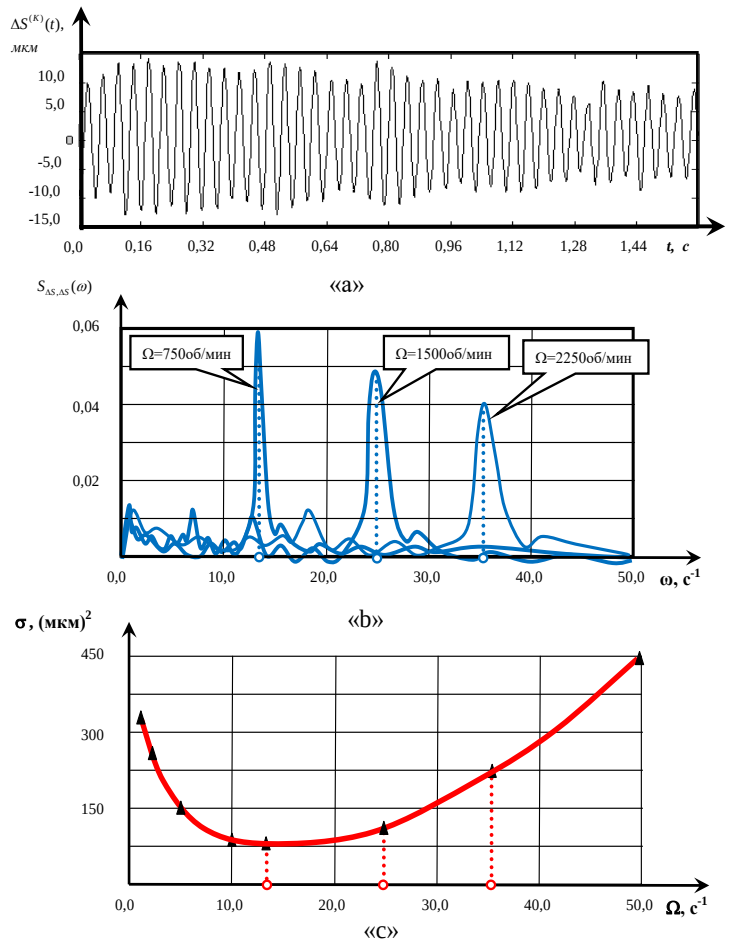


Рис. 3.4 – Обработанные вариации величины подачи при n=1500 об/мин («a»), нормированные к дисперсии спектры («b») и изменения дисперсии колебаний («c») при различных частотах вращения шпинделя Ω

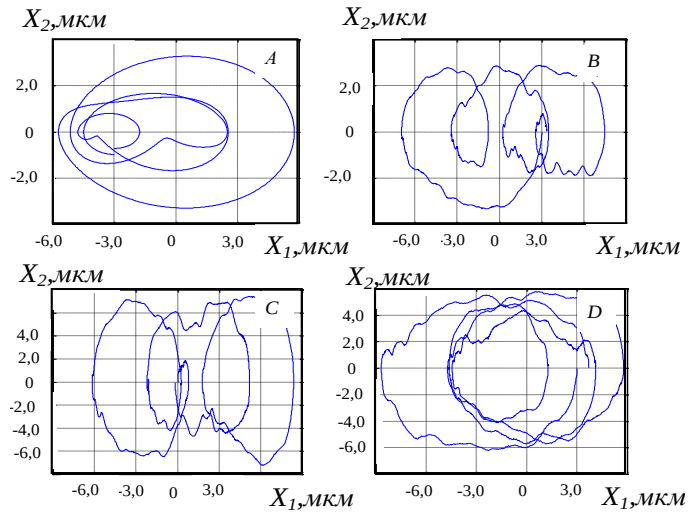


Рис.3.5 – Пример колебаний суппорта в плоскости «$X_1 - X_2$» на участках «A, B, C, D», относящихся к различным местам вдоль направляющих станка

Если варьировать скорость подачи, то в спектре можно выделить всплески, зависящие от частоты вращения ротора двигателя, и всплески, которые в частотной области остаются практически неизменными. Это связано с тем, что в частотной области имеются обусловленные геометрическими погрешностями редукторов, и всплески, обусловленные особенностями взаимодействий вращающихся элементов привода с несущей системой станка. Однако эти возмущения преобразуются в вариации подачи с помощью интегрального оператора формирования подачи во временном окне $T=1/\Omega$. Естественно гармонические составляющие выше частоты Ω затухают.

На рис. 3.4 приведен пример временной реализации и спектр, который является преобразованными кинематическими возмущениями к вариации величины подачи. К кинематическим возмущениям, изменяющим скорость про-

дольных перемещений инструмента, можно отнести и осевые биения шпиндельной группы.

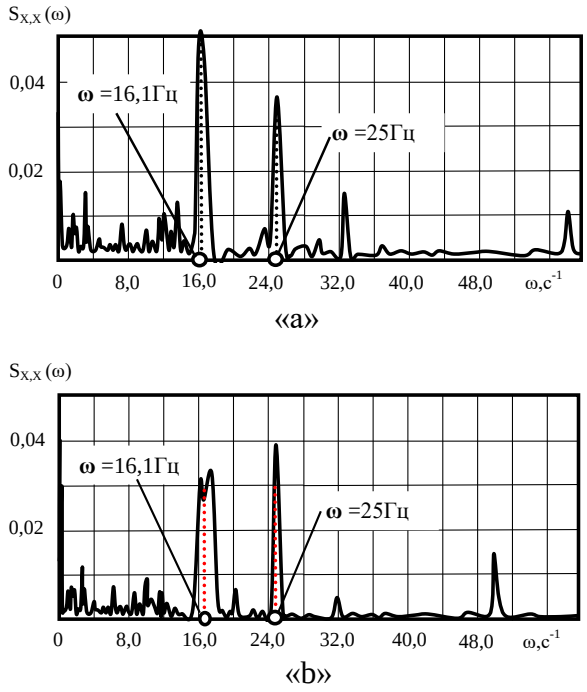


Рис. 3.6 – Пример нормированных к дисперсии автоспектров колебательных смещений суппорта станка УТ16Ф3 в направлении X_1: a) – процесс резания отсутствует; b)-в процессе резания

Были выполнены также экспериментальные измерения радиальных колебаний суппорта без нагрузки и при введении дополнительных сил, моделирующих силы резания. На рис. 3.5 приведены фрагменты колебательных смещений суппорта станка УТ16Ф3 в плоскости $X_1 - X_2$. Скорость подачи – 2,5 мм/с. Здесь частотный состав смещений в различных направлениях практически совпадает, но форма каждой реализации может отличаться в зависимости от места расположения суппорта вдоль оси шпинделя. Колебательные смещения суппорта в процессе резания и без резания представляет сложный широкополосный сигнал, спектральный состав которого в низкочастотной области (до 50,0 Гц) качественно остается неизменным (рис. 3.6). В среднечастотном диапазоне, в пределах собственных частот, формируемых подсистемами суппорта и заготовки (диапазон от 200,0 Гц до (2,0-3,0) кГц) он существенно отличается, особенно в случае, когда осуществляется обработка. Наконец, в высокочастотном диапазоне от (2,0-3,0) кГц и выше, спектр ВАЭ отличается принципиально. Анализ показывает, что по мере увеличения частоты наблюдаются колебания вплоть до сотен килогерц [101, 141, 142].

Однако в этом случае он определяется сигналом виброакустической эмиссии (ВАЭ), формирование которого частично рассмотрим в следующем параграфе. Проанализированные примеры вибрационных возмущений получены при постоянных технологических режимах и при продольном точении валов, у которых

периодическими вариациями припуска можно пренебречь. Отметим следующие главные особенности моделирования вибрационных возмущений, вызывающих изменение площади срезаемого слоя.

1. Периодические возмущения, приведенные к вариациям площади срезаемого слоя, зависят от точки их приложения к системе. Причем, преобразование возмущений в деформации принципиально зависят от амплитуды. При малых амплитудах выражение (3.1) существенно упростится, так как произведение малых величин есть величина малая, которой можно пренебречь, то есть $\Delta\widehat{S}(t) = t_P^*[\int_{t-T}^{t}\Delta V^{(k)}(\xi)d\xi + \Delta S^{(Б)}(t)] + \varepsilon^{(f)}(t)$. Здесь $\varepsilon^{(f)}(t)$ неучтенные суммарные остатки возмущений. При этом принято во внимание, что $t_P^* \rangle\rangle S_P^{(0)}$. Также при малых амплитудах колебательной скорости резания вариациями величины запаздывающего аргумента в интегральном операторе формирования подачи можно пренебречь. Тогда в вариациях площади срезаемого слоя и соответствующих ей силах резания мы видим линейные отображения возмущений. Однако по мере увеличения амплитуды колебаний ее отображение в силах заметно изменяется, причем, эти изменения тем заметнее, чем больше амплитуда внешних неуправляемых воздействий.

2. Возмущения, формируемые биениями шпинделя, кинематическими воздействиями, а также их составляющие, генерируемые взаимодействиями суппорта с направляющими станка, как правило, имеют различный частотный состав. Причем, частоты возмущений не только не равны между собой, но и аддитивны. Они имеют широкий спектральный состав. Известно, что в этом случае они образуют сигнал, близкий к белому шуму [218, 219].

Таким образом, при изучении реакции системы на внешние возмущения можно использовать модель возмущений в виде детерминированного периодического воздействия в совокупности с «белым» шумом.

3.2 Силовые возмущения

Как уже отмечено, возмущения, идущие от станка и собственно процесса резания, имеют широкий спектральный состав. Если их анализировать в рамках приведенных математических моделей, то их высокочастотные составляющие, лежащие за пределами полосы пропускания взаимодействующих подсистем, не измеримы и не анализируемы. Кроме этого для их раскрытия необходимо существенно уточнить модель системы резания, во-первых, на основе представления взаимодействий в виде системы с бесконечным числом степеней свободы. Во-вторых, на основе раскрытия физической сущности взаимодействий, необходимо вводить в уравнения формируемой резанием динамической связи дополнительно термодинамические, молекулярные и др. аспекты взаимодействий. В этом случае уровень описания расширенного пространства состояния существенно увеличивается. В-третьих, при математическом моделировании динамики процесс резания необходимо учитывать иерархию динамических процессов, различающихся по скорости реализации во времени. Соответственно, динамику воздействий и параметров динамической связи целесообразно рассматривать усреднено на интервале времени, который определяется импульсной характеристикой подсистемы более высокого иерархического уровня. При этом анализ высокочастотных колебаний, например, виброакустической эмиссии (ВАЭ), обладает своей прикладной ценностью для построения диагностических моделей состояния процесса резания.

Рассмотрим особенности моделирования силовой эмиссии процесса резания на примере периодического формирования поверхностей скольжения в зоне образования стружки. В этом случае наблюдается периодические изменения сил резания, контактного давления на поверхность инструмента ρ, обусловленные изменениями физико-механических свойств материала в зонах первичной (1), вторичной (2) пластической деформаций и в контакте задней грани инструмента с обрабатываемой поверхностью (3). Здесь, прежде всего, необходимо рассматривать силы, определяемые особенностями стружкообразования [115, 182-185]. Все рассмотренные ранее модели опирались на обработку с формированием сливной

стружки. Однако при точении, например, чугуна или бронзы формируется стружка надлома, которая характеризуется ее фрагментацией. В этом случае сопротивление движению инструмента, следовательно, параметр ρ, является переменной функцией времени. Средняя же сила, воспринимаемая упругой системой в низкочастотной области, в этом случае будет зависеть от глубины модуляции поверхностей скольжения. В этом случае можно рассматривать лишь устойчивость периодических деформаций, но не точки равновесия в подвижной системе координат. Динамическая система при формировании сливной и стружки надлома характеризуют два предельных случая. При обработке многих материалов, например, никелевых или титановых сплавов, большинства легированных сталей в зависимости от скорости резания, а также толщины и ширины срезаемого слоя, наблюдается переход от одной схемы стружкообразования к другой. Однако основным фактором влияния являются деформации в областях первичной (1) и вторичной (2) деформаций (рис.3.7), термодинамические процессы, процессы деформационно-скоростного упрочнения и температурного разупрочнения.

При переходе от сливной стружки к суставчатой и от суставчатой к стружке надлома используются модели адиабатического сдвига при образовании новой поверхности скольжения. В этом случае после образования поверхности скольжения («0-$A^{(1)}$» на рис. 3.7) при переходе от стадии упругой деформации к пластическому течению наблюдается температурное разупрочнение материала. Поэтому деформация микрообъемов, совершаемая в этих областях, перемещается от поверхности «0-$A^{(1)}$» к «0-$A^{(2)}$» . При этом увеличивается длина поверхности скольжения до тех пор, пока сопротивление движению по этой поверхности (длина«0-$A^{(2)}$» больше, чем «0-$A^{(1)}$») становится равным

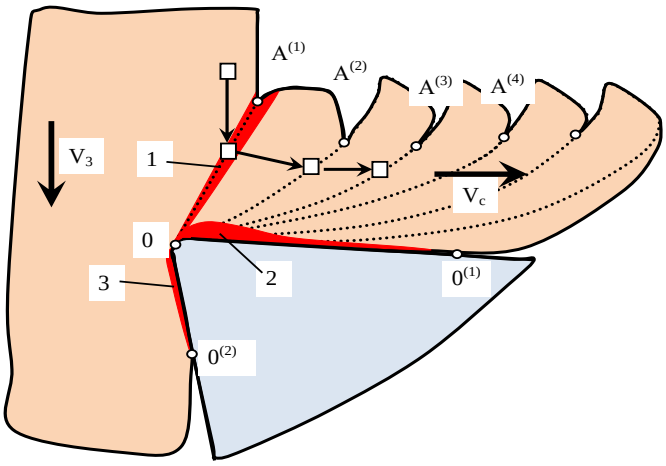


Рис.3.7 – Схема стружкообразования

или большим, чем в локальной области вблизи вершины инструмента. Затем формируется новая поверхность скольжения, но свойства материала стружки между которыми могут существенно отличаться.

Взаимодействия стружки с передней поверхностью инструмента определяются условиями трения при движении стружки по контактной области «0-$0^{(1)}$», и совместно с условиями трения «регулирует» расположение области первичной пластической деформации. Таким образом, это сложный упруго - пластический термодинамический процесс, в котором главное значение имеют не свойства взаимодействующих подсистем механической части, а многие физические явления, влияющие на свойства среды.

Значительная часть исследований фрагментации стружки выполнена экспериментально. Впервые Р. Блеком экспериментально показано, что при образовании стружки можно выделить несколько периодических процессов [220]. Причем, по его утверждению периоды фрагментации определяются не условиями обработки и режимами, а физико-механическими свойствами обрабатываемого материала, инструмента и технологической среды. Выполненные исследования показывают, что формирование типа стружки не зависит от параметров динамики взаимодействующих подсистем. В частности, длина фрагментов остается примерно неизменной при варьировании жесткости подсистем. Фрагментация в большей степени зависит от расположения поверхностей скольжения в материале при его пластической деформации.

Сопротивление движению инструмента в наших моделях определяется параметром $\rho(t)$, который можно представить в следующем виде

$$\rho(t) = \rho^{(0)} + \rho^{(Ц)}(t) \ , \qquad (3.3)$$

где $\rho^{(0)}$ - постоянная составляющая; $\rho^{(Ц)}(t) = \Delta\rho(t - T^{(Л)})$ - переменная составляющая, период повторения которой равен периоду фрагментации стружки. Причем, $\rho^{(0)} + Max\{\Delta\rho(t - T^{(Л)})\} = \rho_\sigma$. Здесь ρ_σ - максимальное значение давления, которому соответствует предельное значение напряжений в зоне стружкообразования, при котором формируется новая поверхность скольжения. Если задана площадь

$S = const$ срезаемого слоя, то сила резания определяется $F(t) = \{\rho^{(0)} + \Delta\rho(t - T^{(Л)})\}S$. Тогда можно считать эмиссионную составляющую сил в виде $\mathbf{F^{(Э)}(t)} = \Delta\rho(t - T^{(Л)})S\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$.При моделировании $\rho^{(Ц)}(t)$ будем опираться на $\mathbf{F^{(Э)}(t)}$, и использовать феноменологическое о них представление.

В основе феноменологической модели $\rho^{(Ц)}(t)$ лежат свойства случайной импульсной последовательности [221, 222]. Ее можно представить как последовательность стандартных импульсов, идущих друг за другом. Мы остановимся на основной периодичности, связанной с формированием поверхностей скольжения $\rho^{(Ц)}(t)$. Для моделирования такой последовательности можно ввести в рассмотрение стандартный импульс. Он характеризуется расстоянием между импульсами (рис. 3.8) $T_i^{(0)}$, временем нарастания $\tau_i^{(1)}$ и спада $\tau_i^{(2)}$, а также высотой $H_i^{(0)}$.

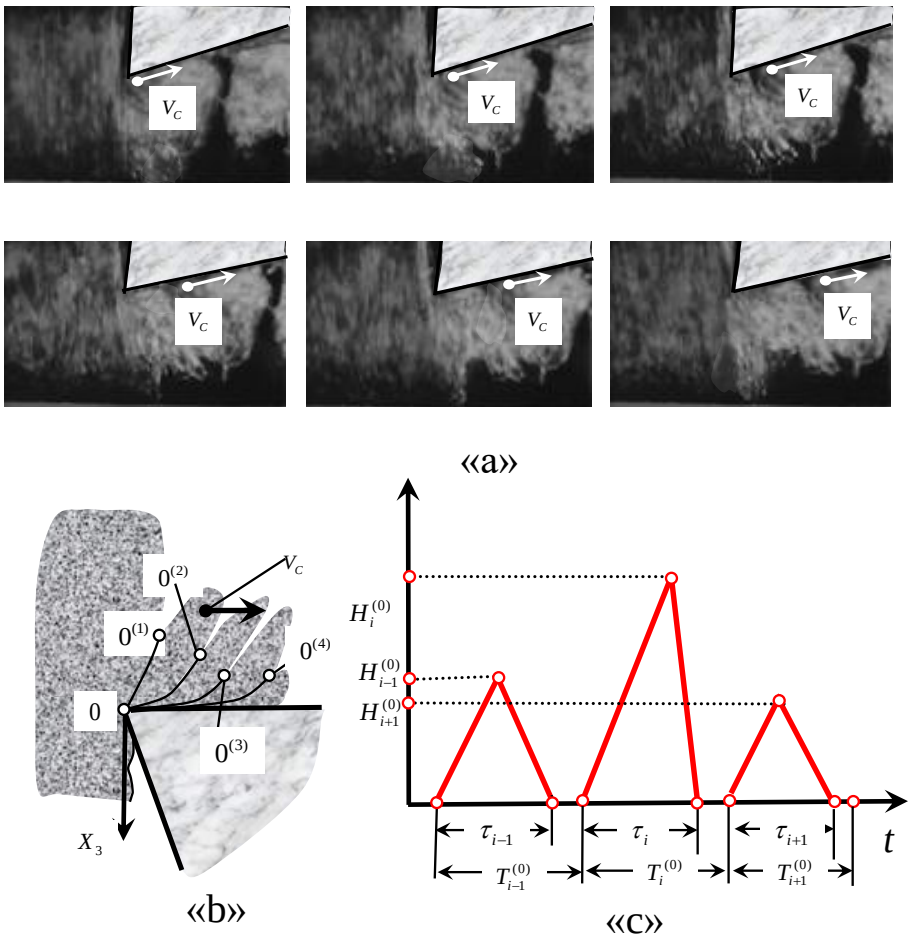


Рис. 3.8 – Схема формирования силовой эмиссии: «a»- раскадровка скоростной киносъемки образования элементов стружки; «b»- процесс фрагментации стружки; «c»- пример представления случайной силовой последовательности

Если следовать Р. Блеку, то можно считать, что соотношение между $\tau_i^{(1)}$ и $\tau_i^{(2)}$ остается неизменным, то есть длительность импульса $\tau_i = \tau_i^{(1)} + \tau_i^{(2)}$. Это связано с тем, что время нарастания и спада зависят от пути. Соотношение между $\tau_i^{(1)}$ и $\tau_i^{(2)}$ при разных скоростях резания остается практически неизменным. Величина же τ_i зависит от скорости резания и объема пластической деформации. Обычно при обработке конструкционных материалов, например, стали 45, высоты $H_i^{(0)}$ возрастают при уменьшении скорости резания. Однако при обработке титановых сплавов высоты $H_i^{(0)}$ возрастают при увеличении скорости резания. Рассмотрим имитационное моделирование для оценивания периодических изменений сил в случае, когда формируется суставчатая и (или) элементная стружка. Силы включают в себя составляющие $\mathbf{F_\Sigma(t)}$, зависящие от координат системы, а также последовательность

$$\mathbf{F^{(Э)}(t)} = \{F_1^{(Э)}(T_1^{(0)}, \tau_1, H_1^{(0)}),\ F_2^{(Э)}(T_2^{(0)}, \tau_2, H_2^{(0)}), \ldots F_k^{(Э)}(T_k^{(0)}, \tau_k, H_k^{(0)})\}, \qquad (3.4)$$

составленную из стандартных импульсов. Причем $F_i^{(Э)}(t) = \rho^{(И)}(t)\chi_i S$. стандартный импульс будет характеризоваться тремя параметрами: расстоянием между импульсами $T_i^{(0)}$, их длительностью τ_i и высотой $H_i^{(0)}$ (рис. 3.8). Фрагмент нарастания в пределах импульса характеризует образование поверхности скольжения (0-$0^{(1)}$, рис. 3.8). В ее окрестности выделяется энергия, которая за счет разупрочнения материала, приводит к уменьшению сопротивления движения фрагмента стружки. Одновременно при переходе от участка (0-$0^{(1)}$) к (0-$0^{(2)}$) возрастает длина поверхности скольжения и связанное с длиной сопротивление движения стружки. Последовательность (0-$0^{(1)}$), (0-$0^{(2)}$), (0-$0^{(3)}$),… отображается в $\mathbf{F^{(Э)}(t)}$. Аналогичных источников формирования силовой эмиссии при резании множество, например, в области контакта задней грани инструмента с заготовкой, но они могут иметь другую физическую природу. Все они в совокупности характеризуют силовую эмиссию, генерируемую процессом резания.

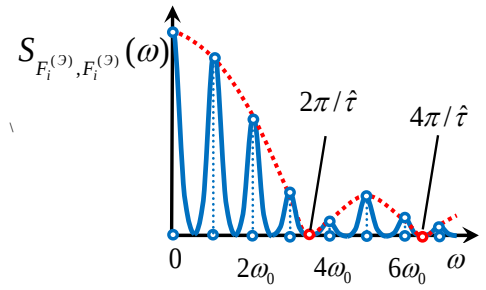


Рис.3.9 – Пример спектра, соответствующего случайной импульсной последовательности (3.5)

При моделировании последовательности $F_1^{(Э)}(t)$ в теории вводятся следующие гипотезы [141]. Теория случайной импульсной последовательности хорошо разработана в статистической радиофизике и оптике [221, 222]. Разработанная теория позволяет вычислить спектральное разложение случайной импульсной последовательности и проанализировать влияние параметров $T_i^{(0)}$, τ_i и $H_i^{(0)}$. На рис. 3.9 приведен пример частотного разложения последовательности, имеющей дисперсию расстояния между импульсами по отношению к их математическим ожиданиям 0,2, а также дисперсию длительности импульсов 0,2. Вариации амплитуды отсутствуют. В этом случае в частотной области наблюдаются последовательные дельтаобразные всплески – $\delta(\omega - i\omega_0), i = 1,2,3,...,$ $\omega_0 = (T_i^{(0)})^{-1}$. Таким образом, на спектральное разложение импульсной последовательности, прежде всего, оказывает влияние, во-первых, статистически усреднённая форма единичного импульса. Во-вторых, математическое ожидание и дисперсия расстояния следования импульсов. Рассмотрим спектральную плотность при рав-

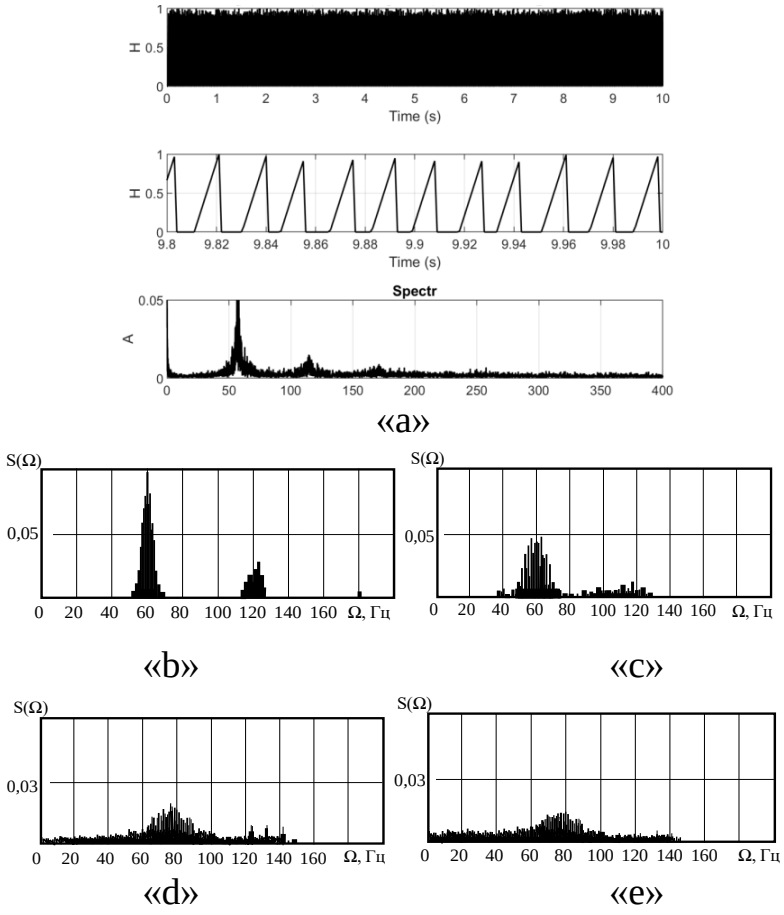


Рис.3.10 – Частотное представление случайной импульсной последовательности: a) во временной и частотной области ($\sigma = 0{,}05$); b) $\sigma = 0{,}1$; c) $\sigma = 0{,}2$; d) $\sigma = 0{,}3$; e) $\sigma = 0{,}4$

ных значениях дисперсии по отношению к математическому ожиданию: вариаций расстояния между импульсами, их длительности и вариации амплитуд (рис. 3.9, 3.10). Спектр показывает, что при увеличении общей дисперсии следования импульсов наблюдается уширение спектральной линии основной частотной составляющей. Если изменяется соотношение между длительностью каждого импульса, то изменяется спектр последовательности, что заметно при малых значениях дисперсии. Изменяется и огибающая амплитудных всплесков этой последовательности в зависимости от соотношения математических ожиданий $\hat{T}^{(0)}$ и $\hat{\tau}$. Рассмотрим качественный вид спектральной плотности при равных значениях дисперсии по отношению к математическому ожиданию: вариаций расстояния между импульсами, их длительности и вариации амплитуд (рис.3.10). Спектр для этих случаев показывает, что при увеличении общей дисперсии импульсов наблюдается уширение спектральной линии их частотных составляющих. Эффект, аналогичный уменьшению добротности в осцилляторе.

В результате получается, что возмущения можно представить в виде совокупности белого шума / квазибелого шума и набора детерминированных периодических функций. Особенности отображений случайной импульсной последовательности в спектральных характеристиках используются при построении систем динамического мониторинга процесса резания, рассмотренные в пятой главе.

3.3 Частотные свойства деформаций при малых отклонениях от равновесия

При анализе влияние возмущений в деформации необходимо учитывать, что уравнения динамики являются нелинейными. Следовательно, реакции зависят не только от частоты, но и от амплитуды. Однако для малых возмущений в окрестности равновесия справедливо линеаризованное представление, позволяющее раскрыть важные свойства системы.

3.3.1 Линеаризованные реакции деформаций на малые возмущения

Изучение влияния возмущений на свойства системы естественно начать со случая, когда в невозмущенном состоянии равновесие является асимптотически

устойчивым, а процесс обработки стационарным. Этим условиям соответствуют режимы: $\mathbf{V} = \{V_1 = 0, V_2 = V_2^{(0)}, V_3 = V_3^{(0)}\}^T = const$, а точка равновесия $\mathbf{X}^* = const$. В качестве возмущений будем рассматривать силовую последовательность $\mathbf{F^{(Э)}(t)} = F^{(0)}(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$ в виде «белого» шума.

Ограничившись анализом недеформируемой заготовки, имеем

$$\mathbf{W(p)X(p)} = \mathbf{F(p)}, \tag{3.8}$$

где $\mathbf{X(p)} = \{X_1(p), X_2(p), X_3(p)\}^T$; $\mathbf{F(p)} = \{F_1(p), F_2(p), F_3(p)\}^T$; p - символ изображения по Лапласу;

$$\mathbf{W(p)} = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} & h_{2,1}p + c_{2,1} & h_{3,1}p + c_{3,1} \\ h_{1,2}p + c_{1,2} & mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} & h_{3,2}p + c_{3,2} \\ h_{1,3}p + c_{1,3} & h_{2,3}p + c_{2,3} & mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3} \end{bmatrix}.$$

Так как рассматриваются возмущения с малыми амплитудами, то силами **Ф(p)**, действующими на задние грани инструмента, можно пренебречь. Тогда

$$\begin{aligned} &\mathbf{F(p)} = F_\Sigma^{(0)}(p)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ &F^{(0)}(p)(T^{(0)}p + 1) = \\ &= \rho^{(V)}\{t_p^{(0)}S_p^{(0)} + S_p^{(0)}\Delta t_P(p) - S_p^{(0)}X_1(p) + t_p^{(0)}\Delta S_P(p) - t_p^{(0)}[1 - \exp(-Tp)]X_2(p)\}, \end{aligned} \tag{3.9}$$

где $\rho^{(V)} = \rho[1 + \mu\exp(-\varsigma\pi D\Omega)] = const$; D - диаметр заготовки; $\Delta f(p)$ - дополнительные силовые возмущения; $F_\Sigma^{(0)}(p) = [F^{(0)}(p) + \Delta f(p)]$. Для удобства анализа можно рассмотреть структурную схему (рис. 3.11).

На структурной схеме обозначено

$$\mathrm{W}_i(\mathrm{p}) = \frac{X_i(p)}{F_\Sigma^{(0)}(p)}, i = 1,2,3, \tag{3.10}$$

где $\mathrm{W}_i(\mathrm{p}) = Q_i(p)/H(p)$; $Q_1(p) = F_\Sigma^{(0)}(p)\begin{bmatrix} \chi_1 & h_{2,1}p + c_{2,1} & h_{3,1}p + c_{3,1} \\ \chi_2 & mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} & h_{3,2}p + c_{3,2} \\ \chi_3 & h_{2,3}p + c_{2,3} & mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3} \end{bmatrix}$;

$$Q_2(p) = F_\Sigma^{(0)}(p)\begin{bmatrix} mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} & \chi_1 & h_{3,1}p + c_{3,1} \\ h_{1,2}p + c_{1,2} & \chi_2 & h_{3,2}p + c_{3,2} \\ h_{1,3}p + c_{1,3} & \chi_3 & mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3} \end{bmatrix}; \quad Q_3(p) = F_\Sigma^{(0)}(p)\begin{bmatrix} mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} & h_{2,1}p + c_{2,1} & \chi_1 \\ h_{1,2}p + c_{1,2} & mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} & \chi_2 \\ h_{1,3}p + c_{1,3} & h_{2,3}p + c_{2,3} & \chi_3 \end{bmatrix};$$

$$H(p)=\begin{bmatrix} mp^2+h_{1,1}p+c_{1,1} & h_{2,1}p+c_{2,1} & h_{3,1}p+c_{3,1} \\ h_{1,2}p+c_{1,2} & mp^2+h_{2,2}p+c_{2,2} & h_{3,2}p+c_{3,2} \\ h_{1,3}p+c_{1,3} & h_{2,3}p+c_{2,3} & mp^2+h_{3,3}p+c_{3,3} \end{bmatrix}.$$

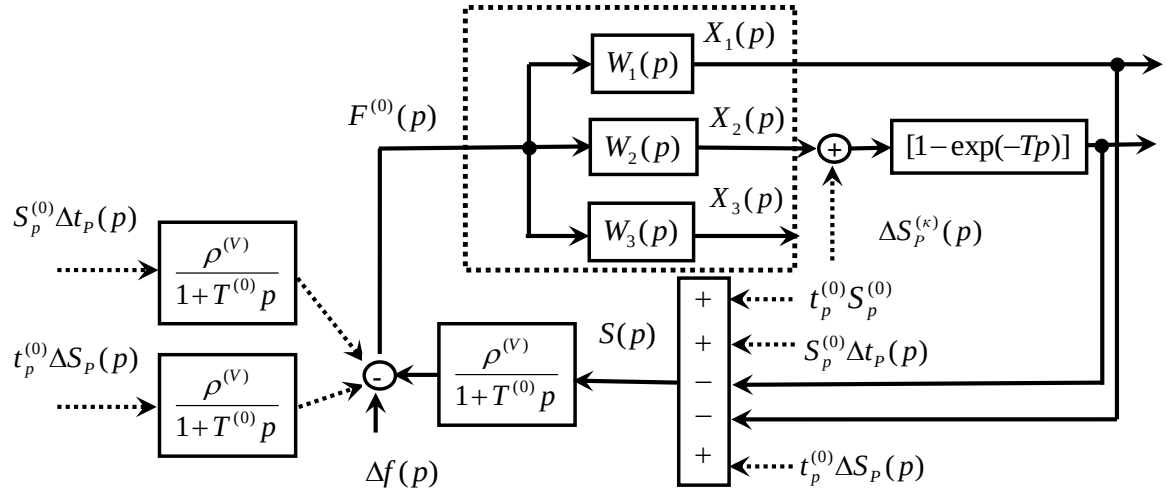


Рис.3.11 – Структурная схема линеаризованной динамической системы резания, возмущенной силовым шумом

Передаточные функции $W_i(p)$ имеют смысл динамической податливости с учетом ориентации силы в пространстве. Из структурной схемы (рис. 3.11) можно вычислить спектральную матрицу деформационных смещений, если заданы авто спектральные характеристики возмущений. В частности, как уже отмечено, можно определить спектры колебаний в направлениях деформаций $X_i, i=1,2,3$. Наибольший интерес представляют свойства деформаций в направлении X_1, так как в этом направлении они непосредственно влияют на геометрические свойства заготовки. В этом же направлении проще всего измерять сигнал ВАЭ. При анализе все возмущения по правилам переноса точек суммирования на структурных схемах легко привести к силам (показано пунктиром). Передаточные функции $W_i(p),\quad i=1,2,3$ можно привести к виду

$$W_i(p)=\frac{g_i(1+2\xi_1^{(i)}T_1^{(i)}p+(T_1^{(i)})^2p^2)(1+2\xi_2^{(i)}T_2^{(1)}p+(T_2^{(i)})^2p^2)}{(1+2\xi_1T_1\,p+(T_1)^2p^2)(1+2\xi_2T_2\,p+(T_2)^2p^2)(1+2\xi_3T_3\,p+(T_3)^2p^2)}, \qquad (3.11)$$

где $g_1=\Delta_{g_1}/\Delta_g;\ g_2=\Delta_{g_2}/\Delta_g;\ g_3=\Delta_{g_3}/\Delta_g;\ \Delta_g=\lfloor c_{i,s}\rfloor, i,s=1,2,3;$

$$\Delta_{g_1}=\begin{bmatrix}\chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1}\\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2}\\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3}\end{bmatrix};\ \Delta_{g_2}=\begin{bmatrix}c_{1,1} & \chi_1 & c_{3,1}\\ c_{1,2} & \chi_2 & c_{3,2}\\ c_{1,3} & \chi_3 & c_{3,3}\end{bmatrix};\ \Delta_{g_2}=\begin{bmatrix}c_{1,1} & c_{2,1} & \chi_1\\ c_{1,2} & c_{2,2} & \chi_2\\ c_{1,3} & c_{2,3} & \chi_3\end{bmatrix}.\cdot$$

Для анализа связи авто спектральных характеристик вибрационных последовательностей со свойствами и параметрами взаимодействующих подсистем и формируемой резанием динамической связи рассмотрим пример.

3.3.2 Пример частотных характеристик

Рассмотрим изменение частотных характеристик при вариации параметров ρ и $T^{(0)}$, при точении вала R=42,0 мм из стали 10ГН2МФА [259] на основе численного моделирования в программном комплексе Matlab-Simulink, а также экспериментально на основе прямого измерения вибрационных характеристик (методика экспериментов и используемое оборудование приведены в приложении). Технологические режимы: подача $S_P^{(0)}=0{,}1\,мм$; глубина $t_P^{(0)}=(1{,}0-3{,}0)мм$ и скорость $V_P^{(0)}=(0{,}5-3{,}8)м/с$ резания. Параметры даны в табл. 2.1, 2.2, $m=0{,}015кг\cdot с^2/мм$.

Таблица 3.1 – Матрицы скоростных коэффициентов и упругости

$c_{1,1}, кг/мм$	$c_{2,2}, кг/мм$	$c_{3,3}, кг/мм$	$h_{1,1}, кг\cdot с/мм$	$h_{2,2}, кг\cdot с/мм$	$h_{3,3}, кг\cdot с/мм$
4500	1500	750	1,3	1,1	0,8
$c_{1,2}=c_{2,1}$, $кг/мм$	$c_{1,3}=c_{3,1}$, $кг/мм$	$c_{2,3}=c_{3,2}$, $кг/мм$	$h_{1,2}=h_{2,1}$, $кг\cdot с/мм$	$h_{1,3}=h_{3,1}$, $кг\cdot с/мм$	$h_{2,3}=h_{3,2}$, $кг\cdot с/мм$
200	150	80	0,6	0,5	0,4

Таблица 3.2 – Параметры динамической связи

ρ, $кг/мм^2$	ρ_0, $кг/мм$	$\Omega, с^{-1}$	$T_0^{(0)}$, $с$	ς	k_T	$k^{(T)}$, $с/м$	$k^{(S)}$	χ_1	χ_2	χ_3
100-1000	20	5-50	0,0001	1-7	0,2	5	0,1	0,4	0,51	0,76

Рассмотрим примеры АЧХ (рис. 3.12). Приведены нормированные к дисперсии спектры в направлении X_1 по мере увеличении коэффициента ρ. Светлыми точками обозначены резонансы, темными, - антирезонансы.

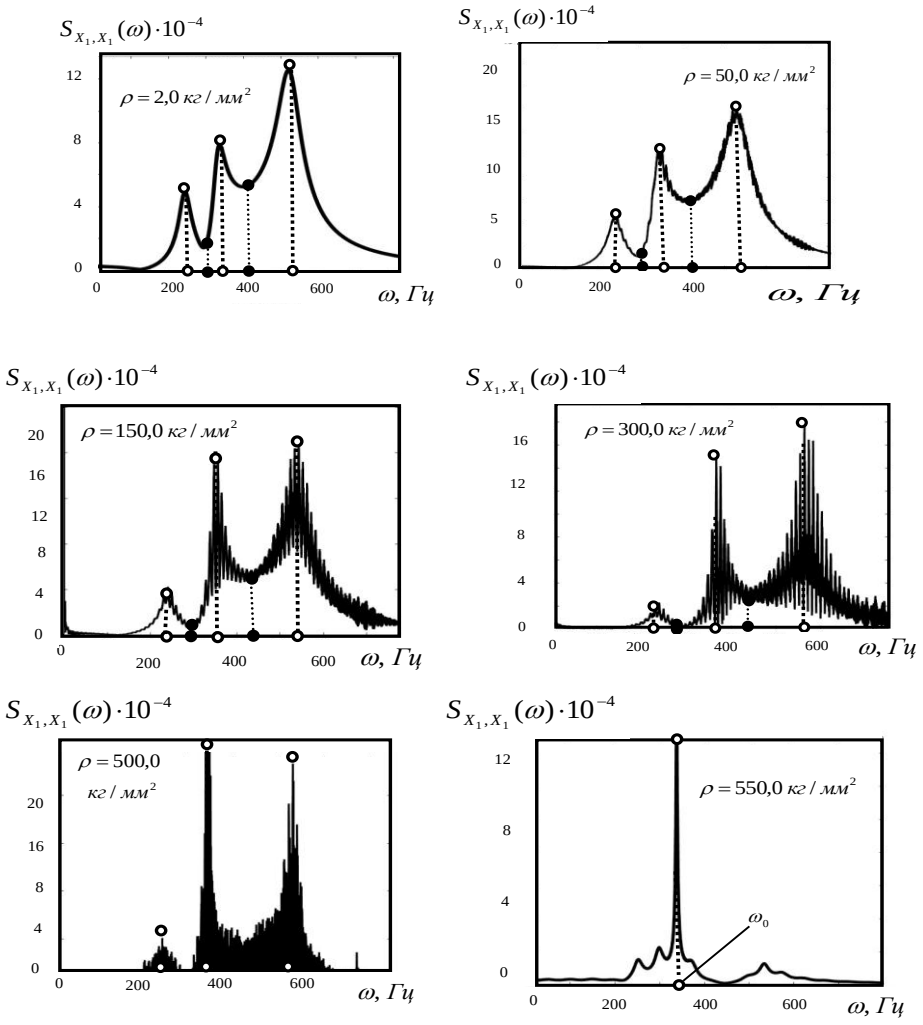


Рис. 3.12 –Изменение автоспектров деформаций в зависимости от ρ

Отметим особенности изменения АЧХ в зависимости от параметров [259].

1. При малых ρ в АЧХ проявляется три резонанса ДСР с частотами $\omega_{0,i}$. При $\rho\rangle(30-50)\,кг/мм^2$ на АЧХ накладываются гребенчатые спектры, расстояние между всплесками которых определяется частотой вращения заготовки (согласно примеру –10 Гц) [259]. Их уровень возрастает при увеличении ρ. При росте ρ и его превышении отметки $\rho\rangle 400 кг/мм^2$ амплитуда всплексков растет, а расстояние между ними уменьшается. При $\rho = 550 кг/мм^2$ показатель дисперсии спектра становится высоким и система теряет устойчивость. В ней формируются автоколебания, и $S_{X,X}(\omega)$ трансформируется в $\delta(\omega-\omega_0)$ – образный спектр с частотой $\omega_0 = const$. При дальнейшем увеличении ρ, не зависимо от возмущения, формируются различные притягивающие множества деформаций, но они уже связаны с нелиней-

ными эффектами, которые будут рассмотрены ниже, в том числе, и их отображение в спектре.

2. При увеличении параметра $T^{(0)}$ демпфируются колебания по мере роста Ω. Таким образом, можно сделать вывод, что чувствительность частотных свойств ДСР к вариациям параметров зависит от скорости резания и объема пластической деформации. В высокочастотной области $\omega \in ((T^{(0)})^{-1}, \infty)$ изменения динамической связи на преобразование сил в деформации нивелируется. Поэтому в высокочастотной ω>2 кГц в деформациях отображается силовая эмиссия.

3. Отметим влияние запаздывающего аргумента T в интегральном операторе подачи (рис. 3.13).

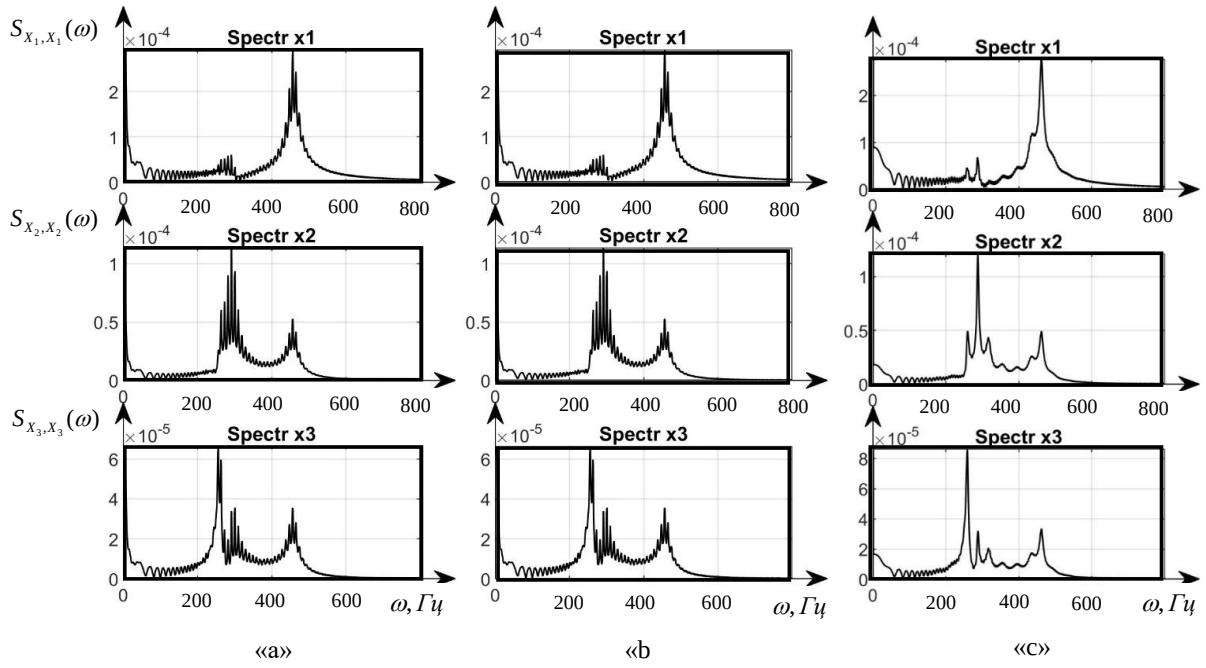
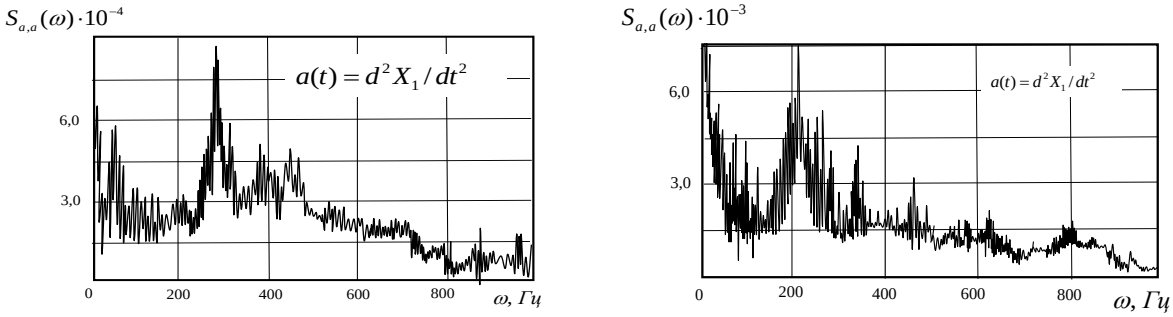


Рис. 3.13 – Примеры изменения автоспектров деформаций в зависимости от частоты ω_0 вращения заготовки: «a» - $\omega_0 = 10\ Гц$; «b» - $\omega_0 = 20\ Гц$; «c» - $\omega_0 = 30\ Гц$

По мере увеличения ω_0, гребенчатость АЧХ снижается, а при $\omega_0 \rangle 50\ Гц$ они практически нивелируются. На проявление этого эффекта оказывает влияние и зависимость T от dX_3/dt. На проявление периодичности всплесков от частоты вращения оказывает влияние и стабильность вращения шпинделя. Например, всплески нивелируются при увеличении биений шпинделя. Сравним вычисленные частотные характеристики с экспериментально измеренными временными

реализациями, измеренными с помощью акселерометров фирмы Брюэль и Кьерр (рис.3.14).



«a» «b»

Рис.3.14 – Пример спектра, нормированного к дисперсии, в направлении X_1: a – глубина резания $t_P^{(0)} = 1{,}0$ *мм*; b – глубина резания $t_P^{(0)} = 3{,}0$ *мм*

Так как на рис. 3.14 приведены спектральные характеристики виброускорений, то необходимо учитывать, что с ростом Ω и при **X**=*const,* **dX/dt**=*const* интенсивность гармоник АЧХ инетнсивно возрастает. Увеличение итенсивности частотных составляющих в области 0-200 Гц свидетельствует об имеющих место в этой области дополнительных возмущениях, источником которых является сам станок. Это биения шпиндельной группы, кинематические и другие возмущения.

На рис. 3.14 приведены спектры при двух значениях глубины резания. Увеличению $t_P^{(0)}$ соответствует возрастание внутреннего коэффициента усиления системы, что и усиливает влияние шума самого станка. Качественно же всплески амплитуд соответствуют приведенным на рис. 3.12, 3.13, но имеют место некоторые смещения резонансных частот, заметные при вариациях $t_P^{(0)}$. Отметим также, что свойства преобразования зависят от точки приложения возмущений.

Изложенные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. В процессе резания изменяются параметры формируемой резанием динамической связи, а в некоторых случаях изменяются и параметры взаимодействующих подсистем. Это вызывает изменение спектральных характеристик в сигнале ВАЭ, и показывает возможность оценивания параметров в процессе обработки по анализу спектров. Причем, за счет вариации элементов матриц $\mathbf{m}, \mathbf{h}, \mathbf{c}$ имеет место смещение резонансов. Если варьировать $\chi_i, i = 1,2,3$, то смещаются антирезонансы.

2. Упругая система, раскрывающая преобразование сил в деформации, охвачена обратной связью, которая образуется зависимостью сил от координат. На схеме (рис. 3.11) объектом является часть, выделенная пунктиром, остальная часть является внутренним регулятором, который изменяет свойства преобразователя. Для анализа влияния динамической связи на частотные свойства системы рассмотрим передаточную функцию $W_{\Delta f,X_i}(p), i=1,2,3$, которая определяет преобразование силовой эмиссии в деформации

$$W_{\Delta f,X_i}(p)=\frac{W_i(p)}{1+\dfrac{\rho^{(v)}}{1+T_0 p}\{S_P^{(0)}W_1(p)+t_P^{(0)}W_2(p)[1-\exp(-Tp)]\}}, i=1,2,3. \qquad (3.12)$$

Заметим, что для $i=3$ параметр $\rho^{(v)}\to 0$, то есть $W_{\Delta f,X_3}(p)=W_3(p)$. Так как $\Delta f(t)$ есть белый шум, то получаем аналитическое выражение для автоспектра

$$A_{\Delta f,X_i}(\omega)=\left|W_{\Delta f,X_i}(j\omega)\right|^2 \qquad (3.12)$$

Во внутреннем регуляторе можно выделить два канала [259], которые имеют в разомкнутом состоянии общие коэффициенты усиления: $k_{\Sigma,1}=\rho^{(v)}W_1(0)S_P^{(0)}$ и $k_{\Sigma,2}=\rho^{(v)}W_2(0)t_P^{(0)}$. От них зависит влияние динамической связи на частотные характеристики. Обычно $k_{\Sigma,2}\rangle\rangle k_{\Sigma,1}$, так как при традиционных режимах $S_P^{(0)}\langle\langle t_P^{(0)}$. Поэтому главное значение имеет контур, имеющий передаточную функцию $\dfrac{\rho^{(v)}\{t_P^{(0)}W_2(p)[1-\exp(-Tp)]\}}{1+T_0 p}$. За счет формируемой резанием динамической связи частотные свойства преобразования изменяются. Они зависят от режимов и от параметров $\rho^{(v)}$, $T^{(0)}$. Рассмотрим три случая [259].

1) Пусть $\rho^{(v)}=0$, тогда $W_{f,X_i}(p)_{p=j\omega}=W_i(p)_{p=j\omega}$, и $Mod\{W_i(j\omega)\}$ имеет три резонанса $\omega_{0,i}, i=1,2,3$ и два антирезонанса. Эффект приближения частотных характеристик ДСР к характеристикам подсистемы инструмента наблюдается и при малых значениях $S_P^{(0)}$ и $t_P^{(0)}$. Таким образом, по изменению частотных характеристик в процессе резания можно судить об изменениях параметров формируемой резанием динамической связи.

2) Будем увеличивать $\rho^{(v)}$. При $\rho^{(v)} \to \infty$, в частотных диапазонах, где $Mod\left\langle \frac{\rho^{(v)}}{1+T_0 j\omega}\{S_P^{(0)}W_1(j\omega)+t_P^{(0)}W_2(j\omega)[1-\exp(-Tj\omega)]\}\right\rangle_{\omega\in\Delta\omega_0} = A_\Sigma(\omega) \rangle\rangle 1$, справедливо

$$W_{f,X_i}(j\omega) = \frac{Q_i(j\omega)(1+T_0 j\omega)}{\rho^{(v)}\{S_P^{(0)}Q_1(j\omega)+t_P^{(0)}Q_2(j\omega)[1-\exp(-Tj\omega)]\}}, i=1,2,3\ . \qquad (3.14)$$

Условие $A_\Sigma(\omega) \rangle\rangle 1$ может быть реализовано лишь в низкочастотном диапазоне, а сама система (3.14) в полном виде физически не реализуема. За счет обратной связи, формируемой процессом резания, свойства $W_{f,X_i}(j\omega)$ могут принципиально отличаться от $W_i(j\omega)$. К тому же $\rho \langle \rho_{\max}$, где $\rho_{\max}$ максимально допустимое значение, при котором система устойчива.

3). Если выполняется условие $t_P^{(0)} \rangle\rangle S_P^{(0)}$, то главное влияние на АЧХ оказывает $Mod\left\langle \frac{\rho^{(v)}}{1+T_0 j\omega}\{t_P^{(0)}W_2(j\omega)[1-\exp(-Tj\omega)]\}\right\rangle = A_{\Sigma,1}(\omega)$. Тогда существует множество $\omega \in \mathbf{\Delta\omega}$, в котором $[1-\exp(-Tj\omega)]_{\omega\in\mathbf{\Delta\omega}} = 0$. Это свойство преобразует монотонные кривые в характеристики типа гребенчатого фильтра.

3.4 Изменение деформаций при варьировании амплитуды

При изучении преобразования периодических возмущений в деформации целесообразно рассмотреть три частотных диапазона: низкочастотный диапазон $\mathbf{\Omega^{(H)}} \in (0,\Omega)$, среднечастотный $\mathbf{\Omega^{(C)}} \in (\Omega,\Omega^{(0)})$ и высокочастотный $\mathbf{\Omega^{(B)}} \in (\Omega^{(0)},\infty)$ диапазоны. В этих диапазонах зависимость деформационных смещений от амплитуды имеет свои особенности.

3.4.1 Низкочастотные возмущения

Ограничимся случаем, когда возмущения характеризуются дополнительными колебательными смещениями в плоскости $\{X_1, X_3\}$. Это колебания типа биений шпинделя, которые представляются в виде (3.2), то есть

$$\begin{cases} \mathbf{\Delta X(t)} = \Delta X_0\{\sin\Omega_0 t, 0, \sin(\Omega_0 t+\pi/2)\}^T; \\ \mathbf{\Delta V(t)} = \Delta X_0\Omega_0\{\cos\Omega_0 t, 0, \cos(\Omega_0 t+\pi/2)\}^T. \end{cases} \qquad (3.15)$$

Здесь систему можно рассматривать замороженной в смысле Л.А. Заде [223]. Это диапазон частот, в котором в пределах импульсной реакции системы параметры можно считать неизменными. В пределах $T_0 = (\Omega_0)^{-1}$ дискретное представлние представимо в виде

$$\begin{aligned}
&\mathbf{\Delta X_1(\Delta t_i)} = \Delta X^{(0)}\{\sin(\Omega_0\Delta t_1),\sin(\Omega_0\Delta t_2),\sin(\Omega_0\Delta t_3),...\sin(\Omega_0\Delta t_n)\},\quad \sum_{i=1}^{i=n}\Delta t_i = T,\quad \Delta t_i = \Delta t_s;\\
&\mathbf{\Delta v_3(\Delta t_i)} = \Delta X^{(0)}\Omega_0\{\cos(\Omega_0\Delta t_1),\cos(\Omega_0\Delta t_2),\cos(\Omega_0\Delta t_3),...\cos(\Omega_0\Delta t_n)\},\ \sum_{i=1}^{i=n}\Delta t_i = T,\ \Delta t_i = \Delta t_s.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

В дальнейшем анализируется динамика на каждом Δt_i, как системы с постоянными параметрами. Если для каждого Δt_i равновесие системы на множестве $\mathbf{X^*(\Delta t_i)} = \{X_1^*(\Delta t_i), X_2^*(\Delta t_i), X_3^*(\Delta t_i)\}^{\mathrm{T}} \in \Re^3$ является устойчивым, то формируется аттрактор, которому соответствуют установившиеся движения $\mathbf{X^*}(i\Delta t)_{i=1,2,3,...} \Rightarrow \mathbf{X^*}(t)$.

В момент $t = \Delta t_i$ в точке $\mathbf{X^*}(t)$ справедливо: $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X(t-T)}$; $\mathbf{V = dX/dt = 0}$; $T(\Omega, \Omega_0, \Delta X_1^{(0)}) \approx T = const$; $\int_{t-T}^{t}\{V_2 - dX_2/d\xi\}d\xi = S_P^{(0)} - X_2(t) + X_2(t-T) \equiv S_P^{(0)}$; $dF^{(0)}(t)/dt = 0$. Следовательно, для определения $\mathbf{X^*(\Delta t_i)}$ можно воспользоваться системой

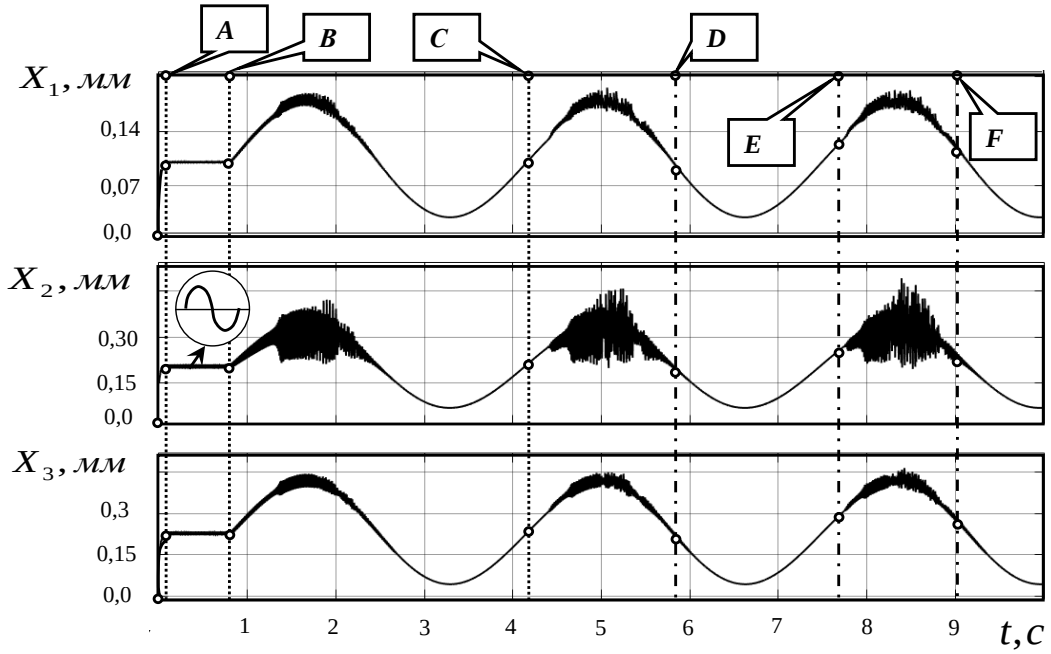
$$\mathbf{c_\Sigma^{(i)} X^*(\Delta t_i) = F_\Sigma(\Delta t_i)},\quad i = 1,2,3...n\ , \tag{3.17}$$

где $\mathbf{c_\Sigma^{(i)}} = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} + \chi_2\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} + \rho_0 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} + \chi_3\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$; $\rho^{(V)}(\Delta t_i) = \rho\{1 + \mu e^{\varsigma(V_3 + \Delta X_0^{(1)}\Omega_0\sin(\Omega_0\Delta t_i))}\}$;

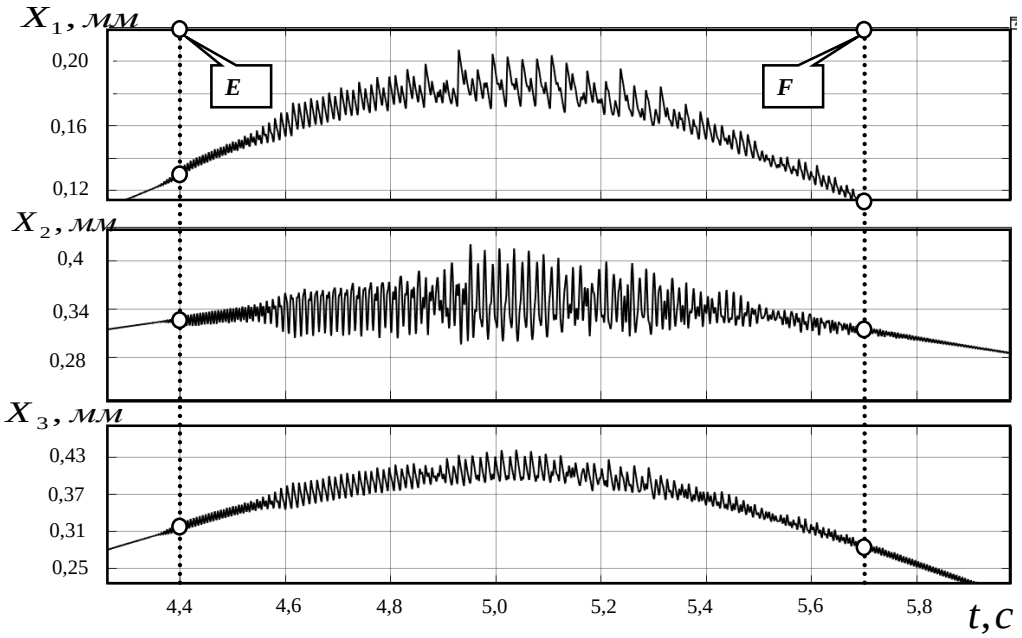
$$\begin{aligned}
&\mathbf{F_\Sigma(\Delta t_i)} = \{[\rho^{(V)}(\Delta t_i)(t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)}\sin(\Omega_0\Delta t_i))S_P^{(0)}\chi_1 + \rho_0 S_P^{(0)} e^{-\varsigma(\Delta X_0^{(1)}\Omega_0\sin(\Omega_0\Delta t_i))}],\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow[\rho^{(V)}(\Delta t_i)(t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)}\sin(\Omega_0\Delta t_i))S_P^{(0)}\chi_2 + \rho_0\Delta X_1^{(0)}\sin(\Omega_0\Delta t_i)],\Leftrightarrow\\
&\Leftrightarrow[\rho^{(V)}(\Delta t_i)(t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)}\sin(\Omega_0\Delta t_i))S_P^{(0)}\chi_3 + \rho_0 k_T\Delta X_1^{(0)}\sin(\Omega_0\Delta t_i) + \rho_0 k_T S_P^{(0)} e^{-\varsigma(\Delta X_0^{(1)}\Omega_0\sin(\Omega_0\Delta t_i))}]\}.
\end{aligned}$$

Вычисленной траектории $\mathbf{X^*(t)}$ соответствует множество параметров $\mathbf{p(\Delta t_i)} \approx \mathbf{p(t)} = \{p_1(t), p_2(t)...p_k(t)\}$ системы. Если при всех сочетаниях параметров $\mathbf{p(\Delta t_i)}$ для фиксированной точки равновесия $\mathbf{X^*(\Delta t_i)}$ она является асимптотически устойчивой, то траектория $\mathbf{X^*(t)}$ характеризует притягивающее множество [142]. Если

в пределах $(\Delta\mathbf{t}_i - \Delta\mathbf{t}_k)$ равновесие замороженной системы становится неустойчивым, то в окрестности $\mathbf{X}^*(\Delta\mathbf{t}), \Delta\mathbf{t} \in (\Delta\mathbf{t}_i, \Delta\mathbf{t}_k)$ возможно формирование различных притягивающих множеств деформаций, а также их бифуркации вдоль траектории [142]. Методика их анализа аналогична случаю, рассмотренному во второй главе. Отметим, что в пределах периода вращения детали за счет изменения параметров $t_P(t) = \{t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)} \sin(\Omega_0 \Delta t_i) - X_1(t)\}$, $\rho^{(V)}(\Delta t_i) = \rho\{1 + \mu e^{\varsigma(V_3 + \Delta X_0^{(1)} \Omega_0 \sin(\Omega_0 \Delta t_i))}\}$ меняется коэффициент возбуждения системы. Изменяются условия самовозбуждения и за счет варьирования T_0. В результате вдоль траектории может наблюдаться динамическая перестройка притягивающих множеств. Не останавливаясь на деталях, приведем характерные примеры. (рис. 3.15). Это значение, при котором система без возмущений близка к потере устойчивости. На участке «A-B» возмущения отсутствуют, участок «B-C» соответствует периоду возмущений. Вдоль траектории система изменяет свойства: на участке «D-E» точка равновесия устойчива, на «E-F» - неустойчива, и в ее окрестности формируются притягивающие множества деформаций, претерпевающие вдоль траектории различные бифуркации [142].



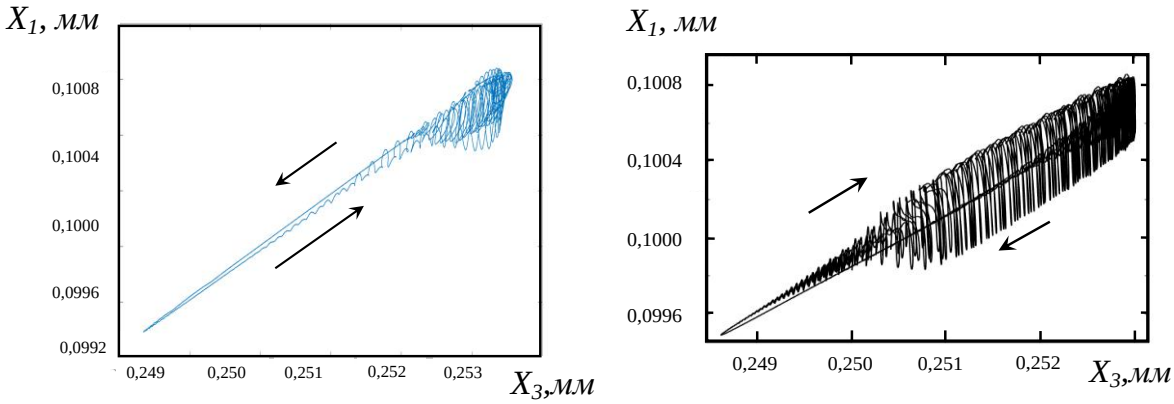
«а»



«b»

Рис.3.15 – Пример динамической перестройки системы при движении вдоль возмущенной траектории с частотой 0,3 Гц, глубина резания t_p=*3 мм*, амплитуда возмущений $\Delta X_1^{(0)} = 0{,}2 мм$, $\rho = 500\ кг/мм^2$: a – установление стационарного периодического режима; b –увеличенный фрагмент на участке «E - F»

На иллюстрации частота вращения заготовки $\Omega = 50 Гц$ и частота возмущений $\Omega_0 = 0{,}3 Гц$. За счет периодического изменения уровня самовозбуждения система периодически переходит из устойчивой в неустойчивую область. Показательными являются также проекции пространственных установившихся траекторий на плоскость $X_1 - X_3$ (рис. 3.16).



«a» «b»

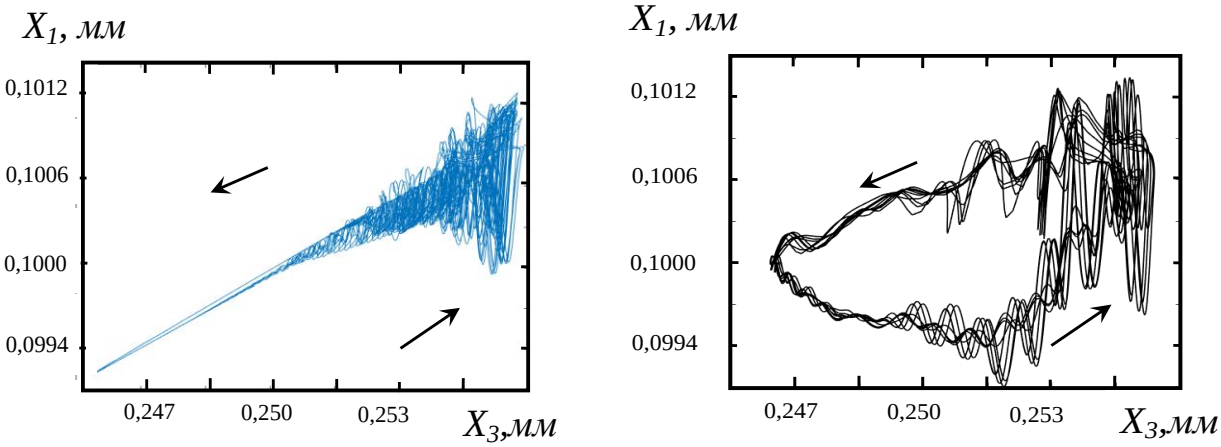
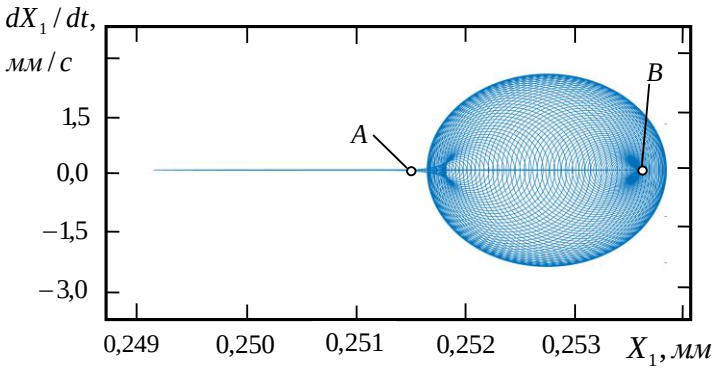
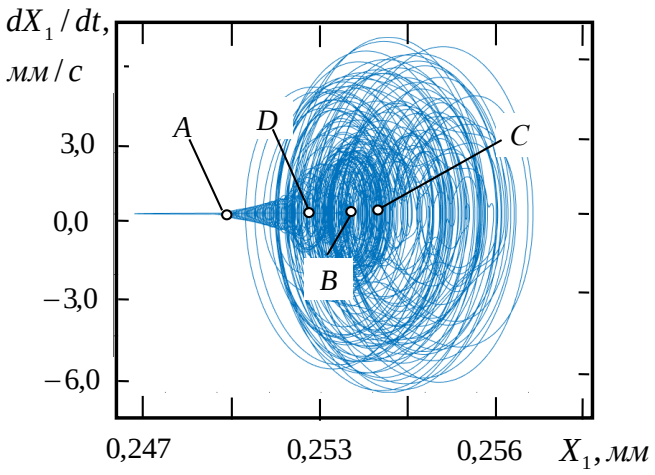


Рис. 3.16 – Пример проекции траекторий деформаций на плоскость $X_1 - X_3$:
a) амплитуда биений 0,01 мм, $\rho = 300 кг / мм^2$; b) амплитуда биений 0,03 мм, $\rho = 300 кг / мм^2$; c) амплитуда биений 0,1 мм, $\rho = 300 кг / мм^2$; d) амплитуда биений 0,03мм, $\rho = 500 кг / мм^2$

Это плоскость, деформации в которой влияют на геометрическую топологию поверхности. Все траектории в плоскости являются замкнутыми и обладают гистерезисными свойствами при движении инструмента в сторону детали и от нее.Приведем также примеры фазовых портретов (рис.3.17). Так как частота $\Omega_0 = 0{,}3\ Гц$ близка к нулю, то траектория скорости находится вблизи оси абсцисс. Это справедливо до точки «B», в которой теряется устойчивость. Тогда в окрестности медленно смещающегося равновесия в случае рис. 3.17 «a» формируется предельный цикл, амплитуда которого возрастает и затем уменьшается в точке «A» до нуля. В случае рис. 3.17 «b» в точке «B» формируется предельный цикл, который в точке «C» преобразуется в хаотический аттрактор. Но в точке он «D» вновь преобразуется в предельный цикл. При уменьшении амплитуды $\Delta X_0^{(1)}$ свойства системы становятся более регулярными. Если при $\Delta X_0^{(1)} = 0$ «замороженное» равновесие является асимптотически устойчивым, то при малых $\Delta X_0^{(1)}$ возмущения лишь незначительно смещает траекторию деформаций. При этом за счет саморегулирования деформационные смещения по амплитуде будут меньше приведенного возмущения. Если в качестве возмущения рассматривать биения шпинделя,



«a»



«b»

Рис. 3.17 – Примеры изменения фазовых траекторий деформационных смещений в плоскости ($X_1(t)$ - $dX_1(t)/dt$) : a) $\rho = 400 кг/мм^2$; b) $\rho = 600 кг/мм^2$

то, как показано ранее, его основная частота близка к частоте вращения шпинделя.

Поэтому рассмотрим пример изменения динамических свойств системы резания, частота вращения заготовки в которой равна $\Omega = 10,0 Гц$, а частота возмущений в плоскости X_1, X_3, - $\Omega_0 = 9,0 Гц$. Основная резонансная частота системы, включающей введенную обратную связь по силам резания, близка к 166 Гц. В качестве примера приведем деформации в направлении X_1 (рис. 3.18). При $\Delta X_0^{(1)} = 0$ система теряет устойчивость при $\rho = 500 кг/мм^2$. Для демонстрации было установлено значение. $\rho = 450 кг/мм^2$ В этом случае в системе равновесие устойчиво при $\Delta X_0^{(1)} = 0$. За счет вариаций глубины система может периодически менять условие самовозбуждения. Тем самым на низкочастотные периодические колебания накладываются высокочастотные автоколебания с частотой, близкой к 166 Гц. В системе уже при малых значениях $\Delta X_0 \neq 0$ образуется притягивающее множество типа двумерного тора. Причем, в зависимости от амплитуды дополнительных колебаний в высокочастотной составляющей наблюдается амплитудная модуляция с частотой биений шпинделя, что обусловлено периодическими изменениями коэффициента усиления внутренней обратной связи.

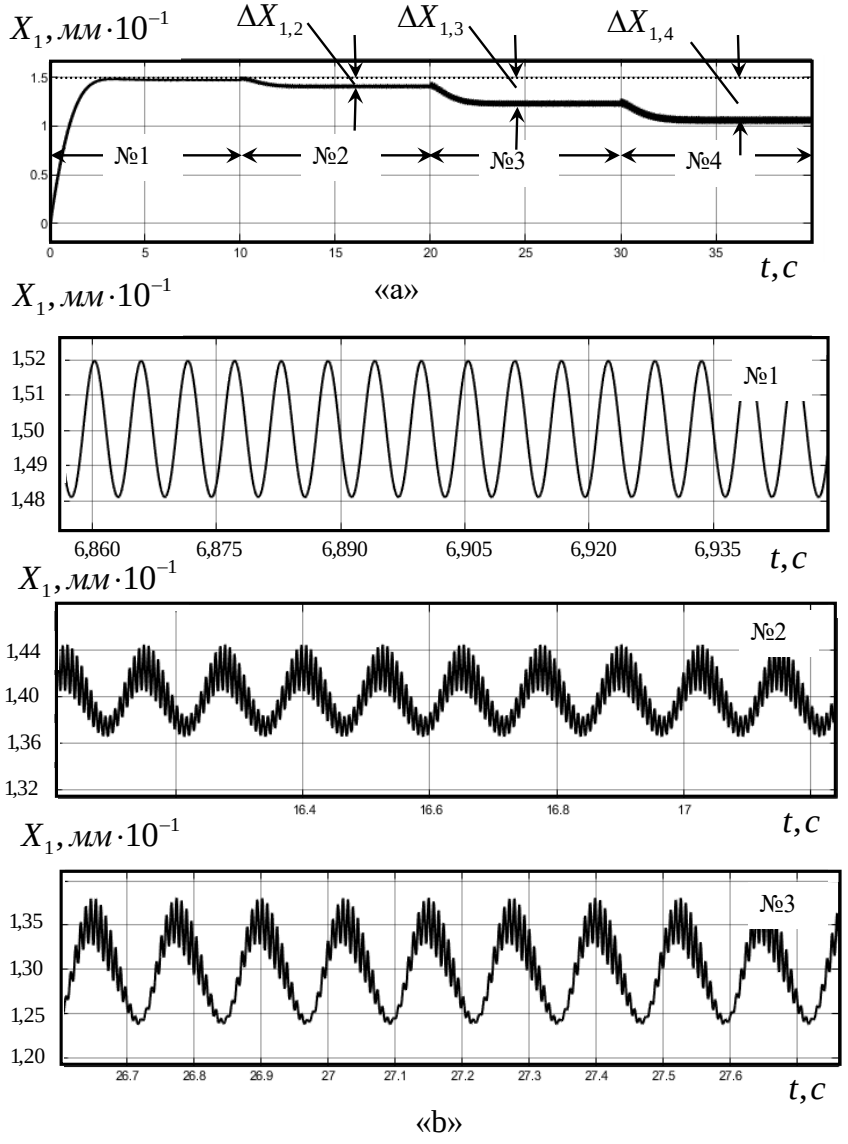


Рис.3.18 – Пример временной траектории деформационных смещений (a) и ее фрагменты на различных участках во времени (b)

Приведены траектории при следующих $\Delta X_0^{(1)}$: $\Delta X_0^{(1)} = 0$ (участок №1 - (0-10)с); $\Delta X_0^{(1)} = 0{,}2 мм$ (участок №2 - (10-20)с); $\Delta X_0^{(1)} = 0{,}5 мм$ (участок №3 - (20-30)с); $\Delta X_0^{(1)} = 1{,}0 мм$ (участок №4 - (30-40)с). Глубина резания $t_p^{(0)} = 3{,}0 мм$ при $\Delta X_0^{(1)} = 0$ и $X_1 = 0$. Отметим уменьшение математического ожидания упругого смещения по мере увеличения $\Delta X_0^{(1)}$. Оно обусловлено влиянием нелинейности в связях, формируемых резанием, не обладающих свойством центральной симметрии относительно $\mathbf{X}^*$. Отметим также, что устойчивый предельный цикл при малых амплитудах дополнительных колебаний преобразуется в двумерный тор с периодической амплитудной модуляцией высокочастотной составляющей. Показательными являются проекции фазовых траекторий на плоскость $X_1 - dX_1/dt$ (рис. 3.19 «a»), а также спектры временных последовательностей (рис. 3.19 «b»). Наконец, тор может вырождаться на некоторых временных промежутках, или в целом, в хаотический аттрактор. Как правило, переход к хаотическим колебаниям совершается по сценарию М. Фейгенбаума, то есть

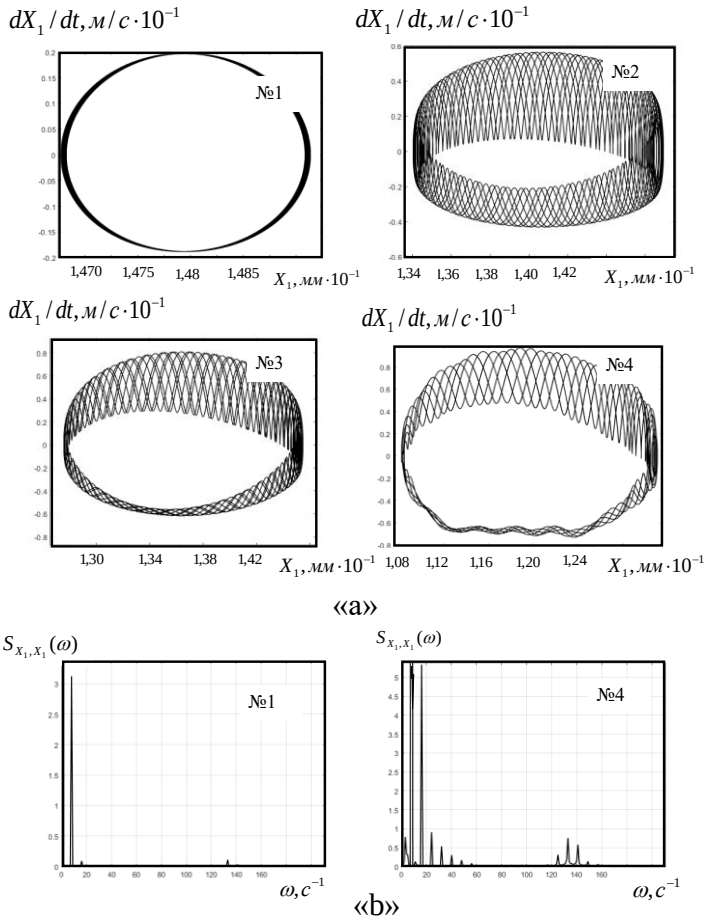


Рис.3.19 – Фазовые траектории, соответствующие рис. 3.18 («a») и примеры нормированных к дисперсии автоспектров («b»)

через каскад бифуркаций удвоения периода колебаний, как и при рассмотрении невозмущенной динамики.

Однако разнообразие видов притягивающих множеств существенно возрастает. Образование высокочастотных составляющих колебаний существует по преимуществу при движении инструмента в сторону заготовки. Кроме этого, за счет потери устойчивости вдоль траектории при увеличении ρ и формирования различных притягивающих множеств деформаций изменяется и микрорельеф поверхности

$$X_1(\Delta t_i) = \rho^{(V)} S_P^{(0)}(\Delta t_i)[(t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)} \sin(\Omega_0 \Delta t_i)] \frac{\Delta_{X_1}}{\Delta}, \qquad (3.18)$$

где $\Delta = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \rho^{(V)}(\Delta t_i) S_P^{(0)} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} + \chi_2 \rho^{(V)}(\Delta t_i) S_P^{(0)} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} + \chi_3 \rho^{(V)}(\Delta t_i) S_P^{(0)} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$; $\Delta_{X_1} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$, Δ_{X_1}/Δ – податливость всей подсистемы в направлении X_1. Тогда деформационные смещения по направлениям X_2 и X_3 при силах, действующих только на переднюю грань инструмента

$$\begin{aligned} X_2^*(t) &= K_{X_2}[t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)} \sin(\Omega_0 t)]; \\ X_3^*(t) &= K_{X_3}[t_P^{(0)} + \Delta X_1^{(0)} \sin(\Omega_0 t)], \end{aligned} \qquad (3.19)$$

где $K_{X_2} = \rho^{(V)} g_{X_2} S_P^{(0)}$; $K_{X_3} = \rho^{(V)} g_{X_3} S_P^{(0)}$; $g_{X_2} = \Delta_{X_2}/\Delta$; $g_{X_3} = \Delta_{X_3}/\Delta$;

$$\Delta_{X_2}=\begin{bmatrix} c_{1,1}+\chi_1\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & \chi_1 & c_{3,1} \\ c_{1,2}+\chi_2\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & \chi_2 & c_{3,2} \\ c_{1,3}+\chi_3\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & \chi_3 & c_{3,3} \end{bmatrix};\ \Delta_{X_2}=\begin{bmatrix} c_{1,1}+\chi_1\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & c_{2,1} & \chi_1 \\ c_{1,2}+\chi_2\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & c_{2,2} & \chi_2 \\ c_{1,3}+\chi_3\rho^{(V)}(\Delta t_i)S_P^{(0)} & c_{2,3} & \chi_3 \end{bmatrix}.$$

Упрощенное выражение (3.19) можно использовать и для оценивания технологической наследственности преобразования исходного рельефа, заданного в виде $t_P(L_2,\alpha)=t_P^{(0)}+\Delta t_P(L_2,\alpha)$, в рельеф детали после обработки $t_{P,O}(L_2,\alpha)$. Он определяет остаточный рельеф, формируемой резанием поверхности за счет упругих деформаций. Тогда получаем в направлении X_1

$$t_{P,O}(L_2,\alpha)=K_{X_1}\Delta t_P(L_2,\alpha), \qquad (3.20)$$

где R - радиус заготовки в точке контакта с ней вершины инструмента. Здесь

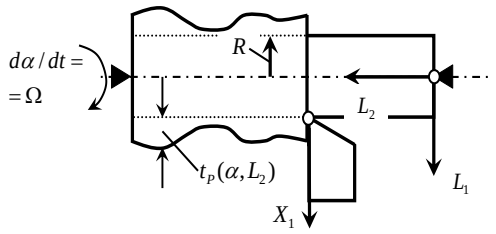


Рис.3.20 – Схема определения технологической наследственности

K_{X_1} можно считать коэффициентом технологической наследственности (рис. 3.20). Уменьшение неровностей поверхности после обработки возможно лишь при $K_{X_1}\langle 1$. Они исчезают полностью при $K_{X_1}=0$.

Коэффициент наследственности зависит от подачи, давления стружки на переднюю грань инструмента и структуры упругой системы. Коэффициент K_{X_1} зависит и от геометрии инструмента, влияющей на угловые коэффициенты.

3.4.2 Возмущения среднечастотного диапазона

При анализе динамики в среднечастотном диапазоне $\Omega^{(СЧ)}\in(\Omega_{(0)},\ \Omega_S)$, во-первых, многие параметры уравнения динамики уже нельзя считать «замороженными». Во-вторых, если возмущения являются аргументами нелинейных функций, то после линеаризации в окрестности периодических движений уравнения динамики будут иметь периодически изменяющиеся параметры.

Ограничимся случаем, когда рассматривается стационарный процесс, возмущенный детерминированными периодическими воздействиями. Кроме этого

анализируются случаи, когда параметры $p_i(t)$ динамической связи состоят из постоянных и переменных составляющих, то есть

$$p_i(t) = p_i^{(0)}[1+\varepsilon_{p_i}(t)], \tag{3.21}$$

где $\varepsilon_{p_i}(t) = \Delta p_i(t)/p_i^{(0)}$ - безразмерное значение переменного параметра $\Delta p_i(t)$, отнесенное к постоянному его значению $p_i^{(0)}$.

Рассмотрим обработку стандартной заготовки. Будем считать заданными ТИЭС $\mathbf{L}, \mathbf{v}$ и возмущения $\mathbf{\Delta X(t)}$, $\mathbf{\Delta V(t)}$. Скорости исполнительных элементов определяются: $\mathbf{V} = \{V_1 = 0, V_2 = const, V_3 = const\}^T$, инструмент имеет главный угол в плане $\varphi \to \pi/2$, а вспомогательный угол - $\varphi^1 \to 0$. За счет вводимых колебаний ТИЭС становятся функциями дополнительных возмущений. Их удобно представить в виде

$$\begin{cases} t_P(t) = t_P^{(0)}[1+\varepsilon_{t_P}^{(0)}\sin(\Omega_{t_P}^{(0)}t)]; \\ V_2(t) = V_2^{(0)}[1+\varepsilon_{V_2}^{(0)}\Omega_{V_2}^{(0)}\cos(\Omega_{V_2}^{(0)}t)]; \\ V_3(t) = V_3^{(0)}[1+\varepsilon_{V_3}^{(0)}\Omega_{V_3}^{(0)}\cos(\Omega_{V_3}^{(0)}t)], \end{cases} \tag{3.22}$$

где $\varepsilon_{t_P}^{(0)}$, $\varepsilon_{V_2}^{(0)}$, $\varepsilon_{V_3}^{(0)}$ - безразмерные амплитуды возмущений к априорно заданным и постоянным значениям $t_P^{(0)}$, $V_2^{(0)}, V_3^{(0)}$; $\Omega_{t_P}^{(0)}$, $\Omega_{V_2}^{(0)}$, $\Omega_{V_3}^{(0)}$ - их частоты. В частности, если в качестве внешних возмущений рассматриваются радиальные биения шпинделя, то вместо (3.22) имеем

$$\begin{cases} t_P(t) = t_P^{(0)}[1+\varepsilon_{t_P}^{(0)}\sin(\Omega_0 t)]; \\ V_2(t) = V_2^{(0)}; \\ V_3(t) = V_3^{(0)}[1-\varepsilon_{V_P}^{(0)}(\Omega_0/\Omega)\sin(\Omega_0 t)], \end{cases} \tag{3.23}$$

где $\varepsilon_{t_P}^{(0)} = \Delta X_0/t_P^{(0)}$; $\varepsilon_{V_P}^{(0)} = \Delta X_0/\pi D$; D-диаметр заготовки; $\Omega_{t_P}^{(0)} = \Omega_{V_3}^{(0)} = \Omega_0$. Выражения для технологических режимов будут

$$\begin{cases} S_P(t) = \int\limits_{t-T(t)}^{t} [V_2(\xi) - v_{X,2}(\xi)]d\xi; \\ V_P(t) = V_3(t) - v_{X,3}(\xi); \\ t_P(t) = \tilde{t}_P(t) - X_1(t), \end{cases} \tag{3.24}$$

где $T(t)$ - величина запаздывающего аргумента, определяемая из выражения

$$T(L_3) = \int\limits_{L_3-\pi D}^{L_3} \frac{d\xi}{V_P(\xi)}. \qquad (3.25)$$

Методика численного интегрирования уравнения (3.25) приведена во второй главе. Тогда общее уравнение динамики можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\mathbf{m}\frac{\mathbf{d^2X}}{\mathbf{dt^2}} + \mathbf{h}\frac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}} + \mathbf{cX} = \mathbf{F_\Sigma};\\ &T^{(0)}[1+\varepsilon_{T^{(0)}}(t)]\frac{dF^{(0)}}{dt} + F^{(0)}(t) = \rho[1+\varepsilon_\rho(t)]\{1+\mu e^{-\varsigma[V_3^{(0)}(1+\varepsilon_{V_3}(t))-v_{X_3}(t)]}\}\times \\ &\times[t_P^{(0)}(1+\varepsilon_{t_P}(t)) - X_1]\int\limits_{t-T(t)}^{t}\{V_2^{(0)}[1+\varepsilon_{S_P}(\xi)] - v_{X_2}(\xi)\}d\xi, \end{aligned} \qquad (3.26)$$

где $\mathbf{F_\Sigma} = \mathbf{F} + \mathbf{\Phi}$; $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T = F^{(0)}(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$; $\mathbf{\Phi} = \{\Phi_{X_1}, \Phi_{X_2}, \Phi_{X_3}\}^T$; $t_P^{(0)}$, $V_2^{(0)}, V_3^{(0)}$ $T^{(0)}$, ρ - постоянные. В силах $\mathbf{\Phi}$ учтем дополнительные возмущения

$$\begin{cases} \Phi_{X_1}(t) = \rho_0\{\exp(-\psi\alpha_\Sigma)\{S_P^{(0)}(t)[1+\varepsilon_{S_P}(t)] - X_2(t) + X_2(t-T)\};\\ \Phi_{X2}(t) = \rho_0\{t_P^{(0)}[1+\varepsilon_t(t)] - X_1\}\exp(-\psi\alpha_\Sigma)\}:\\ \Phi_{X3}(t) = k_T\{\Phi_{X_1}(t) + \Phi_{X2}(t)\}, \end{cases} \qquad (3.27)$$

где $\alpha_\Sigma = \alpha + arctg\dfrac{V_2^{(0)}[1+\varepsilon_{V_2}(t)] - v_{X_2}}{V_3^{(0)}[1+\varepsilon_{V_3}(t)] - v_{X_3}}$.

Уравнения (3.26) и (3.7) показывают, что введение периодических возмущений приводит к образованию произведений параметров и координат состояния, периодически изменяющихся во времени. Уже это обстоятельство объясняет образование постоянных составляющих в деформационных смещениях, зависящих от возмущений, а также удвоение частоты колебаний. Исследования уравнений выполнено численными методами.

Прежде чем переходить к дальнейшему анализу сделаем некоторые замечания об устойчивости и формируемых в окрестности равновесия притягивающих множествах деформаций. В подсистеме ТИЭС ДСР в реальности не является автономной и скрость движения исполнительных элементов не является постоянной, тогда линеаризованное уравнение в вариациях уже не является уравнением с постоянными параметрами. В случае возмущенной динамики, впрочем, как и при формировании, системой притягивающих множеств деформаций, при всей слож-

ности и многообразии формируемых траекторий они расположены в пределах некоторого ограниченного множества. Это множество характеризуется свойством притяжения. Тогда вдоль траектории перемещения суппорта можно рассматривать трубку фазовых траекторий. Например, хаотический аттрактор характеризуется свойством притяжения в некоторую ограниченную область. Если такая область теряет свойства притяжения, то мы будем характеризовать систему как неустойчивую в целом. Внутри области притяжения, как правило, наблюдается перестройка динамических свойств системы. Приведем пример фрагмента временной и фазовой траекторий (рис. 3.21). До точки «А», то есть в автономной системе резания, устанавливаются автоколебания на частоте в системе $\Omega = 350\,Гц$. В точке «А» в систему вводятся дополнительные колебания типа осевых биений шпинделя с частотой $\Omega = 140\,Гц$ и амплитудой 0,01 мм. В результате после переходного процесса на отрезке «А-В» в системе устанавливается новое притягивающее множество с частотой $\Omega = 140\,Гц$ и амплитудой в четыре раза превышает ее значение без дополнительных колебаний. Но автоколебания с частотой $\Omega = 350\,Гц$ устраняются полностью. Уже на этом примере можно обнаружить главные особенности влияния вибрационных возмущений на притягивающие множества деформаций.

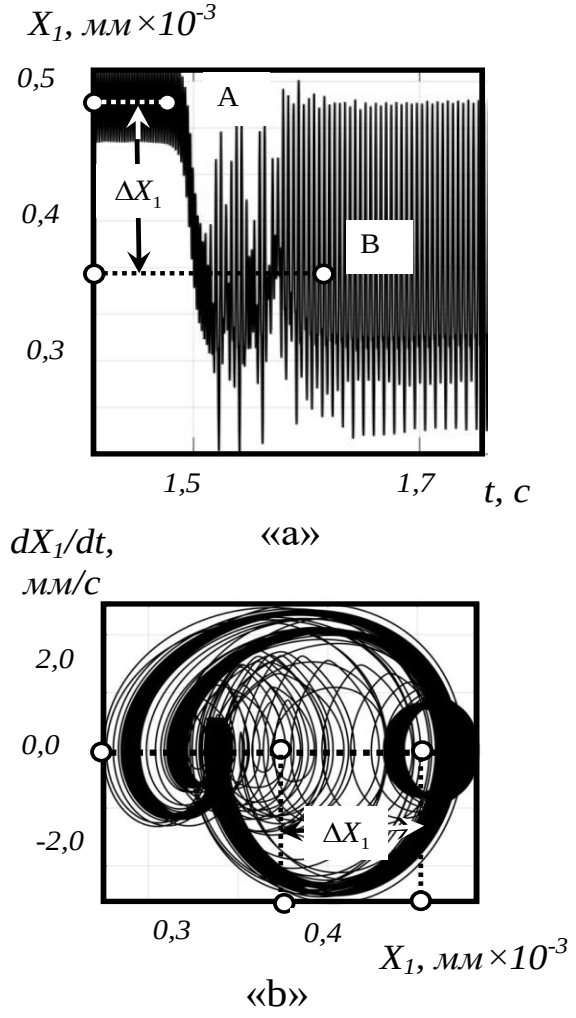


Рис. 3.21 – Пример временной («a») и фазовой («b») траекторий деформаций после вибрационного возмущения в точке «А»

1. Вибрационные возмущения не являются простым их сложением с формируемыми самой системой колебаниями. Принцип суперпозиции в динамических системах резания не является справедливым.

2. При введении в систему вибрационных возмущений наблюдается переходной процесс, в пределах которого наблюдается перестройка притягивающих множеств. Поэтому при вычислении на моделях частотных характеристик вариации частоты необходимо выполнять по возможности в медленном режиме. К тому же вибрационные возмущения вызывают динамическое смещение постоянной составляющей деформаций.

3. В среднечастотном диапазоне наиболее ярко проявляются параметрические явления, в том числе параметрическое самовозбуждение системы.

Рассмотрим примеры траекторий деформаций, полученные на основе численного интегрирования (рис.3.22 – рис. 3.26).

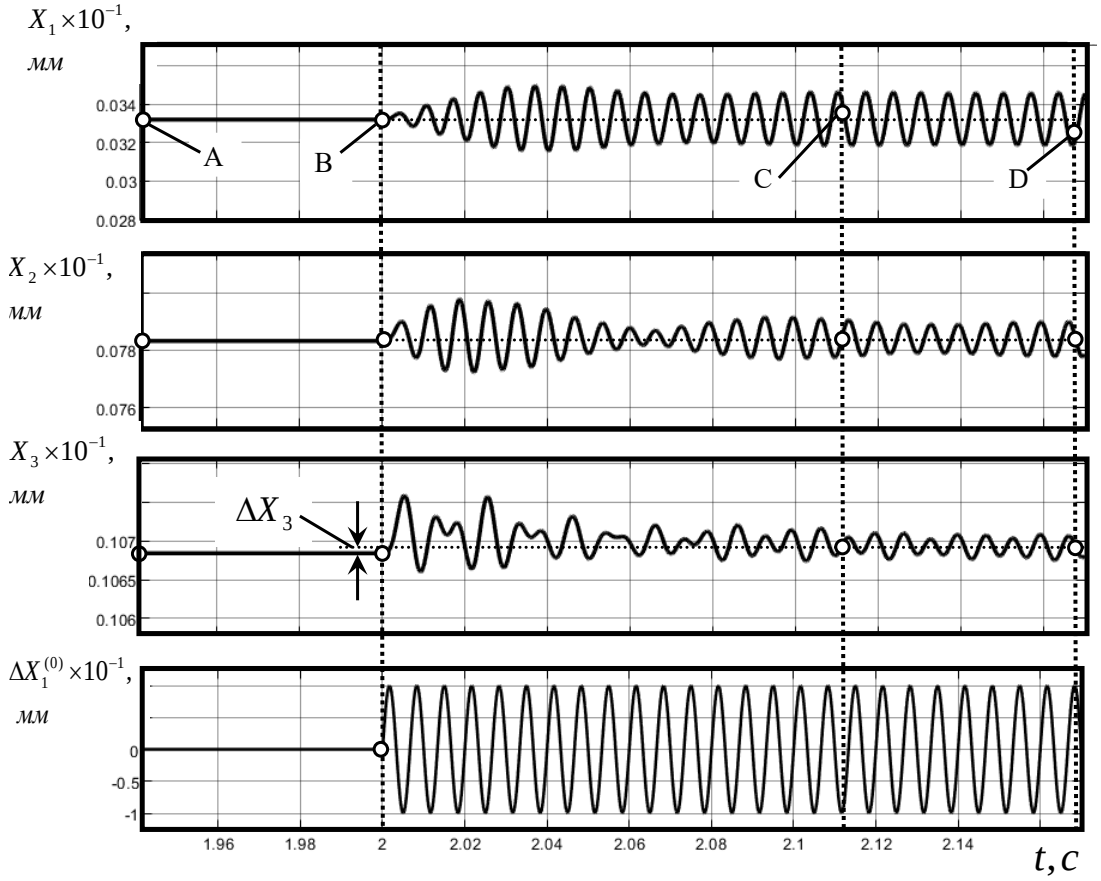


Рис. 3.22 – Пример изменения деформаций при возбуждении дополнительных колебаний в направлении X_1. Частота возмущений – 150 Гц, амплитуда – 0,01 мм, $\rho = 200\, кг / мм^2$

На иллюстрации (рис. 3.22) приведен пример переходного процесса установления стационарных колебаний при $\rho = 200\,кг/мм^2$. Частота вращения заготовки - $\Omega = 17{,}0\,Гц$, частота возмущений $\Omega_0 = 150{,}0\,Гц$. В этом случае при $\Delta X_1^{(0)} = 0$ точка равновесия является асимптотически устойчивой и постоянной (участок «A-B»). После нанесения возмущений в момент $t = 2\,сек$ наблюдается переходной процесс (отрезок «B-C»), после чего формируются установившиеся деформации (отрезок «C-D»). Имеет место также незначительное смещение точки равновесия по направлению скорости резания. Если увеличить ρ, то картина деформаций, как и в невозмущенной динамике, существенно изменится (рис. 3.23). Однако здесь изменяются типы притягивающих множеств деформаций, которые зависят от амплитуды, частоты возмущений и параметров динамической связи. Собственные частоты колебательных звеньев равны: 98 Гц, 135 Гц, 170 Гц.

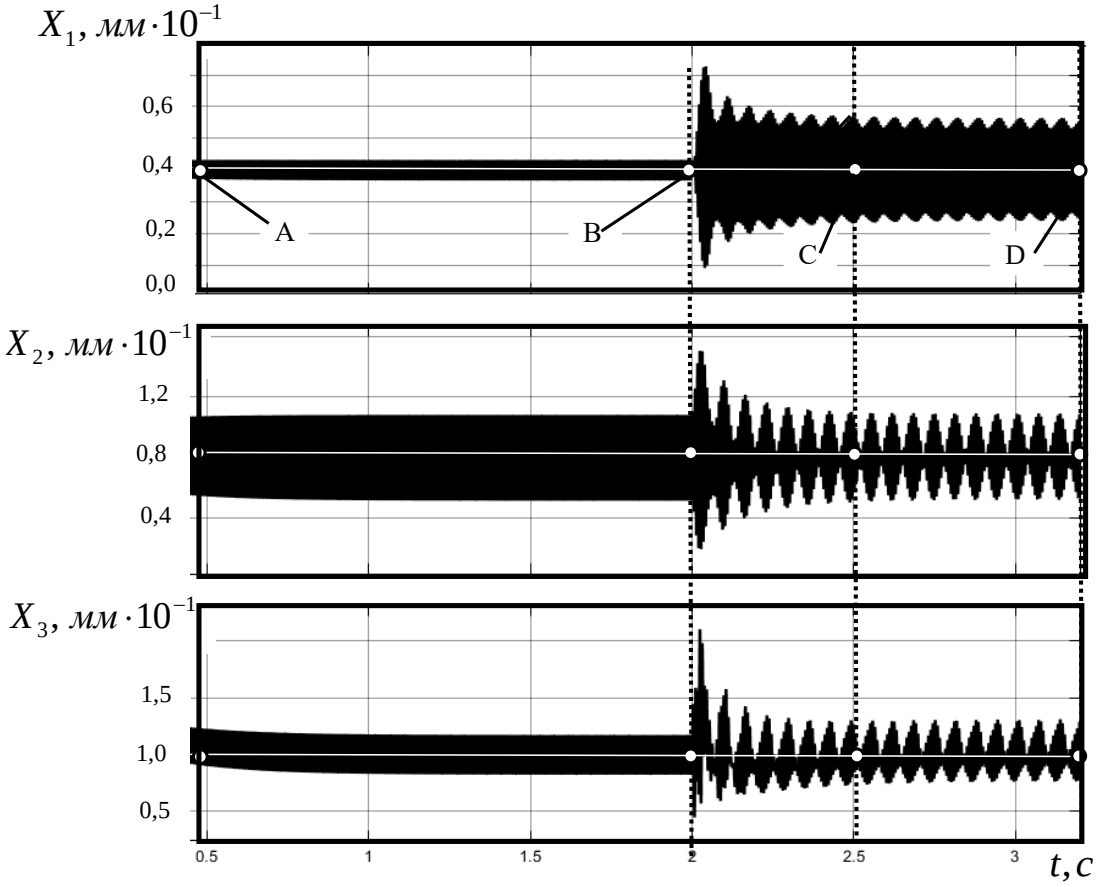


Рис. 3.23 – Пример изменения деформаций при возбуждении дополнительных колебаний в направлении X_1. Частота возмущений – 150 Гц, амплитуда – 0,01 мм, $\rho = 1000\,кг/мм^2$

Возмущения находятся между двух собственных частот 135 Гц, 170 Гц. Тогда в установившемся состоянии при наложении возмущений наблюдается преобразование предельного цикла в двумерный тор, сопровождающийся биениями деформационных смещений на разностной частоте (рис. 3.23) [157]. Подтверждением этому дает характеристика нормированногоспектра (рис. 3.23). Первый столбец фазовой траектории и спектра соответствует деформациям до возмущений. Второй, - соответствует деформациям после переходного процесса. Здесь имеет место бифуркация преобразования предельного цикла в двумерный инвариантный тор. Причем, две частоты тора являются близкими, как это следует из спектра колебаний. Возможны также эффекты затягивания предельного цикла невозмущенной системы к предельному циклу, формируемому возмущениями (рис. 3.24).

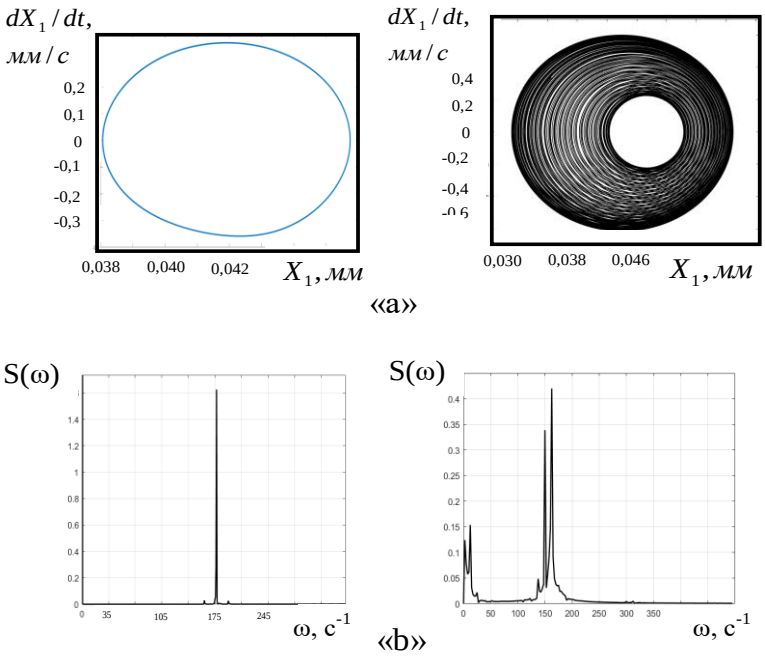


Рис.3.24 – Примеры проекций фазовых траекторий («a») на плоскость «X_1 - dX_1/dt» и их нормированных к дисперсии спектров «b»

Мы видим преобразование одного предельного цикла в другой (рис. 3.25). Участок «A-B» соответствует колебаниям до возмущений. Это предельный цикл на частоте 175 Гц. Участок «B - C» соответствует переходному режиму установления предельного цикла на частоте 100 Гц. Участок «C-D» режим стационарных колебаний, соответствующих второму предельному циклу. Если, при этом увеличит параметр ρ, то дополнительные колебания могут привести к преобразованию предельного цикла в хаотический аттрактор. Таким образом, введение дополнительных колебаний в направлении X_1 может приводить к бифуркации рождения

хаотического аттрактора. Как правило, его рождение осуществляется через каскад бифуркаций удвоения периода колебаний. Этот каскад бифуркаций может стимулироваться мультипликативными членами.

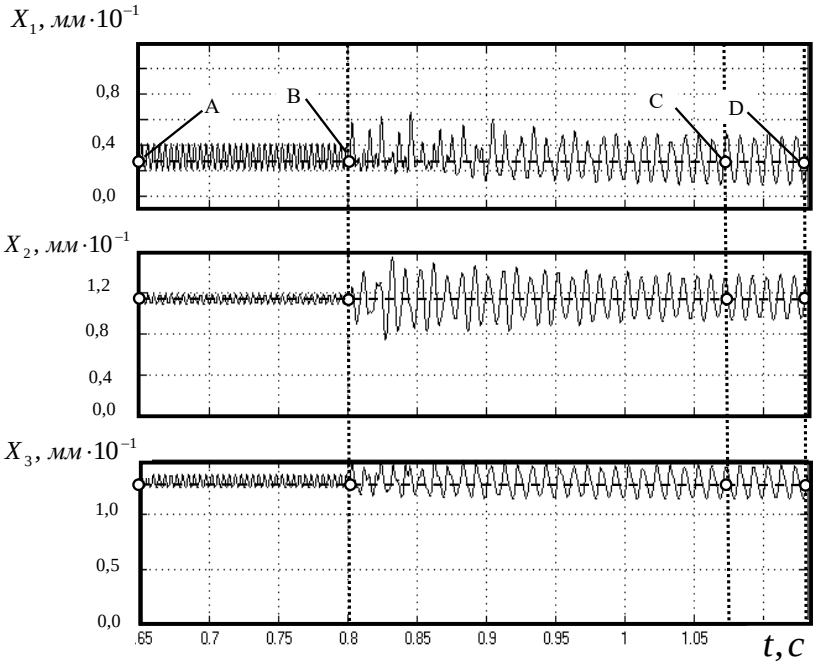


Рис. 3.25 – Пример изменения деформаций при возбуждении дополнительных колебаний в направлении X_1. Частота возмущений – 100 Гц, амплитуда – 0,01 мм, $\rho = 500$ *кг / мм*^{2}

Здесь необходимо отметить влияние вариаций скорости резания, изменяющейся в зависимости от колебательных скоростей вершины инструмента. Чувствительность притягивающих множеств к вариациям $T^{(0)}\{1+\varepsilon_T(t)\}$ возрастает в том случае, если система при $\varepsilon_T(t)=0$ находится вблизи к границе устойчивости. На рис. 2.37 «а» приведены временные траектории, показывающие реакцию деформаций на возмущения в плоскости, нормальной к оси заготовки. Кривые отличаются параметрами ρ и $\varepsilon_T^{(0)}$. По мере увеличения ρ, влияющего на уровень самовозбуждения, и $\varepsilon_T^{(0)}$, изменяющего интенсивность возмущений, наблюдается изменение притягивающих множеств.

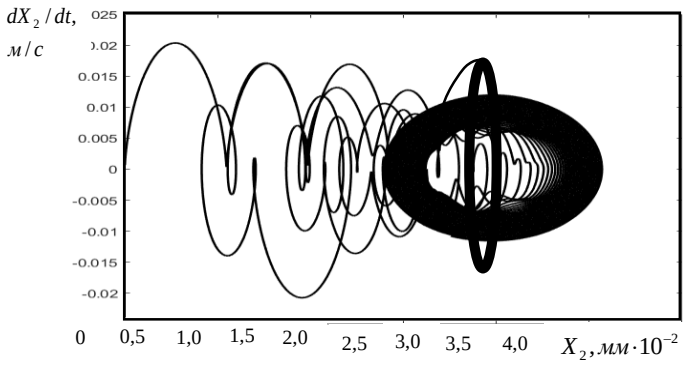


Рис. 3.26 – Преобразование предельного цикла в предельный цикл

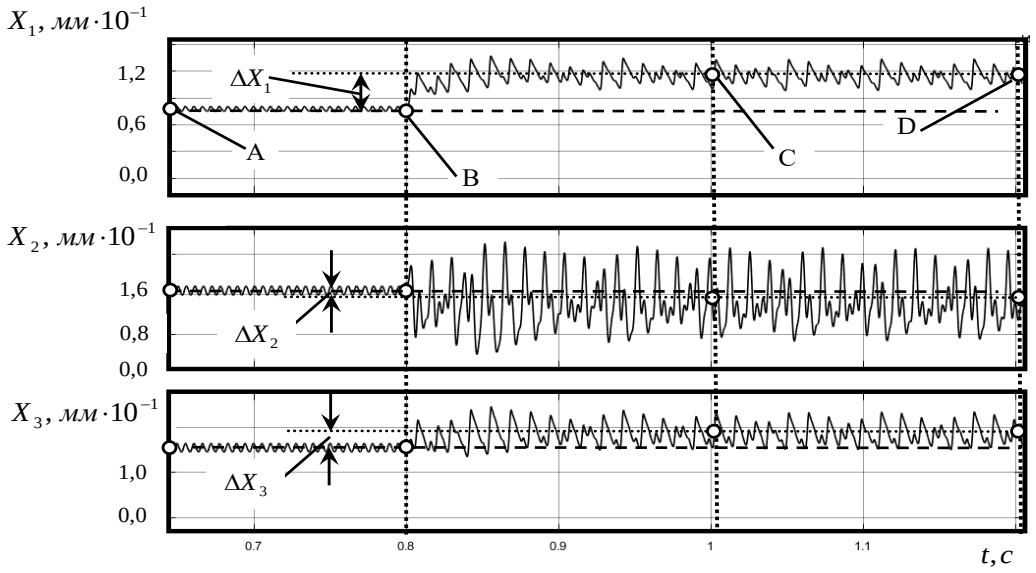


Рис. 3.27 – Пример изменения деформаций при возбуждении дополнительных колебаний в направлении X_1. Частота возмущений – 100 Гц, амплитуда – 0,01 мм, $\rho = 1000\,кг/мм^2$

На рис.3.28 в первом и третьем случаях имеет место преобразование предельного цикла в предельный цикл, но с другими параметрами. Во втором, четвертом и пятом случаях имеет место преобразование предельного цикла и двумерный тор. Одна из частотных составляющих тора имеет периодически изменяющуюся амплитуду. При потере устойчивости на притягивающие множества оказывают влияние силы **Ф**. Их влияние непропорционально и быстро увеличивается при возрастании амплитуды возмущений. Отмечается, что связь, формируемая в области контакта задних граней, не только ограничивает развитие периодических движений, но и способствует образованию сложных конфигураций притягивающих множеств (рис.3.28, b). Как правило, их частота не превышает (5,0-10,0) Гц. При больших амплитудах возмущений формируется хаос. Рассмотрим также примеры бифуркаций притягивающих множеств (рис. 3.29) в фазовой плоскости. На верхней иллюстрации приведен пример преобразования предельного цикла в предельный цикл с другими параметрами. На нижней, - преобразование предельного цикла в двумерный тор.

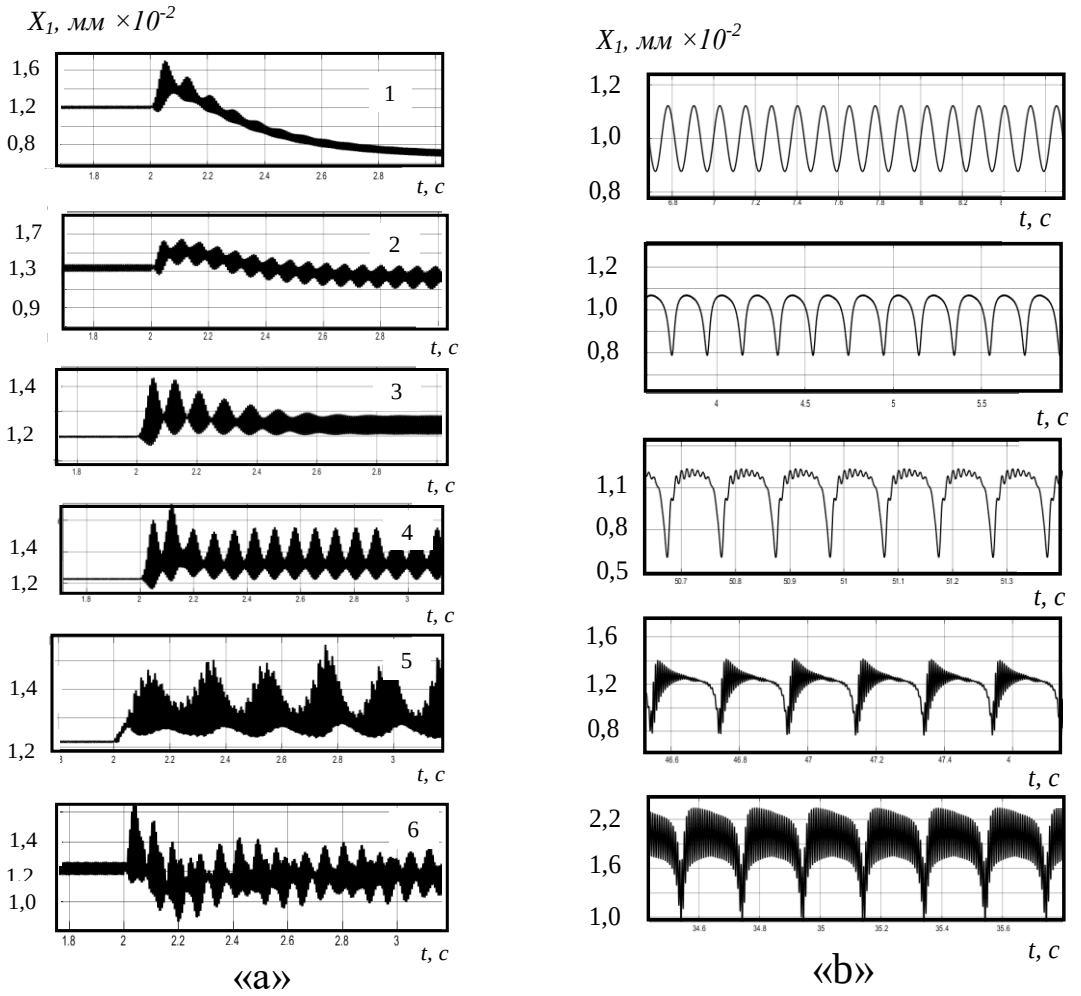


Рис. 3.28 – Пример, изменения формируемых притягивающих множеств деформационных смещений в зависимости от ρ при варьировании постоянной времени стружкообразования «a» (1- $\rho = 500 кг/мм^2$, $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$; 2- $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$, $\rho = 700 кг/мм^2$; 3 - , $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$, $\rho = 1000 кг/мм^2$; 4 - $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}2$, $\rho = 1000 кг/мм^2$; 5 - $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$, $\rho = 1500 кг/мм^2$; 6 - $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}2$, $\rho = 1500 кг/мм^2$) и параметра ς «b» (1- $\rho_0 = 0{,}1 кг/мм$, $\varsigma = 0{,}1 с/мм$, $\varepsilon_S^{(0)} = 0{,}2$; 2 - $\rho_0 = 1{,}0 кг/мм$, $\varsigma = 5{,}0 с/мм$, $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$; 3 - $\rho_0 = 1{,}0 кг/мм$, $\varsigma = 30{,}0 с/мм$, $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$; 4 - $\rho_0 = 10 кг/мм$, $\varsigma = 5{,}0 с/мм$, $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$;5 - $\rho_0 = 50{,}0 кг/мм$, $\varsigma = 50{,}0 с/мм$, $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}1$; 6 - $\rho_0 = 50{,}0 кг/мм$, $\varsigma = 50{,}0 с/мм$, $\varepsilon_T^{(0)} = 0{,}3$).

На рис. 3.30 приведены стадии перехода от предельного цикла к хаосу через бифуркации удвоения периода, а также спектры деформаций. При обработке типичным примером являются возмущения типа радиальных биений шпинделя. Это круговые траектории дополнительных деформаций в плоскости, нормальной к оси вращения заготовки. Остановимся на этом случае подробнее. Вначале силами, действующими на задние грани, будем пренебрегать. Тогда

$$\mathbf{m}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{X}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}\frac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{cX}=\mathbf{F};$$

$$T^{(0)}\frac{dF^{(0)}}{dt}+F^{(0)}(t)=\rho\{1+\mu e^{-\varsigma[V_3^{(0)}(1+\varepsilon_{V_3}(t))-v_{X_3}(t)]}\}\times \tag{3.28}$$

$$\times[t_P^{(0)}(1+\varepsilon_{t_P}(t))-X_1]\int_{t-T(t)}^{t}\{V_2^{(0)}-v_{X_2}(\xi)\}d\xi,$$

где $\varepsilon_{t_P}(t)=\varepsilon_{t_P}^{(0)}\sin(\Omega_0 t)$; $e^{-\varsigma[V_3^{(0)}(1+\varepsilon_{V_3}(t))-v_{X_3}(t)]}=e^{-\varsigma V_3^{(0)}}\{1+\varsigma[\Delta X_0\Omega_0\sin(\Omega_0 t)+v_{X_3}(t)]\}$. Для раскрытия общей картины влияния элементов динамической связи на траектории вершины инструмента за счет радиальных биений шпинделя проанализируем подробно влияние на них интегрального оператора формирования подачи. Если задана скорость в направлении X_3 в виде $V_P(t)=\{V_3^{(0)}-\Delta X_0\Omega_0\sin(\Omega_0 t)-v_{X_3}(t)\}$, то путь, пройденный вершиной инструмента будет $L_3(t)=\int_0^t\{V_3^{(0)}-\Delta X_0\Omega_0\sin(\Omega_0 t)-v_{X_3}(\xi)\}d\xi$. Если $\Delta X_0=0$, $V_3^{(0)}=const$ и $v_{X_3}\to 0$, то

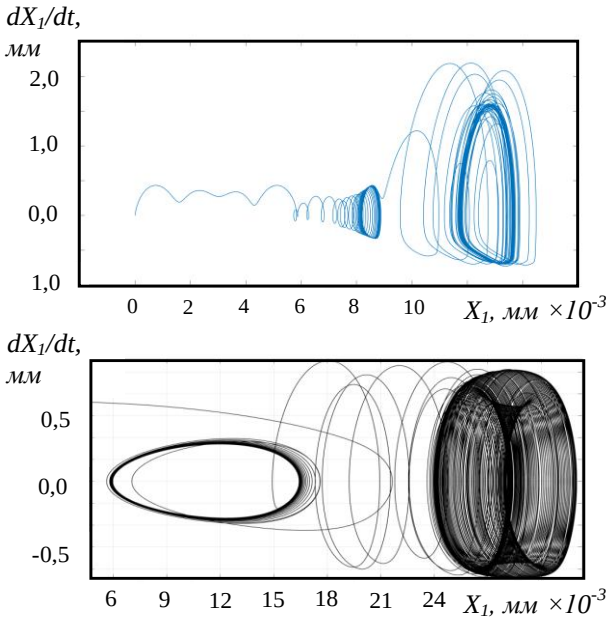


Рис. 3.29 – Примеры типичных для динамической системы резания бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений

$T=(\Omega)^{-1}$. Для анализа $T=T(\Delta X_0,\Omega_0,v_{X_3})$ представим $V_P(t)$ в виде

$$V_3(t)=\pi D\Omega[1-\varepsilon_{V_P}^{(0)}\frac{\Omega_0}{\Omega}\sin\Omega_0 t-\varepsilon_v(t)] \tag{3.29}$$

где $\varepsilon_v(t)=\frac{v_{X_3}(t)}{\pi D\Omega}$. Если периодическое решение является устойчивым, то $\varepsilon_v(t)_{t\to\infty}\Rightarrow 0$.

Что касается безразмерной амплитуды $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}=\varepsilon_{V_P}^{(0)}\frac{\Omega_0}{\Omega}$, то для практики имеют значение $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}$, удовлетворяющие условию $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}\langle\langle 1$. Например, при $\Omega_0=\Omega$ $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}$ характеризует амплитуду биений по отношению к длине окружности заготовки. Очевидно, что условие $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}\to 1$ не имеет практического значения. Функции

$V_3(t) = \pi D\Omega[1 - \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \sin \Omega_0 t]$ соответствует пространственное перемещение инстурмента $\tilde{V}_3(L_3) = \pi D\Omega[1 - \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \delta \sin(\tilde{\Omega}_0 L_3)]$ в направлении X_3. В выражении $\tilde{V}_3(L_3)$ амплитуда $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \delta$ есть первая гармоника периодических колебаний в перемещении. Здесь справедливо: при $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \to 0 \quad \delta \to 1$.

Подчеркнем, что переход от $V_3(t)$ к $\tilde{V}_3(L_3)$ справедлив при выполнении следующих условий $[1 - \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \sin \Omega_0 t] \rangle 0$. В противном случае в траекториях деформаций наблюдаются гистерезисные явления, формирующие дополнительные фазовые сдвиги, зависящие от амплитуды.

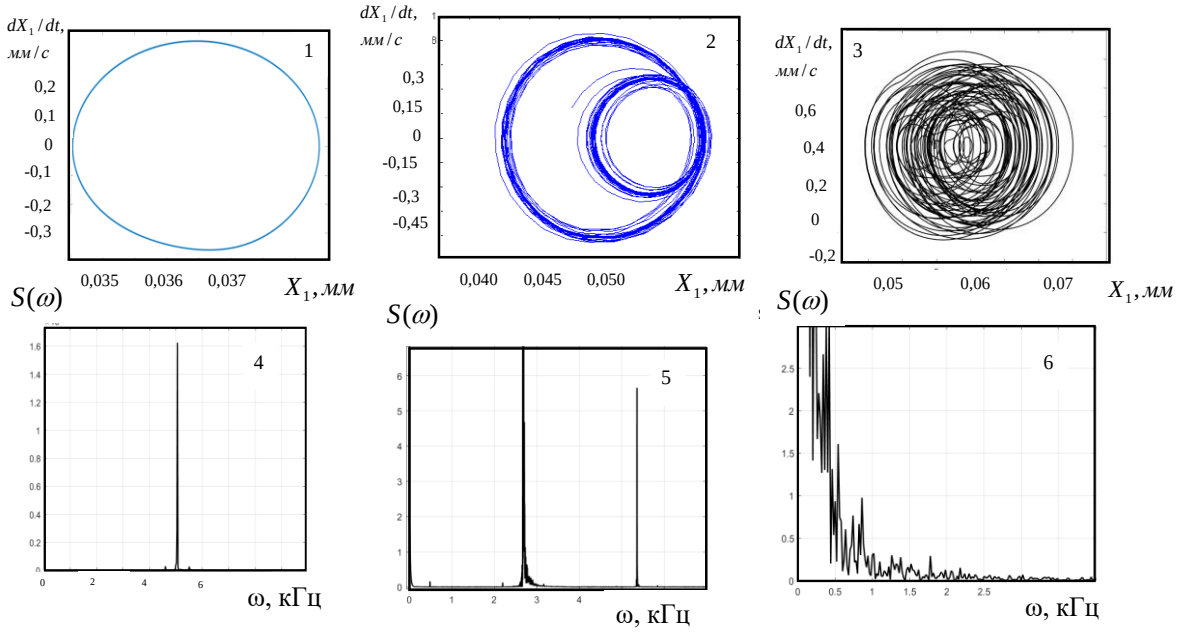


Рис.3.30 – Фазовые плсокости траекторий в радиальном направлении и их спектры:
1 – предельный цикл 2 – фрагмент бифуркаций удвоения периода; 3 – хаотический аттрактор 4 — спектр предельного цикла; 5 –спектр удвоения периода; 6 – спектр хаоса

Для определения связи T с параметрами биений примем во внимание условие $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \langle\langle 1$. Тогда выражение $[1 - \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \cos(\tilde{\Omega}_0 L_3)]^{-1}$ можно разложить в ряд Тейлора

$$[1 - \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \cos(\tilde{\Omega}_0 L_3)]^{-1} = 1 + \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \cos(\tilde{\Omega}_0 L_3) + [\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \cos(\tilde{\Omega}_0 L_3)]^2 + [\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \cos(\tilde{\Omega}_0 L_3)] + \ldots \qquad (3.30)$$

Сходимость ряда (3.30) определяется требованием $1 \rangle \left| \varepsilon_{\Delta X}^{(0)} \cos(\tilde{\Omega}_0 L_3) \right|$. Если ограничиться оценками только по модулю, то погрешность аппроксимации при рассмотрении в ряде только двух членов равна: при $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} = 0{,}5$ - 25%; при $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)} = 0{,}1$- 0,9%. Так что ряд (3.30) быстро сходится. Поэтому главные свойства системы можно рас-

крыть, если ограничиться в (3.30) первыми двумя членами ряда, так как для практических случаев биений справедливо $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}\langle 0{,}1$. Тогда величина запаздывающего аргумента равна

$$T = \frac{1}{\pi D\Omega}\int_{L_3-\pi D}^{L_3}[1+\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}\cos(\tilde{\Omega}_0 L_3)]d\xi = \frac{1}{\Omega}\{1+\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}(\tilde{\Omega}_0\pi D)^{-1}[\sin[(\tilde{\Omega}_0 L_3)-\theta]\}. \quad (3.31)$$

Кроме этого примем во внимание, что $(\tilde{\Omega}_0\pi D)^{-1}\equiv 1$. Выражению (3.31) соответствует функция изменения времени запаздывания во временной области

$$T(t) = \frac{1}{\Omega}\{1+\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}[\sin(\Omega_0 t+\theta)]\}. \quad (3.32)$$

Фазовый сдвиг θ практически равен нулю при малых $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}$. Выражение (3.32) справедливо при малых $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}$. При условии $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}\to 1$имеют место погрешности по модулю, а при условии $\varepsilon_{\Delta X}^{(0)}\rangle 1$, для определения зависимости вариаций запаздывающего аргумента от дополнительных колебательных скоростей в направлении X_3 необходимо воспользоваться численными методами.

Выполненный анализ показывает, что мультипликативные формы, представленными тригонометрическими функциями, во-первых, вызывают удвоения частоты колебаний, во-вторых, приводят к образованию постоянной составляющей. Если пренебречь малыми вариациями деформаций, то площадь срезаемого слоя S будет

$$S = t_P^{(0)}S_P^{(0)}\{[1+\varepsilon_0\sin(\Omega_0 t)]\}\{1+\varepsilon_0\frac{t_P^{(0)}\Omega_0}{\pi D\Omega}[\sin(\Omega_0 t)]\}, \quad (3.33)$$

где $\varepsilon_0 = \frac{\Delta X_0}{t_P^{(0)}}$ - безразмерная амплитуда радиальных биений по отношению к глубине резания. Частота Ω в (3.33) постоянна. Выражение (3.33) показывает, что даже в случае, если скорость подачи постоянна и деформации в направлении скорости подачи отсутствуют, то только за счет радиальных биений возможно, во-первых, образование постоянной составляющей в силах, следовательно, в деформационных смещениях. Можно прийти к выводу, что радиальные биения вызы-

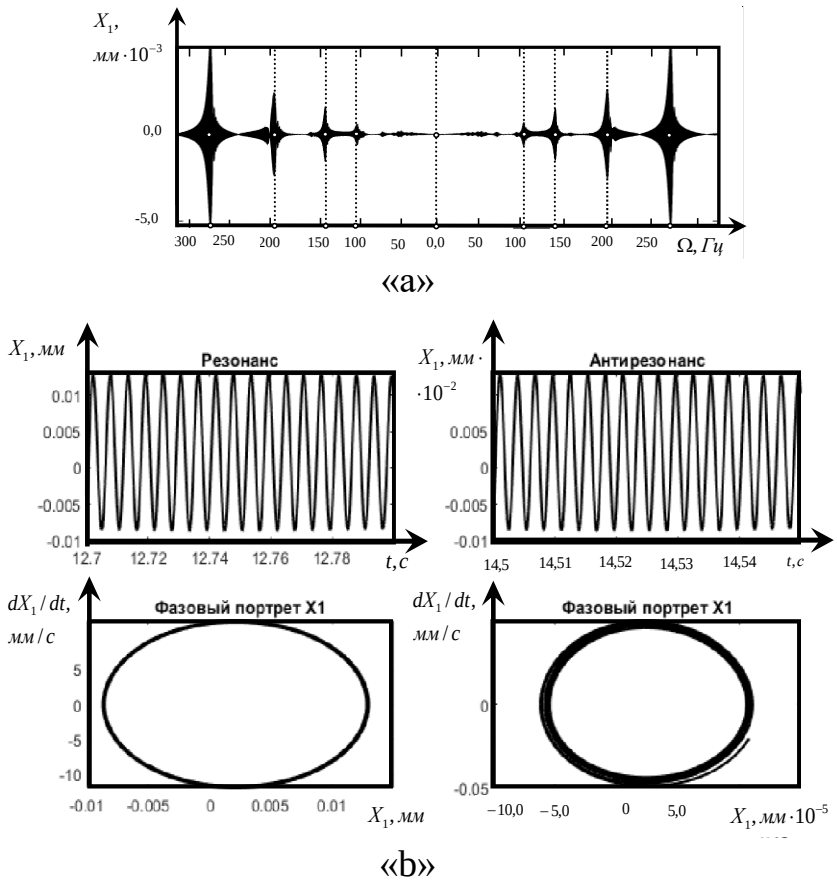


Рис. 3.31 – Пример амплитудно-частотной характеристики преобразования биений шпиндельной группы в колебательные смещения $X_1(t)$: а- амплитудно-частотная характеристика при $\varepsilon_0 = 0{,}01$; b-пример временных характеристик (верхние кривые) и фазовых портретов систем (нижние кривые) на резонансах и антирезонансах

вают не только периодическую составляющую следа на обрабатываемой заготовке, но и приводит к вариациям ее диаметра. Во-вторых, сам интегральный опера

тор может вызывать удвоение периода колебаний. Бифуркация удвоения периода, как неоднократно отмечалось, характеризует предысторию формирования хаотического аттрактора. Заметим, что с точностью до коэффициента скорость колебательных смещений $v_{X_3}(t)$ также как и скорость $v_{X_2}(t)$ вызывает после интегрирования во временном окне T изменение площади срезаемого слоя, то есть сил резания. Перечислим следующие особенности динамической связи. 1. Сама площадь срезаемого слоя формируется в результате перемножения вариаций глубины резания на изменения подачи, что образует мультипликативную связь. 2. Зависимость ρ от скорости резания вызывает образование связи, направленной на самовозбуждение. 3. Формируемые в области контакта задних граней инструмента и заготовки силы образуют нелинейное диссипативное влияние процесса резания на колебания. 4. Многие параметры формируемой резанием динамической связи состоят из постоянной и переменной составляющих. Например, постоянная времени стружкообразования, давление стружки на переднюю грань инструмента

и пр. Все это приводит к необходимости изучения возмущенной динамики численными методами.

Рассмотрим пример влияния вибраций на устойчивость траекторий для базовой модели точения прутка диаметром D=40 мм из стали 45. Скорость резания 3,0 м/с, глубина – 2,0 мм, подача- 0,15 мм. Коэффициент $\rho \in (100,1000) кг/мм^2$. Рассмотрим пример изменения периодической реакции деформаций на возмущения типа биений при $\varepsilon_0 = const$ (рис. 3.31, рис. 3.32). Характеристики вычислены при изменении частоты возбуждения от 350Гц до нуля и от нуля до 350Гц. Тем самым удается определить гистерезисные свойства и неоднозначность изменения амплитуды колебательных смещений при прохождении резонансов при увеличении и уменьшении частоты. Приведено два примера с параметрами возбуждения $\varepsilon_0 = 0,01$ и $\varepsilon_0 = 0,08$. Приведено два примера с параметрами возбуждения $\varepsilon_0 = 0,01$ и $\varepsilon_0 = 0,08$. Они отличающихся также величиной $\rho = 350 кг/мм^2$ (рис. 3.31) и

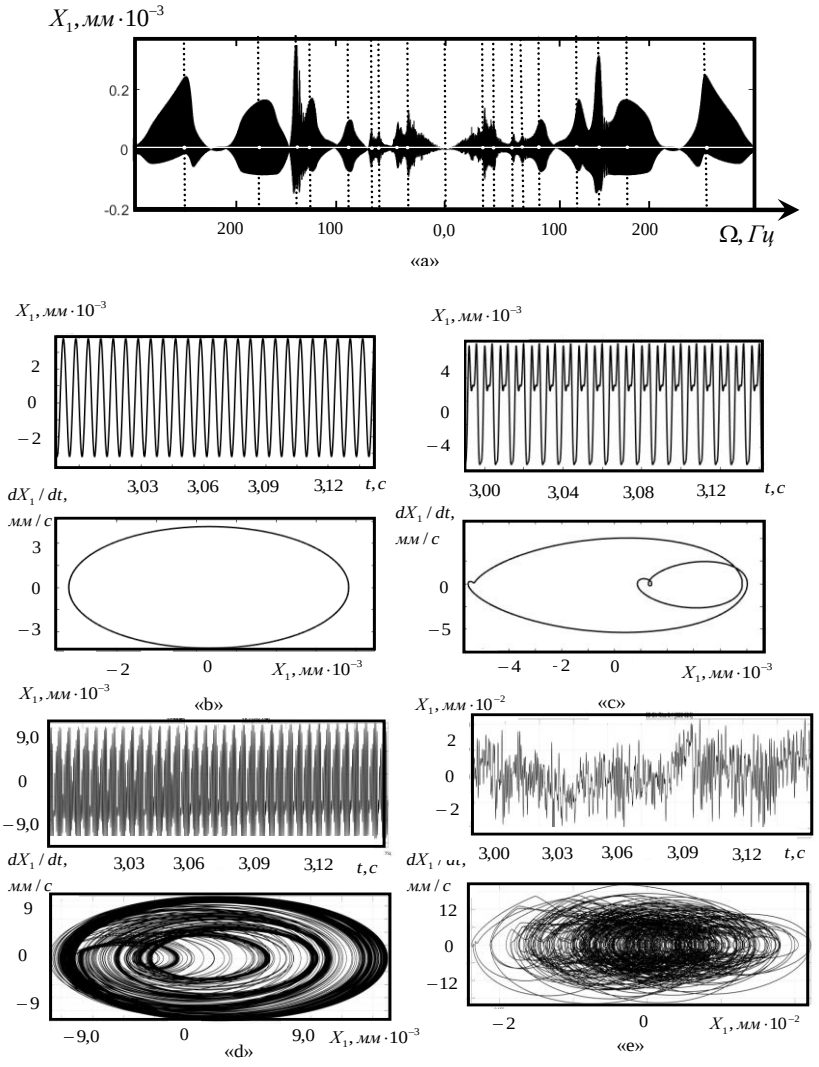
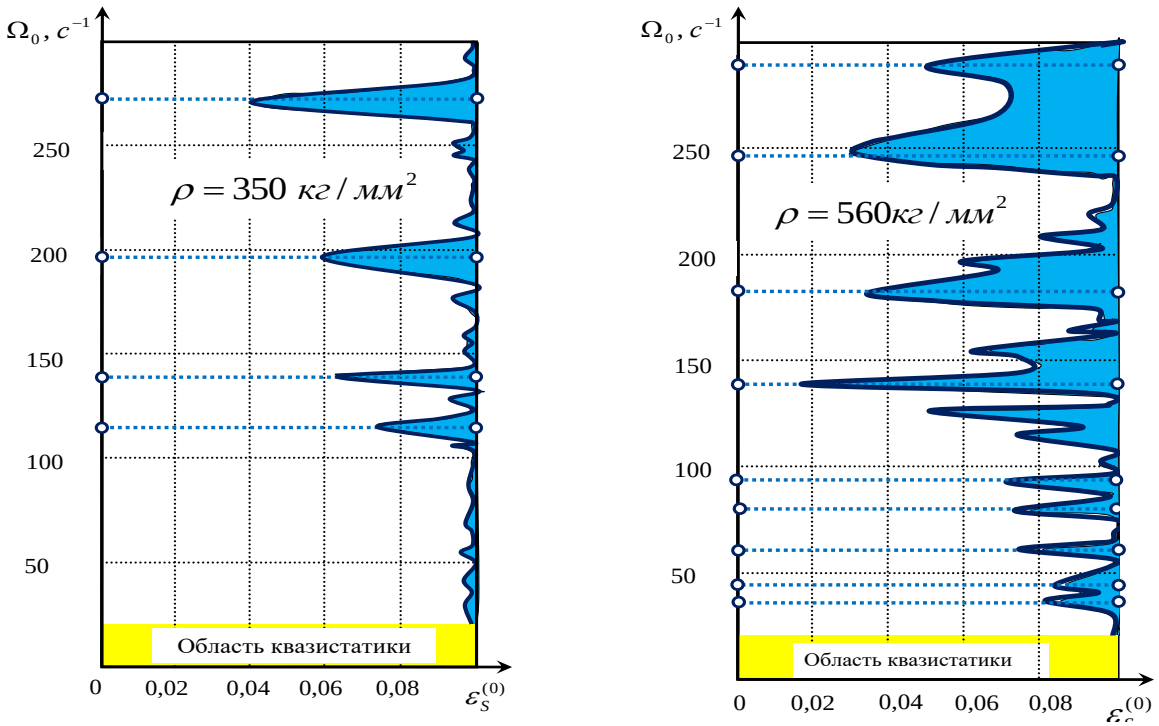


Рис. 3.32 – АЧХ преобразования биений шпинделя в колебательные смещения $X_1(t)$: a- амплитудно-частотная характеристика при $\varepsilon_0 = 0,08$; b-e – примеры временных и фазовых траекторий на частоте $\Omega_0 = 140$ *Гц* при изменении ρ: «b» - $\rho = 200$ *кг/мм²*; «c» - $\rho = 400$ *кг/мм²*; «d» - $\rho = 600$ *кг/мм²*; «e» - $\rho = 800$ *кг/мм²*

$\rho = 560 кг/мм^2$. Система при малых амплитудах $\varepsilon_0 = 0{,}01$ имеет три основных резонансных частоты: $\Omega^{(0,1)} = 140\,Гц$, $\Omega^{(0,2)} = 195\,Гц$, $\Omega^{(0,3)} = 265\,Гц$. Всплески амплитуд в этом случае определяются избирательным свойством подсистемы инструмента. Добротность колебательных контуров, в основном, определяется матрицей скоростных коэффициентов. Однако в АЧХ заметны затухания на частотах равных и кратных частоте вращения шпинделя равной 50 Гц. Реакция колебаний на гармонические биения, в основном, является гармонической с малыми нелинейными искажениями. По мере увеличения амплитуды биений и коэффициента ρ, во-первых, в колебаниях проявляются нелинейные искажения. Во-вторых, имеет место не только уширение спектральной линии основных осцилляторов, но и образование новых, которые во многом определяются гармониками основных резонансных частот (рис. 3.32). На некоторых частотах формируются дополнительные постоянные составляющие, которые проявляются в ограниченных частотных диапазонах (см. рис. 3.32 «a»). Для частоты $\Omega_0 = 140\,Гц$ на рис. 3.32 («b» - «e») приведены примеры временных (верхние иллюстрации) и фазовых (нижние иллюстрации) траекторий. Как видно, по мере увеличения ρ наблюдается вначале нелинейные искажения предельного цикла, который затем совершает удвоение периода колебаний и в итоге преобразуется в хаотический аттрактор. При дальнейшем увеличении ρ система становится неустойчивой в целом. В системе наблюдается параметрическое самовозбуждение при $\rho = 1200\,кг/мм^2$. Глубокий анализ возмущенной системы показывает комплексное влияние парамтеров динамической связи и возмущений на ее устойчивость. Не только ρ и амплитуда возмущений, но также и частота вибраций могут приводить к потере устойчивости точки равновесия. Кроме этого, при изменении точки приложения возмущений изменяются области устойчивости системы в целом. Отметим, что у автономной системы потеря устойчивости зависит от характеристического полинома линеаризованного уравнения в вариациях. Причем характеристический полином не зависит от точки приложения возмущения. Такое отличие свойств объясняется условиями параметрического самовозбуждения, которое зависит от точки приложения возмуще-

ний. На рис. 3.33 приведен пример изменения областей устойчивости в зависимости от частоты возмущений при неизменных параметрах. Приведено два случая. Первый относится к случаю $\rho = 350 кг/мм^2$. Второй, - к случаю $\rho = 560 кг/мм^2$. Приведена также область устойчивости в плоскости варьируемых параметров «$\rho - \Omega_0$,» (рис. 3.33 «с»). Область потери устойчивости системы в целом показана затемненным цветом.



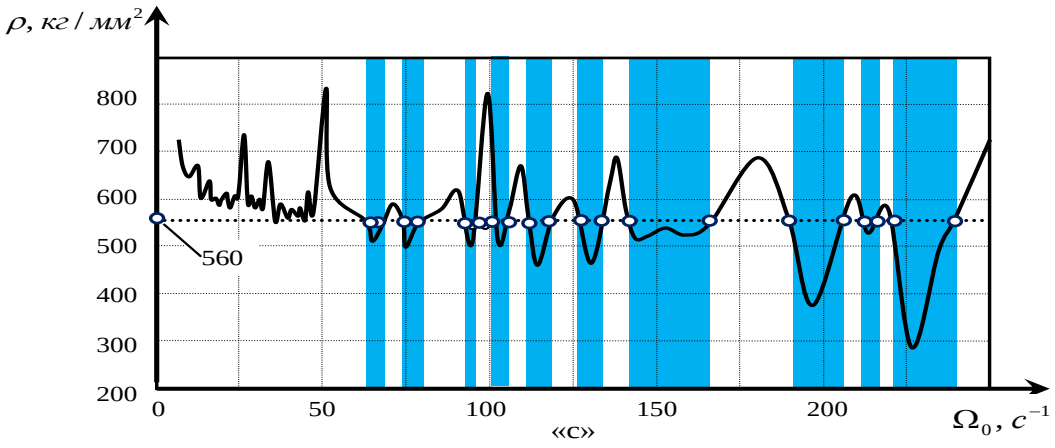
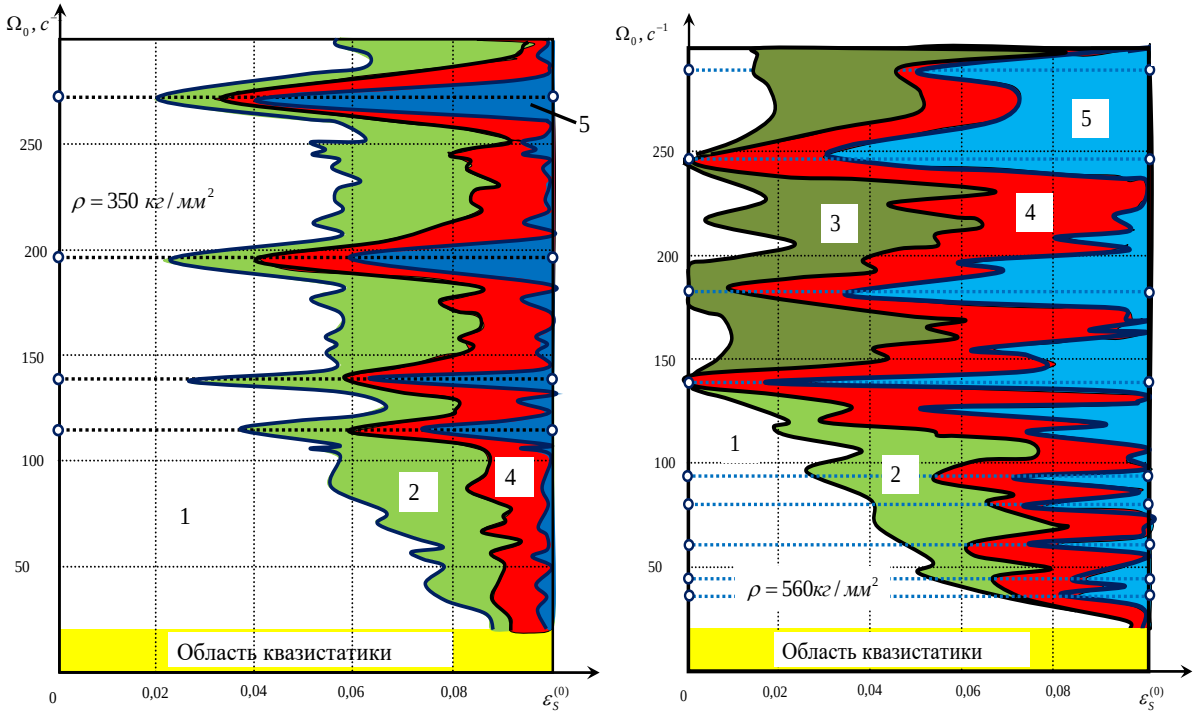


Рис. 3.33 – Пример области устойчивости для системы, характеристики которой приведены на рис. 3.31 и рис. 3.32

Для анализа областей притяжения удобно проанализировать диаграммы бифуркаций притягивающих множеств (рис.3.34). Для этого необходимо раскрыть содержа-

ние областей притяжения, которые на рис. 3.33 условно показаны незатемненными. На иллюстрации выделены следующие области. 1- область вынужденных колебаний на частоте возбуждения. 2 – область предельного цикла с другими параметрами. Частота колебаний в этой области, как правило, отличается от частоты возмущений. Переход из области «1» в область «2» характеризуется бифуркацией преобразования предельного цикла в предельный цикл с другими параметрами. В области «3» устанавливается двумерный тор, а переход из области «1» в область «3» характеризует бифуркацию преобразования предельного цикла в двумерный тор. В «4» формируется хаотическая динамика. Причем в некокторых частотных диапазонах хаотические колебания образуются сразу при возмущении системы. В области «5» система неустойчива в целом.



«a» «b»

Рис.3.34 – Диаграммы бифуркаций притягивающих множеств деформаций

Таким образом, вибрационные возмущения, как и технологические режимы, являются тем фактором, который изменяет свойства динамической системы. Однако главный вывод, который необходимо сделать: по мере увеличения амплитуды возмущений образуется большое разнообразные притягивающих множеств деформаций, влияющих на выходные свойства процесса резания.

3.4.3 Возмущения высокочастотного диапазона

Высокочастотные колебания (ВЧК) условно лежат выше полосы пропускания колебательных контуров подсистем. Здесь, как и в случае среднечастотного диапазона, переход к области высоких частот является условным. Однако в этом случае главным источником неуправляемых возмущений становится сама зона резания или специально вводимые в зону резания, например, ультразвуковые колебания (УЗК) [9, 88-94]. Экспериментальное изучение ВЧК показывает, что их частотный состав сверху практически не ограничен. Исследования, выполненные, прежде всего, при создании систем виброакустической диагностики обработки, показали, что процесс резания сопровождается эмиссией до сотен килогерц и даже до единиц мегагерц [95-97, 100-102]. Это связано с тем, что пластическая деформация сопровождается движением дислокаций, объединением их в группы, формированием микротрещин, их развитием, движением материала по поверхностям скольжения и пр. Все перечисленные механизмы сопровождаются акустической эмиссией сигнала, имеющего сложную пространственно-временную структуру. Частично формирование такого сигнала рассмотрено во втором параграфе. Все эти механизмы формируют случайные импульсные последовательности в различных частотных диапазонах, частота которых по данным [228, 229] доходит до 10^{13} Гц. По мере увеличения частоты наблюдается резкое снижение интенсивности наблюдаемых колебаний, генерируемых процессом резания. Тем не менее, формируемые в зоне резания циклические составляющие сил изменяют эффективные параметры динамической связи, причем оказывают влияние на низкочастотный и среднечастотный диапазоны. Основное внимание сосредоточим на параметрах ρ и $T^{(0)}$.

Рассмотрим параметр ρ. Пусть изменение ρ, обусловленное циклическими силами, представляют $\rho_ц \sin(\Omega_0 t)$. Тогда давление стружки будет $\rho - \rho_ц[1+\sin(\Omega_0 t)]$. Для определения эффективного $\hat{\rho}$ можно воспользоваться выражением

$$\hat{\rho} = \rho\{1-\varepsilon_\rho \Omega_0 \int_{t-(\Omega_0)^{-1}}^{t}[1+\sin(\Omega_0 t)]d(\Omega_0 t)\} = \hat{\rho} = \rho\{1-\varepsilon_\rho\}, \qquad (3.34)$$

где $\varepsilon_\rho = \rho_ц / \rho$. При оценивании $T^{(0)}$ учтем его зависимость от скорости резания. Вычислим вариацию $T^{(0)}$, обусловленную дополнительными колебаниями $\Delta V_3^{(X)} \sin(\Omega_0 t)$. Тогда

$$\Delta T^{(0)} = -T^{(0)}(V_{3,0}^{(Ф)}) \frac{k_\Sigma \Delta V_3^{(X)} \sin(\Omega_0 t)}{(1 + k_\Sigma V_3^{(X)} \sin(\Omega_0 t))}, \qquad (3.35)$$

где $k_\Sigma = \frac{k^{(T)}}{1 + k^{(T)} V_{3,0}^{(Ф)}}$. Таким образом, будем рассматривать эффективные значения параметров, усредненные по периоду циктических составляющих сил в пределах первой основной частоты. Тогда выражение $[1 + k_\Sigma \Delta V_3^{(X)} \sin(\Omega_0 t)]^{-1}$ разложим в ряд Тейлора, ограничимся четырьмя его членами и усредним по периоду $(\Omega_0)^{-1}$. Тогда получаем эффективное значение параметра $T^{(0)}$

$$\widehat{T}^{(0)}(V_{3,0}^{(Ф)}, \Delta V_3^{(X)}) = T^{(0)}(V_{3,0}^{(Ф)}) \{1 + \frac{1}{2}(\frac{k^{(T)}}{1 + k^{(T)} V_{3,0}^{(Ф)}} \Delta V_3^{(X)})^2 + \frac{3}{8}(\frac{k^{(T)}}{1 + k^{(T)} V_{3,0}^{(Ф)}} \Delta V_3^{(X)})^4\}. \quad (3.36)$$

Выражения (3.34) и (3.35) справедливы для $\{V_{3,0}^{(Ф)} + \Delta V_3^{(X)} \sin(\Omega_0 t)\} \rangle 0$. Отметим, что при увеличении амплитуды $\Delta V_3^{(X)}$ возрастает $\widehat{T}^{(0)}(V_{3,0}^{(Ф)}, \Delta V_3^{(X)})$. При малых $\Delta V_3^{(X)}$ их влиянием на $T^{(0)}$ можно пренебречь. Их влияние зависит и от скорости $V_{3,0}^{(Ф)}$. На время запаздывания T в интегральном операторе формирования подачи высокочастотные колебания практически не влияют.

Однако колебания изменяют взаимодействия задней грани инструмента и заготовки. Поэтому силы **Ф** также необходимо усреднять за период колебаний. Проанализируем влияние колебаний на $Ф_2$, при $Ф_3 = k_T Ф_2$ для асимптотически устойчивой ДСР [208].

Первый случай: скорость в направлении продольной подачи при обработке вала неизменного диаметра учитывает колебания $\Delta V_2^{(X)} \sin(\Omega_0 t)$, то есть

$$Ф_2 = \rho_0 [t_P^{(0)} - X_1] \{\exp[\varsigma(\upsilon - \upsilon^*)]\} = \rho_0 [t_P^{(0)} - X_1(t)] \{\exp[\varsigma \frac{\Delta V_2^{(X)} \sin(\Omega_0 t)}{V_3^{(X)}}]\}.$$

Разложим функцию $\exp[\varsigma \frac{\Delta V_2^{(X)} \sin(\Omega_0 t)}{V_3^{(X)}}]$ в ряд Тейлора

$$\Phi_2[A_{X_2}\sin(\Omega_0 t)] = \Phi_2^*\{1 + A_{X_2}\sin(\Omega_0 t) + \frac{1}{2!}[A_{X_2}\sin(\Omega_0 t)]^2 + \frac{1}{3!}[A_{X_2}\sin(\Omega_0 t)]^3 + ... + \frac{1}{n!}[A_{X_2}\sin(\Omega_0 t)]^n + ...\},$$

где $\Phi_2^* = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1]$; $A_{X_2} = \varsigma\frac{\Delta V_2^{(X)}}{V_3^{(X)}}$. Отметим, что областью сходимости ряда является $-\infty\langle A_{X_2}\sin(\Omega_0 t)\langle+\infty$. Ограничимся первыми четырьмя членами ряда [208]

$$\bar{\Phi}_2(A_{X_2}) = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1]\{1 + \frac{1}{4}[A_{X_2}]^2 + \frac{3}{48}[A_{X_2}]^4\}. \qquad (3.37)$$

Ряд всегда сходится. Рассматривается устойчивая система, тогда при $A_{X_2} = 0$ функция $\Phi_2(\upsilon)_{\upsilon=\upsilon^*} = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1]\{\exp[\varsigma(\upsilon - \upsilon^*)]\} = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1]$. По мере увеличения $\Delta V_2^{(X)}$ наблюдается зависящее от $V_3^{(X)}$ возрастание эффективного значения $\bar{\Phi}_2(A_{X_2})$. Это та составляющая, которая воспринимается подсистемами, и она лежит в пределах полосы их пропускания. В связи с этим можно ввести в рассмотрение понятие «скрытой» силы, которая равна

$$\Phi_2^{(C)}(\Delta V_2^{(X)}\sin(\Omega_0 t)) = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1(t)]\{\exp[\varsigma\frac{\Delta V_2^{(X)}\sin(\Omega_0 t)}{V_3^{(X)}}] - 1 - \frac{1}{4}[A_{X_2}]^2 - \frac{3}{48}[A_{X_2}]^4\}. \qquad (3.38)$$

Очевидно, что при $\Delta V_2^{(X)} = 0$ сила $\Phi_2^{(C)} = 0$.

Второй случай: колебания равны $\Delta V_3^{(X)}\sin(\Omega_0 t)$. В этом случае Φ_2 равно $\Phi_2 = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1(t)]\{\exp[\varsigma(\upsilon - \upsilon^*)]\}$. Выражение $(\upsilon - \upsilon^*) = -\frac{V_2^{(X)}}{V_3^{(X)}}\frac{\Delta V_3^{(X)}\sin(\Omega_0 t)}{(V_3^{(X)} + \Delta V_3^{(X)}\sin(\Omega_0 t))}$ разложим в ряд Тейлора [208]. Тогда имеем

$$(\upsilon - \upsilon^*) = -\frac{V_2^{(X)}}{V_3^{(X)}}\varepsilon_{V_3}\sin(\Omega_0 t)\{1 - \varepsilon_{V_3}\sin(\Omega_0 t) + [\varepsilon_{V_3}\sin(\Omega_0 t)]^2 - ... + (-1)^n[\varepsilon_{V_3}\sin(\Omega_0 t)]^n + ...\}, \qquad (3.39)$$

где $\varepsilon_{V_3} = \Delta V_3^{(X)}/V_3^{(X)}$. Ряд (3.39) также сходится, так как $\varepsilon_{V_3}\langle 1$. Это выражение усреднim по периоду $(\Omega_0)^{-1}$ и ограничимся четырьмя членами. Тогда имеем

$$\bar{\Phi}_2(\varepsilon_{V_3}) = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1(t)]\{\exp[\varsigma\frac{V_2^{(X)}}{V_3^{(X)}}(\frac{1}{2}(\varepsilon_{V_3})^2 + \frac{3}{8}(\varepsilon_{V_3})^4)]. \qquad (3.40)$$

При $\Delta V_2^{(X)} = \Delta V_3^{(X)} = 0$ выражения $\bar{\Phi}_2(A_{X_2})$ и $\bar{\Phi}_2(\varepsilon_{V_3})$ преобразуются в (3.39) без учета сил $k_\Phi F_0$. Отличие эффективных значений $\bar{\Phi}_2(A_{X_2})$ и $\bar{\Phi}_2(\varepsilon_{V_3})$ объясняется тем, что

колебания в направлении X_2 непосредственно изменяют сближения задней грани и заготовки. Здесь также можно рассмотреть «скрытую» силу

$$\Phi_2^{(C)}(\Delta V_3^{(X)}\sin(\Omega_0 t)) = \rho_0[t_P^{(0)} - X_1(t)]\{\exp[-\varsigma\frac{V_2^{(X)}}{V_3^{(X)}}\frac{\Delta V_3^{(X)}\sin(\Omega_0 t)}{(V_3^{(X)} + \Delta V_3^{(X)}\sin(\Omega_0 t))}] - \\ -\exp[-\varsigma\frac{V_2^{(X)}}{V_3^{(X)}}(\frac{1}{2}(\varepsilon_{V_3})^2 + \frac{3}{8}(\varepsilon_{V_3})^4)]\}, \qquad (3.41)$$

которая равна нулю при $\Delta V_3^{(X)} = 0$. Таким образом, высокочастотные колебания влияют практически на все параметры динамической связи системы, рассматриваемой в низкочастотном и среднечастотном диапазонах. Они изменяют устойчивость, вызывают дополнительные упругие смещения, и влияют на притягивающие множества деформаций.

Приведем пример изменения деформаций при возбуждении дополнительных силовых возмущений (рис. 3.35).

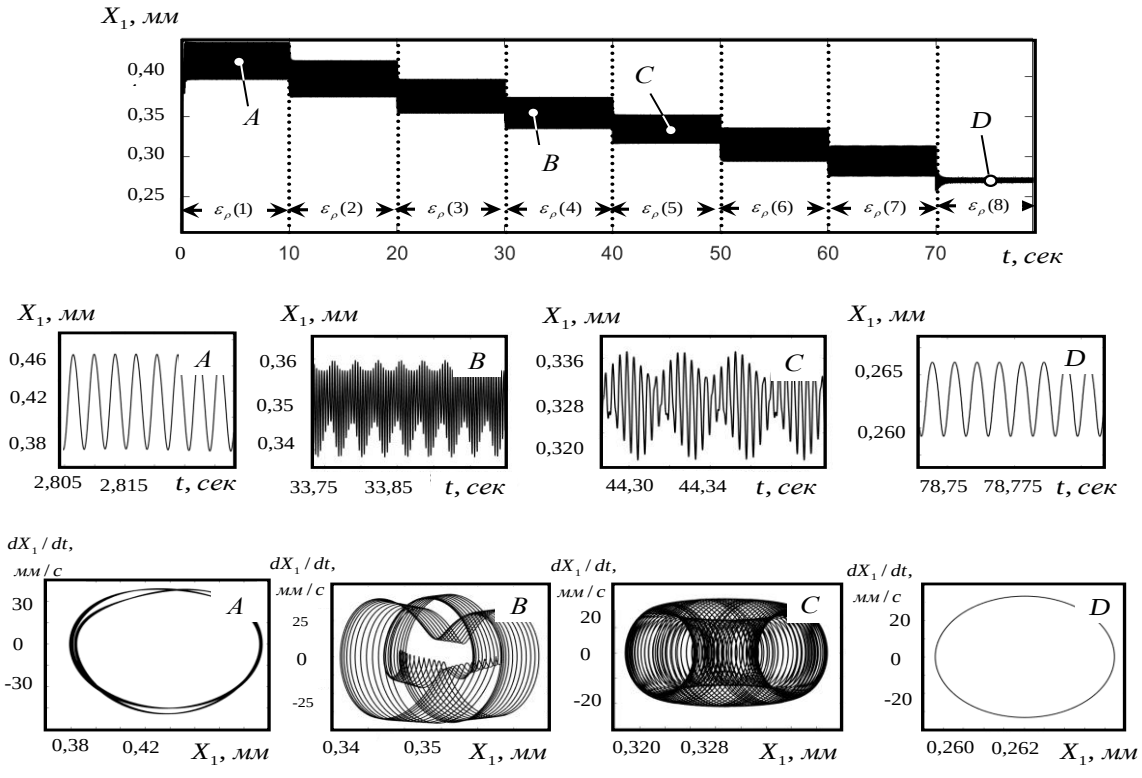


Рис. 3.35 – Изменение деформационных смещений и примеры их фазовых траекторий при изменении силовой эмиссии с частотой $\Omega_0 = 600\ Гц$

На иллюстрациях (рис. 3.35 - 3.37) выполнено ступенчатое изменение параметра ε_ρ, характеризующего силовую эмиссию: $\varepsilon_\rho(1) = 0$, $\varepsilon_\rho(2) = 0{,}05$, $\varepsilon_\rho(3) = 0{,}1$,

$\varepsilon_\rho(4)=0{,}2$, $\varepsilon_\rho(5)=0{,}3$, $\varepsilon_\rho(6)=0{,}4$, $\varepsilon_\rho(7)=0{,}45$, $\varepsilon_\rho(8)=0{,}5$. Коэффициент $\rho=1200\,кг/мм^2$. В этом случае при $\varepsilon_\rho(1)=0$ равновесие неустойчиво, и в системе формируются автоколебания, имеющие вид гармонических колебаний. По мере увеличения амплитуды ВЧК сил наблюдается перестройка динамического поведения системы в низкочастотной области. Причем, перестройка зависит от уровня превышения сигнала силовой эмиссии критической частоты, которая определяется полосой пропускания взаимодействующих подсистем.

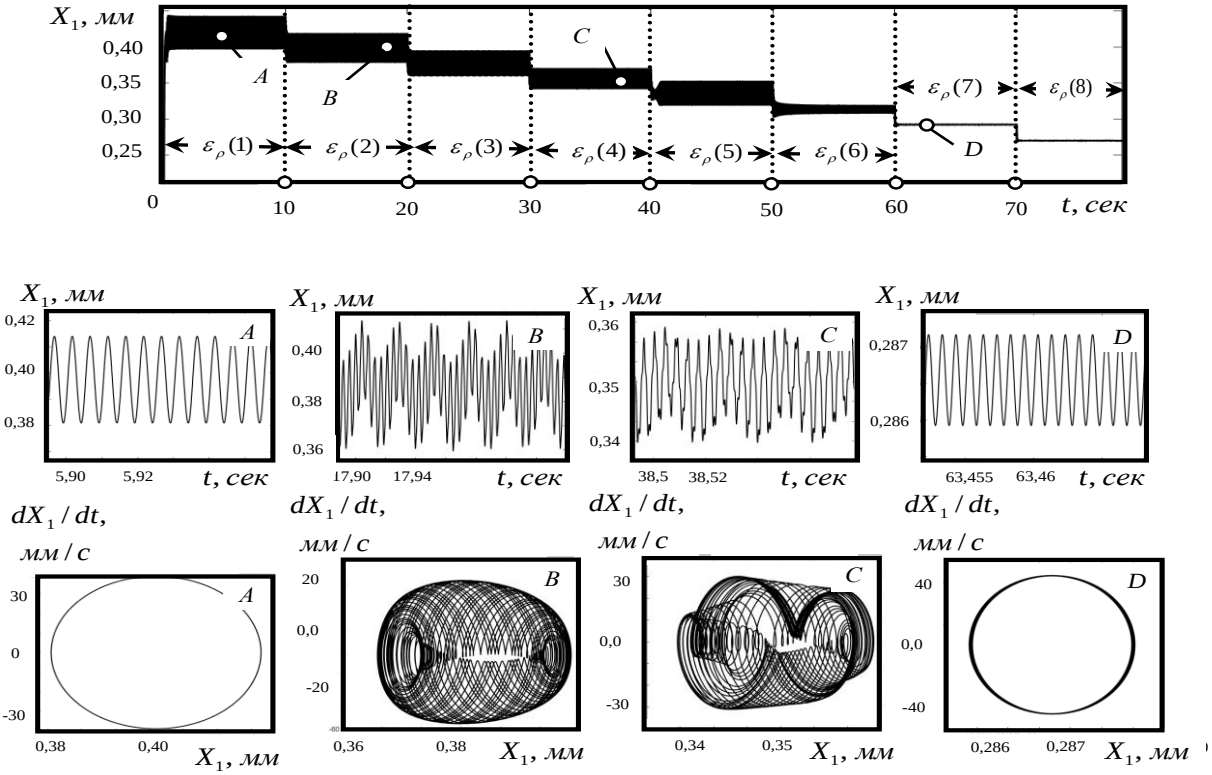


Рис. 3.36 – Изменение деформационных смещений и примеры их фазовых траекторий при изменении силовой эмиссии с частотой $\Omega_0=1000\,Гц$

По мере увеличения ε_ρ наблюдается вначале преобразование предельного цикла в двумерный тор. При этом наблюдается сложное наложение автоколебаний на вынужденные колебания. Затем двумерный тор снова преобразуется в предельный цикл. Он определяется частотой возмущений Ω_0 и зависит от их амплитуды. По мере увеличения амплитуды предельный цикл на частоте $\Omega_0=600\,Гц$ полностью подавляет автоколебания и приобретает вид почти периодических гармонических колебаний.Необходимо отметить, что этот переход от свойств не-

возмущенной си-стеме к возмущенной зависит от параметров взаимодействующих подсистем и динамической связи. Характерно, что при увеличении частоты силовых возмущений стабилизирующее влияние высокочастотных колебаний возрас-тает. Причем, дополнительные силовые возмущения не только изменяют па-раметры колебаний, но и приводят к смещению равновесия. Если дополнительные возмущения являются управляемыми, как, например, в системах вибрационного управления резанием, то управляемой является и геометриче-ская топология формируемой резанием поверхности.

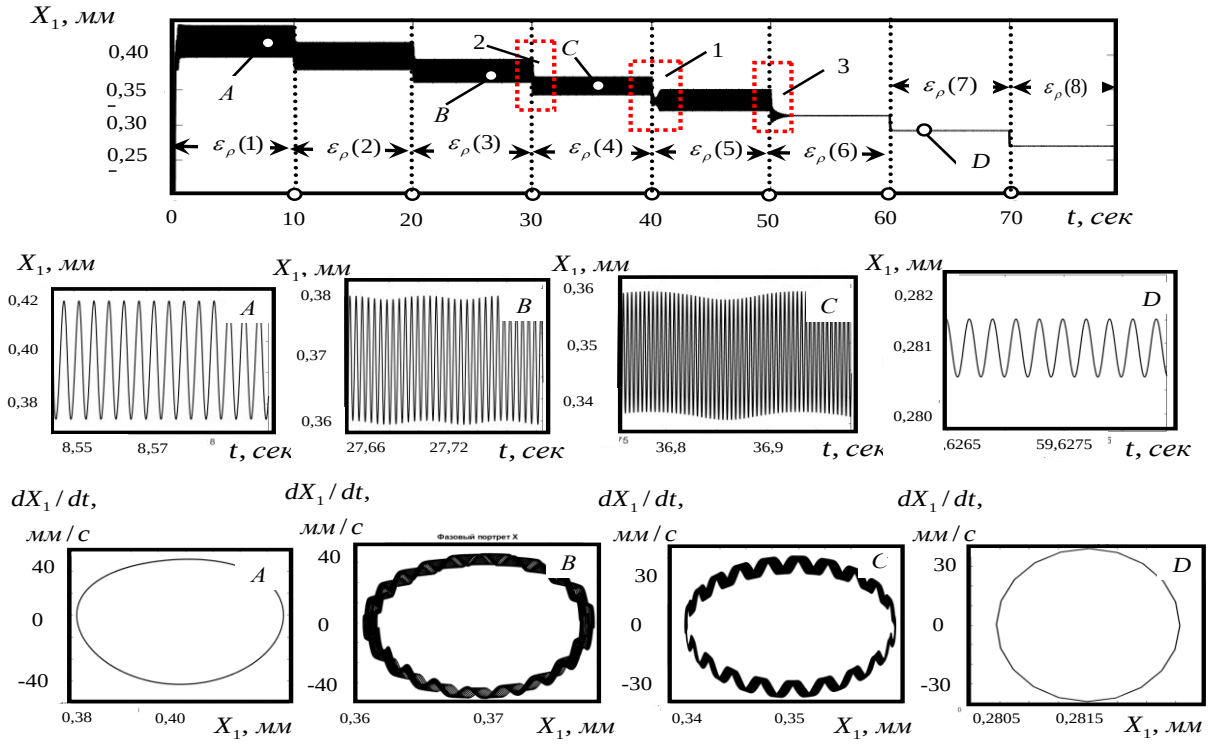


Рис. 3.37 – Изменение деформационных смещений и примеры их фазовых траекторий при изменении силовой эмиссии с частотой $\Omega_0 = 5000\ Гц$

Вибрационные возмущения, лежащие в высокочастотной области, например, в диапазоне УЗК, обладая достаточной энергоемкостью, имеют малые амплитуды. Они практически не пропускаются динамической системой резания, следовательно, не оставляют следа на заготовке. В рассматриваемом примере В.Ч. колебания, после превышения некоторого порога, не только устраняют автоколебания в частотном диапазоне, лежащем в пределах полосы пропускания взаимодействующих при резании подсистем, но и смещают точку равновесия упругих деформаций. Тем самым они изменяют диаметр формируемой резанием заготов-

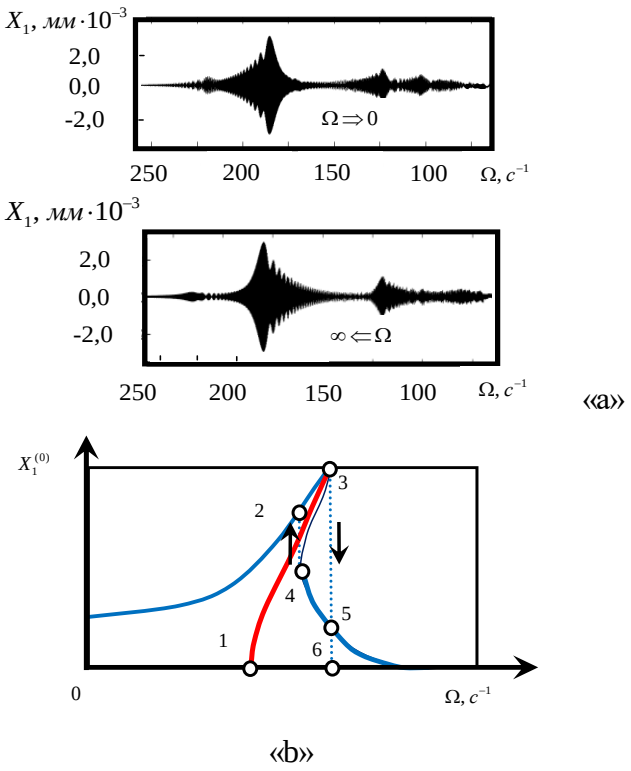


Рис.3.38 – Изменение амплитудно-частотных характеристик при реверсировании направления вариаций частоты

ки. На стабилизирующие свойства УЗК при резании было обращено внимание в экспериментальных исследованиях еще в шестидесятые годы прошлого столетия.

При возбуждении ультразвуковых колебаний через инструмент эффективность колебаний может существенно снижаться, а сами колебания могут давать противоположный эффект, вызывая интенсификацию изнашивания инструмента.

Характерно, что в точках, в которых выполняется скачкообразное изменение амплитуды силовых возмущений, установление нового состояния установившихся вибрационных смещений происходит не мгновенно.

3.5 Анализ результатов. Выводы по главе

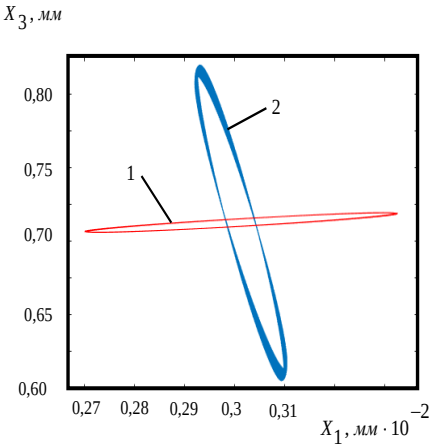


Рис.3.39 – Траектории деформационных смещений в плоскости «X_1 - X_3 »: 1- $\Omega = 98 Гц$; 2- $\Omega = 145\ Гц$

Приведенные в главе материалы показывают, что траектории движений вершины инструмента относительно заготовки формируются не как простое наложение траекторий, а в результате сложных нелинейных взаимодействий. Поэтому имеет место проблема согласования внешнего управления и внутренней динамикой системы. Отметим следующие их особенности.

1. При выборе частоты вращения заготовки необходимо учитывать не только зависимость интенсивности изнашивания инструмента от скорости резания, но и возмущения, идущие со стороны приводов. Это кинематические возмущения, частота которых зависит от скоростей. Например, если периодические вариации скорости подачи имеют период, равный или кратный периоду вращения заготовки, то вариации скорости, обусловленные возмущениями, не изменяют текущей подачи, то есть не возмущают ДСР.

2. Так как частотные характеристики ДСР при вариациях амплитуды не являются изохронными, то при изменении направления вариаций частоты шпинделя при прохождении резонанса имеют место гистерезисные явления. Это известное свойство вынужденных колебаний нелинейных систем. Поэтому при реверсировании направления изменения частоты в окрестности резонанса наблюдается гистерезис установившихся колебательных смешений. Для пояснения этого свойства рассмотрим АЧХ влияния вибраций на колебания вершины инструмента (рис. 3.38). Как видно, в зависимости от направления изменения частоты изменяются амплитудно-частотные характеристики (рис. 3.38 «a»). На рис. 3.38 «b» приведена известная амплитудно частотная характеристика осциллятора Дуффинга, на которой хорошо заметны участки ветвления этой характеристики. Причем средний участок соответствует неустойчивому предельному циклу.

Кривая 1-3 есть траектория смещения резонансной частоты в зависимости от амплитуды возбуждения от частоты «1» к частоте «6». При увеличении частоты изменение амплитуды соответствует кривой «2-3-5», при уменьшении, - кривой «5-4-2». Изменение АЧХ в зависимости от направления вариаций частоты имеет прикладное значение. Например, при обработке торца вала необходимо изменять частоту вращения шпинделя для поддержания оптимальной скорости резания, при которой интенсивность изнашивания инструмента минимальна. В зависимости от направления движения от центра вала к его периферии или от периферии к центру изменяются АЧХ, вызывающие колебания, за счет, например, биений шпинделя. Склонность системы к потере устойчивости, очевидно, возрастает на ветви возрастания частоты вращения шпинделя, то есть при движении инструмента от периферии к центру.

3. Следующее свойство связано с изменением пространственных колебаний вершины инструмента в зависимости от частоты (рис. 3.39). Необходимо учитывать, что

от направления колебаний изменяются условия формирования геометрической топологии заготовки. Подробнее закономерности отображения деформаций в геометрической топологии детали будут рассмотрены в пятой главе. Исследование взаимосвязи колебаний и формируемой резанием геометрической топологии показывают, что колебательные смещения в направлении скорости резания не только являются ортогональными к формируемой резанием поверхности, но и во многих случаях повышают эффективность обработки. Они могут улучшать показатели качества и уменьшать интенсивность изнашивания инструмента.

4. Периодические деформации вызывают образование постоянной составляющей в смещениях инструмента относительно заготовки. Постоянные составляющие в деформационных смещениях по направлению X_1 вызывают изменение текущего значения диаметра заготовки. В целом постоянная составляющая радиальных деформационных смещений может смещаться при различных частотах ВЧК (рис. 3.40). Изменения амплитуды колебаний вызывает смещение постоянной составляющей деформаций.

На приведенной иллюстрации (рис. 3.40) верхней кривой соответствует постоянная составляющая деформаций, полученная после вычисления скользящего среднего, а нижней, - сами траектории деформаций. Траектории получены при частоте вращения заготовки 50 Гц и коэффициенте $\rho = 1500\,кг/мм^2$. На участке «A-B» формируется притягивающее множество типа «двумерный тор» с перестраиваемой частотой. На участке «B-C» образуется предельный цикл с перестраиваемыми частотами. На участке «C-D», - система

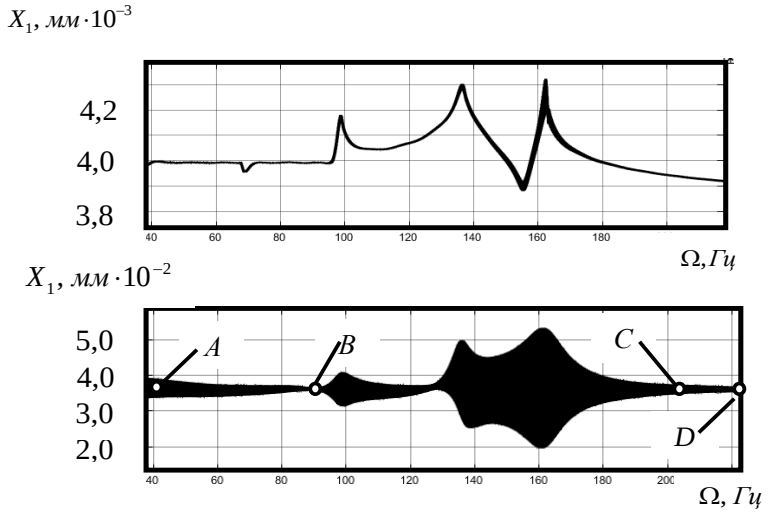


Рис. 3.40 – Пример изменения постоянной составляющей деформаций вершины инструмента в направлении X_1

имеет асимптотически устойчивое равновесие. Здесь мы также замечаем изменение типа притягивающих множеств в зависимости от частоты.

Необходимо принять во внимание, что возмущения (управляемые и неуправляемые) не являются единственными, и они прикладываются к различным точкам в динамической системе резания. Поэтому они образуют сложные взаимодействия, изменяющие траектории формообразующих движений и сил. Они образуют некоторые предельные возможности по качеству изготовления деталей, которые определяют предельно достижимые характеристики качества на данном оборудовании. Причем эти характеристики могут существенно отличаться от тех показателей, которые рассматривают точность соответствия траекторий исполнительных элементов станка и программы ЧПУ. Эти характеристики влияют и на мощность, выделяемую в областях сопряжения граней инструмента и заготовки, а также зоны резания. Приведенный анализ позволяет сделать следующие основные выводы по главе.

3.5.1. Динамическая система резания в целом является возмущенной. Причем, возмущения зависят от конструктивных особенностей станка, его состояния в ходе эксплуатации, и проявляется в формировании всегда существующих биений шпиндельной группы, кинематических возмущений, возмущений и пр. Возмущения формируются и в самом процессе резания, которые носят характер случайной импульсной последовательности в образовании сил резания. В некоторых случаях в систему резания вносятся дополнительные колебания, направленные на улучшение некоторых характеристик процесса резания.

3.5.2.Анализ влияния возмущений целесообразно рассмотреть в трех частотных диапазонах, так как в зависимости от частотного диапазона изменяются превалирующие механизмы взаимодействия возмущений с динамической системой. Низкочастотный диапазон, лежащий в пределах частот вращения заготовки. В этом диапазоне вдоль периодической траектории формируются «медленно» изменяющиеся свойства, в том числе имеют место бифуркации притягивающих множеств деформаций. При этом формируются низкочастотные периодически повторяющиеся деформационные смещения сложной пространственно временной

структуры. В этом частотном диапазоне на ограниченном временном промежутке правомерно рассмотрение динамики системы как «замороженной». Устойчивость медленно смещающегося равновесия, а также формируемые при этом притягивающие множества деформаций определяются законами, подробно описанными во второй главе.

3.5.3. В среднечастотном диапазоне проявляются все известные в нелинейной динамике эффекты. Это синхронные и асинхронные взаимодействия, самовозбуждение дробного порядка и супергармоническое самовозбуждение, не изохронность частотных характеристик в зависимости от амплитуды возмущений и пр. Наконец, при рассмотрении линеаризованных уравнений в вариациях относительно траекторий параметры системы становятся периодическими функциями времени. Поэтому в этом частотном диапазоне проявляются все известные параметрические явления, в том числе, - параметрическое самовозбуждение. Для решения прикладных задач большое значение имеет влияние колебаний на выходные характеристики обработки. В этом случае образование динамической постоянной составляющей в деформациях изменяет формируемый резанием диаметр заготовки. Имеют место и другие эффекты, вытекающие из того, что в динамической системе резания принцип суперпозиции не является справедливым.

3.5.4. Самостоятельное значение имеет высокочастотный диапазон, лежащий за пределами полосы пропускания колебательных контуров подсистем. Эти возмущения изменяют условия взаимодействия граней инструмента с заготовкой, усредненные по периодам изменяют свои эффективные значения в низкочастотном и среднечастотном диапазонах, перестраивают их динамику, вызывая эффект вибрационной стабилизации. Например, высокочастотными колебаниями можно устранять автоколебания, хаотические аттракторы. За счет этих колебаний можно полностью устранить образование супер низкочастотных притягивающих множеств. Кроме этого вариации ВЧК вызывают смещение точек равновесия в низкочастотной области.

Глава 4. Эволюционные свойства динамической системы резания

Система резания изменяет выходные характеристики обработки вдоль траектории движения инструмента. Они вызваны двумя причинами.

Первая причина связана с вариацией параметров ДСР, закон изменения которых априорно задан в функции перемещения инструмента. Например, точение маложесткой заготовки, у которой упругие свойства зависят от координаты инструмента. Обработка детали сложной геометрии, при изготовлении которой изменяется направление суммарной скорости резания и пр.

Вторая причина связана с внутренней перестройкой свойств, обусловленной выделяемой в зоне резания энергии, необратимые преобразования которой стимулируют не только изменения свойств резания, то есть эволюцию, но и влияют на выходные характеристики обработки, рассматриваемых в единстве показателей качества деталей и состояния процесса резания. Именно эта, всегда имеющая место причина эволюции, является предметом анализа и математического моделирования, приведенного в настоящей главе. По этой главе диссертации автором опубликованы следующие основные работы [157, 158, 230-241].

4.1 Взаимосвязь износа и параметров динамической системы

Станок предназначен для совершения работы, направленной на изготовление деталей. Причем, работа сопровождается преобразованием подводимой к резанию энергии, формируя взаимодействия различной физической природы. При изучении динамики с позиции системной физики необходимо раскрыть весь спектр необратимых преобразований энергии. Энергия, как это следует из закона сохранения, не рассеивается, она преобразуется в другие виды, формируя большой спектр физических взаимодействий, изменяющих внутрисистемные связи. Вначале рассмотрим значение износа в оценивании эволюционных изменений ДСР.

4.1.1 Износ как интегрирующий показатель эволюции

Необратимые преобразования энергии при резании направлены на диспергирование материала заготовки. Они также стимулируют физические процессы

молекулярного взаимодействия (адгезию, адсорбцию, диффузию, электрическую и электромагнитную эмиссии). Они стимулирует химические взаимодействия, трибохимический обмен с СОТС, окисление и пр. Они приводят к разрушению по механизму малоцикловой прочности инструмента. Термодинамические и молекулярные процессы способствуют образованию диссипативных структур, изменяющих условия взаимодействий.

Физические процессы, существующие в системе, имеют внутрисистемные связи. Например, процессы диффузии и адгезии являются взаимосвязанными. Трибохимический обмен, зависящий от температуры и ее градиентов, не может без относительного скольжения и дополнительных взаимодействий, вызывать образование сервовитной пленки при трении в условиях избирательного переноса [236, 241] и пр. Примерно аналогичные процессы сопровождают функционирование любых узлов трения [80-82, 146, 147]. Динамика этих взаимодействий описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, и они взаимно влияют друг на друга, образуя свойства «взаимовлияния» системной физики. При этом координаты состояния находятся вдали от равновесия. Поэтому в окрестности равновесия формируются различные притягивающие множества, сложным образом распределенные во времени и пространстве. Они, например, образуют вторичные диссипативные структуры [129-131], и вызывают монотонное изменение свойств. Однако необратимые преобразования энергии, прежде всего, проявляются в развитии износа. Износ $w(t)$ не только отражает накопленную мощность необратимых преобразований энергии, но и характеризует тот параметр, с которым коррелируют изменения параметров формируемой резанием динамической связи. Единство и взаимосвязь физических взаимодействий позволяет по величине износа оценивать изменения параметров динамической связи.

Специалисты производства знают, что с развитием износа коррелируют изменения геометрической топологии формируемой резанием поверхности. Поэтому во многих случаях в понятие критического износа вкладывается такое его значение, при котором формируемая резанием шероховатость поверхности при

неизменных технологических режимах начинает превышать требуемые показатели. Это в равной мере относится и к другим показателям. Износ, как параметр или совокупность параметров, определяющих текущие режущие свойства инструмента, обычно оценивается изменением макро геометрии инструмента. Хотя известно, что на режущие способности инструмента оказывают влияние и другие изменяющиеся параметры и свойства, например, состояние покрытий, их трибохимический обмен, характеристики микро и субмикрорельефов, накопившиеся дефекты и пр. Таким образом, при неизменных условиях вариациям износа $w \in (0, w_k)$ соответствуют изменения параметров $p_i(w_k) = p_i(0) + \Delta p_i(w_k)$. Можно утверждать, что в неизменных условиях траектории износа $w(t)$ соответствуют траектории параметров $p_i(t)$ (рис. 4.1). Эволюции износа и параметров, - это два функционально связанных процесса.

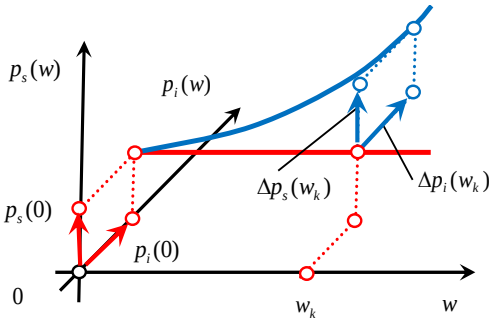


Рис. 4.1 – Схема изменения параметров формируемой процессом резания динамической связи по мере развития износа инструмента

Остановимся на методах оценивания износа. В практике обычно выбираются легко измеримые оценки износа. К ним относится износ по задней грани $w(t)$. Рассматриваются также два показателя: - скорость и интенсивность изнашивания $v^{(L)}(L_\Sigma) = dw(L_\Sigma)/dL_\Sigma$. Здесь $L_\Sigma = L$ – путь, пройденный инструментом в пространстве $\Re_L^{(3)}$. Основным параметром, используемым для оценивания износостойкости, является интенсивность изнашивания $v^{(L)}(L)$ по задней грани. Так как при продольном точении $V_3 \rangle\rangle V_2$, то $L \approx \int_0^t V_3(\xi) d\xi$.

Если заданы $v^{(t)}(t)$ и $v^{(L)}(L)$, то определены $w(t_0) = \int_0^{t_0} v^{(t)}(\xi) d\xi$ и $w(L_0) = \int_0^{L_0} v^{(L)}(\xi) d\xi$. Одной из задач при выборе программы ЧПУ является определение таких режимов, чтобы $v^{(L)}(L) \to \min$. Скорость $v^{(t)}(t)$ связана с интенсивностью $v^{(L)}(L)$

$$v^{(L)}(L)=\frac{dw}{Vdt}\ , \qquad (4.1)$$

где V - скорость по направлению движения инструмента. Показано, что минимум наиболее ярко проявляется при рассмотрении $v^{(L)}(L)$. Отметим, что $v^{(L)}(L)$ не может быть инвариантной к координатам ДСР. Остановимся на представлениях о физических взаимодействиях, влияющих на $v^{(L)}(L)$. Для этого рассмотрим диаграмму [143, 242-246] (рис. 4.2). Она получена на основе обобщения экспериментов, в которых главное внимание уделено не природе взаимодействий, а их отображениям, как правило, полученным после прекращения резания. При анализе физических явлений при скорости $V_{рез.}^{(опт.)}$ наблюдается переход от превалирующего усталостного- адгезионного взаимодействия к диффузионному. В точке $V_{рез.}^{(опт.)}$ адгезия уже исчерпала себя, а диффузия еще не приобрела катастрофические масштабы. Скорость $V_{рез.}^{(опт.)}$ можно считать оптимальной в смысле физических взаимодействий, но первоначальным их источником является энергия необратимых преобразований механической системы, оценивать которую можно на основе определения производства тепла.

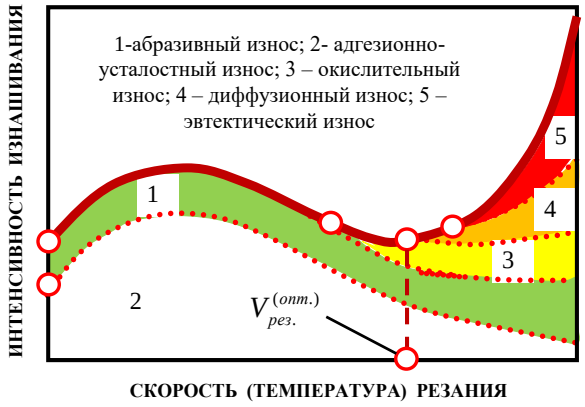


Рис. 4.2 – Влияние скорости резания на интенсивность изнашивания инструмента

Сегодня господствует гипотеза о том, что интенсивность изнашивания определяется удельной энергоемкостью необратимых преобразований подводимой к резанию энергии. Под удельной энергоемкостью понимается мощность, приведенная к единице площади контакта на заданном пути. Так как физической оценкой мощности необратимых преобразований может быть производство тепла, то была сформулирована концепция о возможности оценивания оптимальной скорости резания по температуре [143, 242, 247-250]. Здесь полагается, что для каждой пары физико-механических характеристик обрабатываемого материала и инструмента существует неизменное значение температуры резания, при которой

интенсивность изнашивания минимальна. Приведенные положения показывают. 1. При варьировании режимов существует их совокупность, минимизирующая $v^{(L)}(L)$. 2. Оптимальное значение режимов изменяется по мере развития износа. 3. От износа инструмента зависят параметры и свойства динамической связи. 4. Необратимые преобразования энергии монотонно изменяют свойства системы.

4.1.2 Взаимосвязь износа и параметров динамической связи

Методология экспериментальных исследований взаимосвязи параметров ДСР и износа апробировалась на модернизированном станке, снабженным необходимым измерительным интерфейсом (см. приложение П 2). В табл. 4.1, табл. 4.2 и табл. 4.3 приведены основные параметры подсистем и динамической связи. Приведенная масса подсистемы инструмента равна $m = 4 \cdot 10^{-3} кг \cdot с^2 / мм$, заготовки - $m = 5 \cdot 10^{-2} кг \cdot с^2 / мм$.

Таблица 4.1 – Параметры подсистемы инструмента

$h_{1,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{2,2}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{3,3}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с / мм$
2,5	1,3	0,85	0,1	0,08	0,08
$c_{1,1}, кг / мм$	$c_{2,2}, кг / мм$	$c_{3,3}, кг / мм$	$c_{1,2} = c_{2,1}, кг / мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}, кг / мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}, кг / мм$
10000	4000	2000	2000	500	400

Таблица 4.2 – Параметры подсистемы заготовки

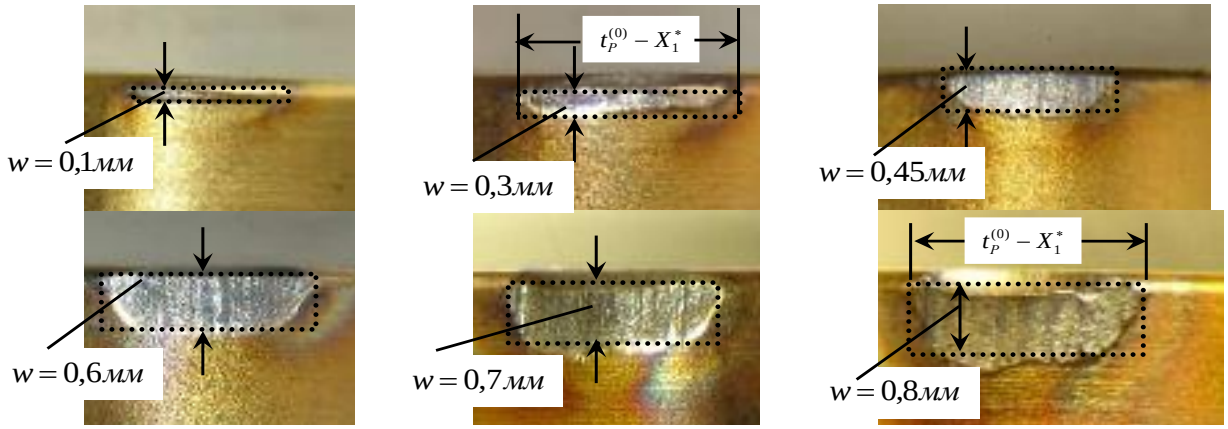
$h_{1,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{2,2}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{3,3}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с / мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с / мм$
0,25	0,13	0,085	0,001	0,0008	0,0008
$c_{1,1}, кг / мм$	$c_{2,2}, кг / мм$	$c_{3,3}, кг / мм$	$c_{1,2} = c_{2,1}, кг / мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}, кг / мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}, кг / мм$
9000	20000	9000	100	0,0	0,0

Таблица 4.3 – Параметры динамической связи при нулевом износе

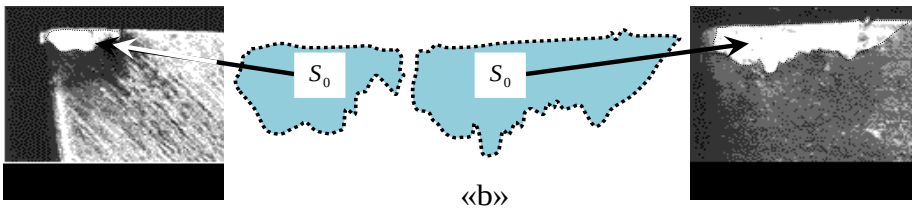
№	ρ, $кг / мм^2$	ρ_0, $кг / мм$	$T^{(0)}, с$	ς	ς, $с / мм$	μ	$\Omega, с^{-1}$	χ_1	χ_2	χ_3
1	100,0	10,0	$0{,}5 \cdot 10^{-3}$	0,5	0,7	0,5	10	0,5	0,5	0,7
2	300,0	15,0	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	0,4	0,9	0,3	5,0	0,5	0,57	0,65

Скорость резания - 2,4 м/с (частота вращения шпинделя $\Omega = 10{,}0\ Гц$) при обработке стали 20Х. При точении жаропрочной стали 10ГН2МФА - *1,2 м/с* (частота

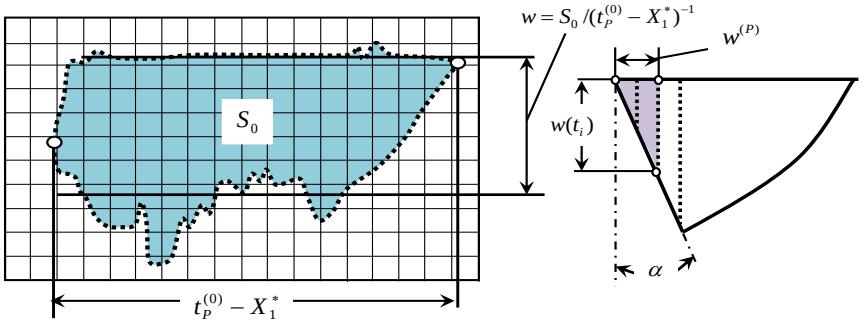
вращения заготовки - $\Omega = 5{,}0\ Гц$). Начальные значения параметров динамической связи (см. табл. 4.3) получены при режимах: глубина $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$, подача $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм$. Для оценивания износа по задней грани использовалась оценка, определяемая высотой прямоугольника, площадь которого равна площади следа от износа (рис. 4.3).



«a»



«b»



«c»

Рис.4.3 – Определение площади изношенной части инструмента и величины износа по задней грани инструмента: «a» – фото изношенной режущей пластины Т15К6 при точении стали AISI 301; «b» – фото изношенной режущей пластины по задней из Т15К6 при точении стали 20Х; «c» – схема оценивания износа по сетке (одно деление равно 0,1мм)

Площадь оценивается по сетке (рис. 4.3 «c»). Справедливы также эффективные значения размерного и объемного износа (рис. 4.3 «c»)

$$\begin{cases} w^{(p)} = w \cdot tg(\alpha); \\ w^{(об.)} = 0{,}5 \cdot w^2 (t_p^{(0)} - X_1^*) \cdot tg(\alpha), \end{cases} \tag{4.2}$$

где α - начальное значение заднего угла инструмента в статике. Для определения объемного износа можно использовать упрощенное выражение $w^{(об.)} = k^{(об.)} w^2$, где $k^{(об.)} = 0{,}5(t_p^{(0)} - X_1^*) \cdot tg(\alpha) = const$. Соответственно, износ по задней грани не изменяется прямо пропорционально объему изношенного материала пластины. Он связан с ним нелинейной зависимостью. Если принять, что объемный износ определяется мощностью необратимых преобразований энергии в зоне резания, то износ по задней грани оказывается нелинейно связанным с этой мощностью. По мере развития износа изменяются условия контакта и физические взаимодействия в зоне резания, что, в свою очередь, приводит к нелинейному изменению мощности преобразования энергии и связанных с ней параметров процесса. Уместно также ввести в рассмотрение значение эффективной мощности $N(t)$, которая связана с текущей мощностью $N_\Sigma(t)$ преобразованием типа скользящего среднего

$$N(t) = \mathrm{H}\{\hat{N}_\Sigma(t)\} \ , \tag{4.3}$$

где $\hat{N}_\Sigma(t) = \dfrac{1}{\Delta t} \int\limits_{t-\Delta t}^{t} N_\Sigma(\xi) d\xi$ - усредненное в окне Δt значение мощности; $\mathrm{H}\{\hat{N}_\Sigma(t)\}$ - функция, преобразующая текущую мощность в эффективную. Эффективная мощность $N(t)$ учитывает зависимость скорости изнашивания $v^{(t)}(t)$ от физических механизмов на начальном его этапе. Она отличается от скорости $v^{(t)}(t)$ на коэффициент. В дальнейшем при рассмотрении модели изнашивания под мощностью будем понимать ее эффективное значение $N(t)$. Параметры динамической связи, характеризующие систему знаний об обработке, можно представить траекторией в параметрическом пространстве. Она может быть задана таблицей или в виде функциональных зависимостей

$$\begin{cases} p_1 = p_{1,0} + \Delta p_1(w) = p_1(0)[1 + \varepsilon_1(w)]; \\ p_2 = p_{2,0} + \Delta p_2(w) = p_2(0)[1 + \varepsilon_2(w)]; \\ \ldots \\ p_m = p_{m,0} + \Delta p_m(w) = p_m(0)[1 + \varepsilon_m(w)], \end{cases} \tag{4.4}$$

где $\{p_{1,0}, p_{2,0},...p_{m,0}\}$ - исходные параметры динамической связи при отсутствии износа; $\{\Delta p_1, \Delta p_2,...\Delta p_m\}$ - приращения параметров; $\varepsilon_i(w) = \Delta p_i(w) / p_{i,0}, i = 1,2,3,...m$ - относительные приращения. При представлении параметров в виде (4.4) значения исходных параметров $p_i(0), i = 1,2,...m$ выбираются на основе их идентификации на начальной стадии износа. Они зависят от технологических режимов, геометрии инструмента и пр. Функции $\varepsilon_2(w)$ позволяют оценить изменения параметров в ходе эволюции износа.

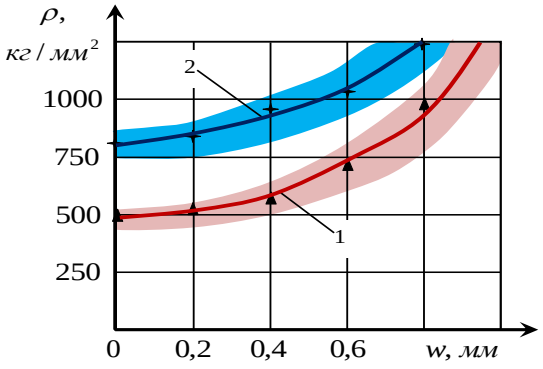


Рис. 4.4 – Изменение параметра ρ по мере увеличения износа инструмента по задней грани: 1 – 20Х; 2 – 10ГН2МФА

Исследования позволили выявить параметры, обладающие наибольшей чувствительностью к износу: $p_1 = \rho$ - давление стружки на переднюю грань инструмента; $p_2 = \rho_0$ - жесткость контакта задней грани и заготовки; $p_3 = T^{(0)}$ - постоянная времени стружкообразования; $p_4 = \varsigma$ - коэффициент наклона силы, действующей на заднюю грань инструмента; $p_5 = \chi_1, p_6 = \chi_2, p_7 = \chi_3$ - угловые коэффициенты ориентации силы резания в пространстве [258]. Приведем данные по идентифицированным параметрам и их аппроксимации. Приведенные ниже данные и их аппроксимации имеют частное значение. Их можно рассматривать как систему знаний о зависимости параметров динамической связи от износа в конкретных условиях обработки.

Рассмотрим давление стружки на переднюю грань $p_1 = \rho(w)$. Начальные значения $p_1 = \rho(w)$ приведены в табл. 4.3. Его изменение для стали 20Х (рис. 4.4 «1») показано красным цветом, а для стали 10ГН2МФА (рис. 4.4 «2») – синим цветом. Черные точки соответствуют экспериментально полученным математическим ожиданиям, и область 95% вероятности этим же цветом, но менее насыщенным. Зависимости можно аппроксимировать как

$$p_1(w) = \rho(w) = \rho(0)[1+\varepsilon_1(w)], \qquad (4.5)$$

где $\varepsilon_1(w) = k^{(w)}[\exp(\alpha^{(w)}w) - 1]$, размерность $\alpha^{(w)}$ - [$мм^{-1}$] параметры $k^{(w)}$ безразмерны, они равны: для стали 20Х - $k^{(w)} = 0{,}2$, $\alpha^{(w)} = 2{,}0\ мм^{-1}$; для стали 10ГН2МФА - $k^{(w)} = 0{,}25$, $\alpha^{(w)} = 1{,}5\ мм^{-1}$. Монотонному увеличению износа соответствует возрастание параметра ρ, изменяется коэффициент жесткости контакта задней грани инструмента и заготовки $p_2 = \rho_0$ (рис.4.5), влияющий на формирование сил, действующих на заднюю грань инструмента

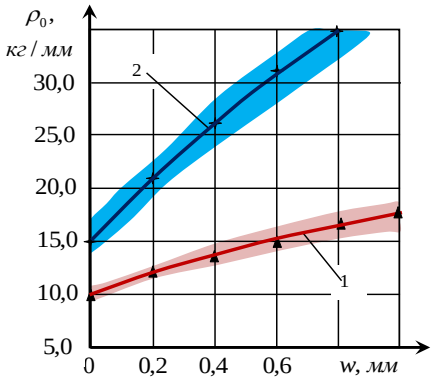


Рис. 4.5 – Изменение параметра ρ по мере увеличения износа инструмента по задней грани: 1 – 20Х; 2 – 10ГН2МФА

$$p_2(w) = \rho_0(w) = \rho_0(0)[1+\varepsilon_2(w)], \qquad (4.6)$$

где $\varepsilon_2(w) = k^{(w)}[\exp(\alpha^{(w)}w) - 1]$. Соответственно в базовой модели: для стали 20Х - $k^{(w)} = 3{,}0$, $\alpha^{(w)} = 0{,}16\ мм^{-1}$; для стали 10ГН2МФА-$k^{(w)} = 3{,}0$, $\alpha^{(w)} = 0{,}8\ мм^{-1}$.

Увеличению объема пластической деформации соответствует возрастание $p_3 = T^{(0)}$. Поэтому при развитии износа возрастает $p_3 = T^{(0)}$ (рис. 4.6). Изменение $p_3 = T^{(0)}$ приведено при постоянной скорости резания. Его увеличение с погрешностью, не превышающей 5%, также можно аппроксимировать в виде (4.7), но смысл входящих в это выражение коэффициентов иной

$$p_3(w) = T^{(0)}(w) = T^{(0)}[1+\varepsilon_3(w)], \qquad (4.7)$$

где $\varepsilon_3(w) = k^{(T_0)}[1 - \exp(-\alpha^{(T_0)}w)]$. Значение $T^{(0)}$ определяется средней величиной пути, который должен пройти инструмент для установления нового равновесного состояния. Этот путь $l^{(T)}$ при обработке неизношенным инструментом равен: для стали 20Х равен $l^{(T)} = 1{,}2\ мм$; для стали 10ГН2МФА $l^{(T)} = 2{,}0\ мм$. Поэтому в табл. 4.3 начальные значения времени для стали 20Х равно $T^{(0)} \approx 5 \cdot 10^{-4}$, *сек*, для стали 10ГН2МФА - $T^{(0)} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-3}$, *сек*.

При увеличении износа до $w = 0{,}8\,мм$ возрастает путь $l^{(T)}$ примерно в два раза. Для рассматриваемых систем и режимов базовой модели (4.7) имеет следующие параметры: для стали 20Х $k^{(T_0)} = 1{,}1$, $\alpha^{(T_0)} = 5{,}0 мм^{-1}$; для стали 10ГН2МФА $k^{(T_0)} = 1{,}4$, $\alpha^{(T_0)} = 6{,}0 мм^{-1}$.

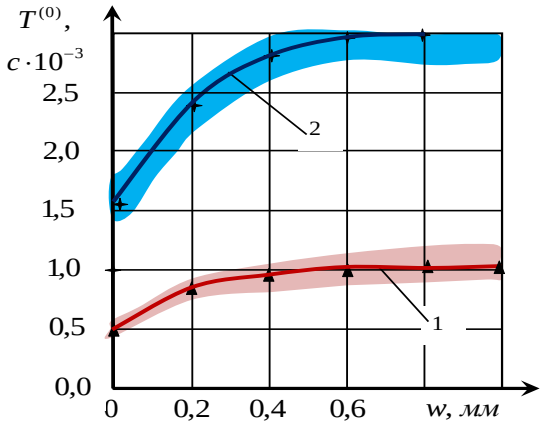


Рис. 4.6 – Изменение параметра $p_3 = T^{(0)}$

По мере развития износа изменяются законы изменения сил от сближения поверхностей. Сближение оценивается параметром $p_4 = \varsigma$. Этот параметр также непропорционально возрастает при увеличении износа. Это связано с тем, что сам износ фактически характеризует процесс адаптации геометрии инструмента к поверхности, с которой контактирует грань инструмента. Поэтому структура математического моделирования зависимости параметра $p_4 = \varsigma$ от износа аналогична (4.6), (4.7). В этом случае аппроксимирующая зависимость $p_4 = \varsigma(w)$ от износа, будет аналогичной, то есть

$$p_4(w) = \varsigma(w) = \varsigma(0)[1 + \varepsilon_4(w)], \tag{4.8}$$

где $\varepsilon_3(w) = k^{(\varsigma)}[1 - \exp(-\alpha^{(\varsigma)} w)]$. Значения параметров: для стали 20Х $k^{(\varsigma)} = 1{,}2$, $\alpha^{(\varsigma)} = 6{,}0 мм^{-1}$; для стали 10ГН2МФА $k^{(\varsigma)} = 1{,}4$, $\alpha^{(\varsigma)} = 8{,}0 мм^{-1}$. Наконец, по мере развития износа изменяется направление вектора силы резания. Поэтому меняются угловые коэффициенты $p_5(w) = \chi_1(w)$, $p_6(w) = \chi_2(w)$, $p_7(w) = \chi_3(w)$. Аппроксимация изменения угловых коэффициентов аналогичны

$$\begin{cases} p_5(w) = \chi_1(w) = \chi_1(0)\{1 + k^{(\chi_1)}[1 - \exp(-\alpha^{(\chi_1)} w)]\}; \\ p_6(w) = \chi_2(w) = \chi_2(0)\{1 + k^{(\chi_2)}[1 - \exp(-\alpha^{(\chi_2)} w)]\}; \\ p_7(w) = \chi_3(w) = \chi_3(0)\{1 + k^{(\chi_3)}[1 - \exp(-\alpha^{(\chi_3)} w)]\}, \end{cases} \tag{4.9}$$

где значения параметров приведены в табл. 4.4.

Таблица 4.4 – Параметры уравнений связи угловые коэффициенты и износа

Сталь	$\chi_1(0)$	$\chi_2(0)$	$\chi_3(0)$	$k^{(\chi_1)}$	$k^{(\chi_2)}$	$k^{(\chi_3)}$	$\alpha^{(\chi_1)}$	$\alpha^{(\chi_2)}$	$\alpha^{(\chi_3)}$
20Х	0,5	0,5	0,7	0,06	0,2	-0,4	5,0	5,0	5,0
AISI 301	0,5	0,57	0,65	0,001	0,05	-0,03	6,0	6,0	6,0

4.2 Математическое моделирование развития износа

Пусть известна зависимость параметров $\{p_1, p_2, ...p_m\}$ от износа w. При оценивании $v^{(t)}(t)$ воспользуемся уравнением Вольтера второго рода в виде

$$v^{(t)}(t) = \alpha_1 N(t) + \alpha_2 \int_0^{A(t)} W(A-\xi) N(\xi) d\xi \ , \qquad (4.10)$$

где $N(t)$ - мощность необратимых преобразований энергии $[кг \cdot мм / с]$; $A(t)$ - работа $[кг \cdot мм]$; α_1 - коэффициент размерности $[(кг)^{-1}]$; α_2 - коэффициент размерности $[(кг)^{-2}(мм)^{-1}]$; $W(A-\xi)$ - ядро интегрального оператора. В ядре оператора $W(A-\xi)$ учтем влияние двух процессов. Это процессы адаптации и деградации. Эти два процесса удобно моделировать ядром в виде двух экспоненциальных функций

$$W(A-\xi) = \{-\exp[-\lambda_1(A-\xi)] + \mu_v \exp[\lambda_2(A-\xi)]\}, \qquad (4.11)$$

где λ_1, λ_2 - параметры, имеющие размерность $[(кг \cdot мм)^{-1}]$; μ_v - безразмерный коэффициент. Таким образом, если $\mu_v = 0$, то процесс адаптации при неизменных параметрах системы асимптотически стремится к своему стационарному состоянию. Если $\mu_v \neq 0$, то деградация свойств контакта развивается по закону экспоненты. После определения траекторий сил и скоростей вдоль траектории движения инструмента с учетом (4.10) и (4.11) определяется скорость изнашивания $v^{(t)}(t)$, его интенсивность $v^{(L)}(t)$ и износ $w(t)$. Причем, интенсивность изнашивания $v^{(L)}(t)$ является безразмерной величиной, так как рассматривает приращение износа (линейная величина) к приращению пути (также линейная величина). Использование интегрального уравнения (4.10) фактически раскрывают базовую гипотезу механизмов эволюционных преобразований динамической системы резания.

Причем, в процессе моделирования одновременно рассматривается весь массив, характеризующий деформации, силы, работу и мощность, а также эволюцию износа и параметров формируемой резанием динамической связи. Все преобразования можно представить в виде

$$\begin{cases} \mathbf{m}\dfrac{\mathbf{d^2X}}{\mathbf{dt^2}}+\mathbf{h}\dfrac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{cX}=\mathbf{F_\Sigma(L,V,X,p)}+\mathbf{f(t)};\text{.....}"a" \\ \mathbf{p(w)}=\{p_1(w),p_2(w),...p_n(w)\};\text{.....}"b" \\ N(t)=F_{\Sigma,3}(t)V_{\Sigma,3}(t);\ A(t)=\int\limits_0^t[F_{\Sigma,3}(\xi)V_{\Sigma,3}(\xi)d\xi;..."c" \\ v^{(t)}(t)=\alpha_1 N(t)+\alpha_2\int\limits_0^{A(t)}W(A-\xi)N(\xi)d\xi\ ;\text{.....}"d" \end{cases}, \qquad (4.12)$$

где «a» - подсистема преобразования сил в деформации, $\mathbf{m}=diag(m)$, $\mathbf{h}=[h_{S,k}]$, $\mathbf{c}=[c_{S,k}]$, $s,k=1,2,3$ - положительно определенные симметричные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов, $\mathbf{F_\Sigma(L,V,X,p)}$ - формируемая резанием динамическая связь, $\mathbf{X}=\{X_1,X_2,X_3\}^T\in\Re_X^{(3)}$ - вектор деформаций инструмента, рассматриваемых в подвижной системе координат ТИЭС, $\mathbf{F_\Sigma}=\mathbf{F}+\mathbf{\Phi}$ - вектор-функция сил на передней $\mathbf{F}$ и задней $\mathbf{\Phi}$ гранях, формируемых в координатах состояния ДСР; $\mathbf{F}=\{F_1,F_2,F_3\}^T\in\Re_X^{(3)}$; $\mathbf{\Phi}=\{\Phi_1,\Phi_2,\Phi_3\}^T\in\Re_X^{(3)}$. ТИЭС представлены $\mathbf{L}=\{L_1,L_2,L_3\}^T\in\Re_L^{(3)}$ и $\mathbf{dL/dt}=\mathbf{V}=\{V_1,V_2,V_3\}^T\in\Re_L^{(3)}$. В модели выражение «b» – зависимость параметров динамической связи, формируемой процессом резания, от износа (4.4) – (4.9). «c» - математические модели мощности $N(t)$ и работы $A(t)$ необратимых преобразований энергии. Рассматривается случай, когда выполняется условие $F_{\Sigma,3}(t)V_{\Sigma,3}(t)\rangle 0$. В противном случае при реверсировании направления имеют место ветвления траекторий. «d» - модель формирования скорости изнашивания. Уравнения (4.12) являются функционально связанной интегро-дифференциальной системой уравнений, аналитическое изучение которой вызывает принципиальные сложности. Поэтому система (4.12), кроме частных случаев, анализировалась численными методами.

Остановимся на проблеме идентификации параметров ядер интегрального оператора (4.10) λ_1, $\lambda_2,\mu_v,\alpha_1,\alpha_2$. При этом удобно обеспечивать постоянство

мощности необратимых преобразований ($N(t)=cons.$). Условие $Mod\{\mathbf{F}_\Sigma\}=const$ обеспечивается системой стабилизации. В этом случае скорость изнашивания определяется

$$v^{(t)}(t)=\alpha_1 N+\frac{\alpha_2}{\lambda_1}N(e^{-\lambda_1 Nt}-1)+\frac{\alpha_3}{\lambda_2}N(e^{\lambda_2 Nt}-1), \qquad (4.13)$$

где $\alpha_3=\alpha_1\mu_v$. Таким образом, справедливо

$$w(t)=\mathrm{H}_1 t+\mathrm{H}_2(1-e^{-\lambda_1 Nt})+\mathrm{H}_3(e^{\lambda_2 Nt}-1), \qquad (4.14)$$

где $\mathrm{H}_1=(\alpha_1-\frac{\alpha_2}{\lambda_1}-\frac{\alpha_3}{\lambda_2})N$; $\mathrm{H}_2=\frac{\alpha_2}{(\lambda_1)^2}$; $\mathrm{H}_3=\frac{\alpha_3}{(\lambda_2)}$.

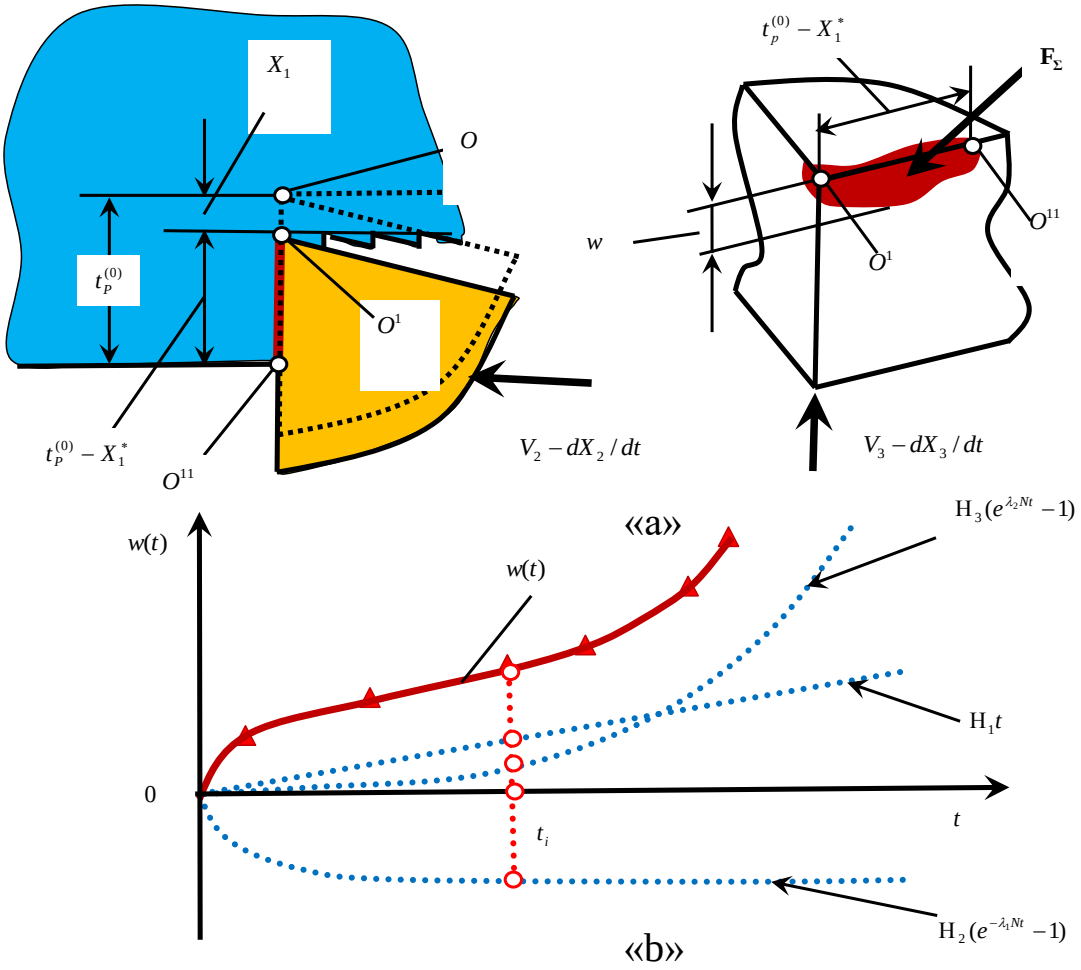


Рис. 4.7 – Схема эволюционных изменений динамической системы: «a» – схема износа по задней грани; «b» – идентификация параметров интегрального уравнения эволюции

Параметр H_1 имеет смысл скорости изнашивания в предположении, что процессы адаптации и деградации контактируемых поверхностей отсутствуют. На процессы адаптации и деградации оказывает влияние множество взаимосвязан-

ных физических взаимодействий, скрытые в параметрах λ_1, $\lambda_2, \mu_v, \alpha_1, \alpha_2$. Для качественного анализа эволюции целесообразно идентифицировать параметры уравнения (4.10) для постоянной скорости резания. Идентификация при различных скоростях позволяет оценить нелинейную функцию в (4.3). Набор статистически значимых значений износа в функции времени позволяет с использованием (4.14), например, методом подгонки, идентифицировать все параметры уравнения (4.10). На рис. 4.7 «b» приведена геометрическая интерпретация определения параметров интегрального уравнения (4.10), включая его ядра. После параметризации уравнения (4.10) для конкретной динамической системы необходимо обеспечить в реальном времени пересчет скорости изнашивания не в функции работы, а в функции времени, так как моделирование динамической системы выполняется в функции времени. При этом естественным образом определяются эволюционные изменения параметров и, как следствие, всех свойств системы резания. В случае устойчивости эволюционной траектории при малых неуправляемых возмущениях нелинейными реакциями в системе можно пренебречь. Тогда при идентификации модели на отрезке $(0, t_i)$ можно воспользоваться средней мощностью $\hat{N} = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} N(\xi)d\xi$, и при анализе $\hat{N}$ считать ее неизменной. Если в процессе резания вариации деформаций относительно эволюционной траектории остаются устойчивыми, то можно воспользоваться уравнениями

$$\begin{cases} \mathbf{cX} = \mathbf{F_{\Sigma}(L, V, X, p)}; \\ \mathbf{p(w)} = \{p_1(w), p_2(w), \ldots p_n(w)\}; \\ N = F_{\Sigma,3} V_3;\ A(t) = Nt;. \\ v^{(t)}(t) = \alpha_1 N(t) + \alpha_2 \int_0^{Nt} W(A-\xi)N(\xi)d\xi\ . \end{cases} \qquad (4.15)$$

Уравнение (4.15) является интегральным уравнением, методы решения которого известны [251, 252].

При анализе и моделировании интерес представляет алгоритм определения износа на основе измерения в процессе обработки функций мощности $N(t)$ и работы $A(t)$. В дискретном времени Δt их можно представить векторами

$\mathbf{N(t)} = \{N(\Delta t), N(2\Delta t), ...N(n\Delta t)\}^T$ и $\mathbf{A(t)} = \{A(\Delta t)_1, A(2\Delta t), ...A(n\Delta t)\}^T$, $A(i\Delta t) = N(i\Delta t) \cdot \Delta t$. Тогда из (4.10) имеем для скорости изнашивания в момент $t_s = s\Delta t$

$$v^{(t)}(s\Delta t) = \alpha_1 N(s\Delta t) + \frac{\alpha_2}{\lambda_1}\sum_{i=1}^{i=s} N(i\Delta t)\{\exp[-\lambda_1 A(i\Delta t)] - \exp[-\lambda_1 A((i-1)\Delta t)]\} + \\ + \frac{\alpha_3}{\lambda_2}\sum_{i=1}^{i=s} N(i\Delta t)\{\exp[\lambda_2 A(i\Delta t)] - \exp[\lambda_2 A((i-1)\Delta t)]\}, \tag{4.16}$$

где $A(0) = 0$. Тогда величина износа в момент $t_s = s\Delta t$ равна

$$w(s\Delta t) = \Delta t \sum_{i=1}^{i=s} v^{(t)}(i\Delta t). \tag{4.17}$$

В частности, если $N(i\Delta t) = N = const$, то вместо (4.16) имеем $v^{(t)}(t) = \alpha_1 N + \frac{\alpha_2 N}{\lambda_1}[\exp(-\lambda_1 N t) - 1] + \frac{\alpha_3 N}{\lambda_2}[\exp(-\lambda_2 N t) - 1]$, то есть выражение (4.13). Выражение (4.16) фактически является дискретной формой уравнения (4.10). Как видно, реальная траектория скорости изнашивания зависит от параметров динамической связи и неуправляемых возмущений и от всех траекторий системы, в том числе от управления (программы ЧПУ).

При оценивании мощности возможны различные подходы. Все определяется мощностью, выделяемой в различных областях сопряжения поверхностей инструмента и зоны резания, а также заготовки. Если рассматривается мощность необратимых преобразований на задней грани инструмента, то в (4.16) мощность $N_i(t)$, усредненная на временном отрезке ΔT (оценка скользящего среднего на ΔT) и приведенная к длине контакта, вычисляется как $N_i = \frac{1}{\Delta T(t_P^{(0)} - X_1^*)}\int_{t_i-\Delta T}^{t_i}\{\Phi_1(t)\frac{dX_1}{dt} + \Phi_2(t)[V_2 - \frac{dX_2}{dt}] + k_T[\Phi_1(t) + \Phi_2(t)][V_3 - \frac{dX_3}{dt}]\}dt$. Причем, $\{\Phi_1(t)\frac{dX_1}{dt} + \Phi_2(t)[V_2 - \frac{dX_2}{dt}]\}\langle\langle k_T[\Phi_1(t) + \Phi_2(t)][V_3 - \frac{dX_3}{dt}]$, так как $[V_3 - \frac{dX_3}{dt}]\rangle\rangle[V_2 - \frac{dX_2}{dt}]$ и $[V_3 - \frac{dX_3}{dt}]\rangle\rangle[\frac{dX_1}{dt}]$.

Очевидно, при оценивании изнашивания передней грани инструмента необходимо в качестве мощности необратимых преобразований рассматривать силы трения в контакте передней грани инструмента и стружки, а в качестве скорости

рассматривать скорость движения стружки, которая отличается от скорости резания на коэффициент усадки стружки.

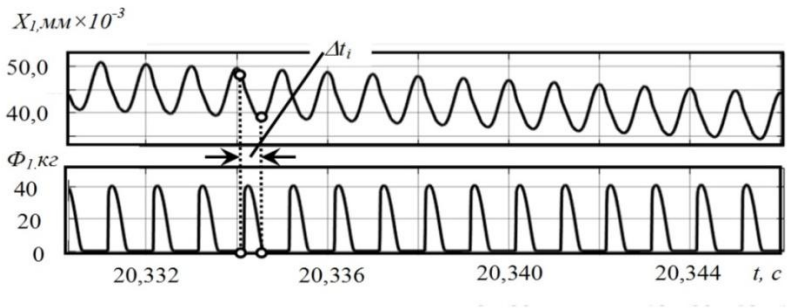


Рис. 4.8 – Пример траектории деформаций X_1 и сил Φ_1. Фрагмент Δt_i соответствует движению инструмента в сторону заготовки

Можно вводить и другие оценки этой мощности. При создании систем динамического мониторинга проще рассматривать суммарную мощность с учетом всех составляющих сил.

Силы $\Phi_i(t), i=1,2$ непропорционально возрастают при движении инструмента в сторону заготовки (на участке Δt_i) на рис. 4.8. Эти силы не потенциальны, и совершают работу на периодических движениях. Траектории сил, и соответствующие им функции мощности являются скорее импульсными. Им соответствуют всплески производства тепла. Будем следовать тезису о зависимости физических взаимодействий от мощности необратимых преобразований энергии. Тогда можно прийти к выводу о зависимости интенсивности изнашивания не только от математического ожидания импульсов мощности, но и от функций их распределения в пространстве и времени. Понятие же оптимальной скорости резания заменяется на оптимальную траекторию скорости. Этот вывод согласуется с положением о существовании оптимальной температуры резания, и необходимости ее стабилизации изменением скорости резания [247-250].

4.3 Свойства эволюционных траекторий

На эволюцию оказывают влияние начальные параметры, в зависимости от которых изменяют последующее состояние системы.

4.3.1 Эволюция системы при изменении параметра давления стружки ρ

Параметр $\rho = p_1$ существенно влияет на устойчивость и притягивающие множества деформационных смещений. Он влияет и на интенсивность эволюци-

онных процессов, так как от него зависят силы, следовательно, мощность необратимых преобразований энергии. Вначале рассмотрим пример эволюции для системы, матрицы жесткости у которой есть величины настолько большие, что деформациями можно пренебречь. Рассмотрим эволюцию системы за время $T_\Sigma = \sum_{i}^{i=l} i\Delta t = l\Delta t$. За время T_Σ имеет место эволюция скорости изнашивания $\mathbf{v^{(t)}(t)} = \{v^{(t)}(\Delta t), v^{(t)}(2\Delta t), ...v^{(t)}(l\Delta t)\}$, износа $\mathbf{w(t)} = \{w(\Delta t), w(2\Delta t), ...w(l\Delta t)\}$, которым соответствует эволюция параметра $\boldsymbol{\rho}\mathbf{(t)} = \{\rho(\Delta t), \rho(2\Delta t), ...\rho(l\Delta t)\}$, а также работа $\mathbf{A(t)} = \{A(\Delta t), A(2\Delta t), ...A(l\Delta t)\}$ и мощность $\mathbf{N(t)} = \{N(\Delta t), N(2\Delta t), ...N(l\Delta t)\}$. Параметры $\boldsymbol{\rho}\mathbf{(t)}$ и мощность $\mathbf{N(t)}$ на участке $i\Delta t$ постоянны, так как эволюция происходит в «медленном» времени, а дискретность Δt может быть очень высокой. Тогда

$$\begin{aligned} &A(i\Delta t) = N(i\Delta t)\cdot\Delta t; \\ &w[(i+1)\Delta t] = w(\Delta t) + w(2\Delta t) + ... + v^{(t)}(i\Delta t)\cdot\Delta t. \end{aligned} \qquad (4.18)$$

Таким образом, на временном отрезке Δt нелинейные связи между мощностью $\mathbf{N(t)}$ и работой $\mathbf{A(t)}$, а также скоростью изнашивания $\mathbf{v^{(t)}(t)}$ и износом $\mathbf{w(t)}$ заменяются линеаризованными представлениями. Сама процедура перехода к описанию связи есть скользящая линеаризация. Уравнение (4.10) с учетом (4.4) позволяет вычислить скорость изнашивания в зависимости от траектории мощности по работе, на каждом дискретном времени Δt, $2\Delta t$, $3\Delta t$ и т. д. Вначале определим скорость изнашивания на участке Δt

$$v^{(t)}(\Delta t) = \alpha_1 N(\Delta t) + \frac{\alpha_2 N(\Delta t)}{\lambda_1}[\exp(-A(\Delta t)) - 1] + \frac{\alpha_3 N(\Delta t)}{\lambda_2}[\exp(A(\Delta t)) - 1]. \qquad (4.19)$$

При вычислении (4.19) учтено $A(i\Delta t) = N(i\Delta t)\cdot\Delta t$. Значение износа в конце Δt равно $w(\Delta t) = v^{(t)}(\Delta t)\Delta t$. Таким образом, значение $\rho(\Delta t)$ в конце Δt определяется из (4.4). Так определяются все значения износа для каждого $i\Delta t$. После определения параметров, а также износа и его скорости на участках «(s-1)» для участка «s» определяется значение мощности с учетом (4.4)

$$N(i\Delta t) = K_N \rho(0)\{1 + k^{(w)}[\exp(\alpha^{(w)} w(i\Delta t)) - 1]\}, \qquad (4.20)$$

где $K_N = S_P^{(0)} t_P^{(0)} V_3 = const$, - коэффициент при постоянных режимах; $\rho(0)$ - начальное значение параметра; $w(i\Delta t) = \Delta t \sum_{i=1}^{i=s} v^{(t)}(i\Delta t)$. Значение скорости $v^{(t)}(i\Delta t)$ на отрезке $i\Delta t$ определяется по очевидному выражению

$$\begin{aligned} v^{(t)}(i\Delta t) &= \alpha_1 N(i\Delta t) + \frac{\alpha_2 N(\Delta t)}{\lambda_1}[\exp(-A(\Delta t)) - 1] + \frac{\alpha_3 N(\Delta t)}{\lambda_2}[\exp(A(\Delta t)) - 1] + \\ &+ \frac{\alpha_2 N(2\Delta t)}{\lambda_1}[\exp(-A(2\Delta t)) - \exp(-A(\Delta t))] + \frac{\alpha_3 N(2\Delta t)}{\lambda_2}[\exp(A(2\Delta t)) - \exp(A(\Delta t))] + \\ &+ \frac{\alpha_2 N(3\Delta t)}{\lambda_1}[\exp(-A(3\Delta t)) - \exp(-A(2\Delta t))] + \frac{\alpha_3 N(3\Delta t)}{\lambda_2}[\exp(A(3\Delta t)) - \exp(A(2\Delta t))] + \ldots \\ &\ldots + \frac{\alpha_2 N(i\Delta t)}{\lambda_1}\{\exp[-A(i\Delta t)] - \exp(-A(i-1)\Delta t)] + \frac{\alpha_3 N(i\Delta t)}{\lambda_2}\{\exp[A(i\Delta t)] - \exp[A(i-1)\Delta t)]\}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Выражение (4.21) удобно представить в виде

$$v^{(t)}(i\Delta t) = v_1^{(t)}(i\Delta t) + v_2^{(t)}(i\Delta t) + v_3^{(t)}(i\Delta t), \quad (4.22)$$

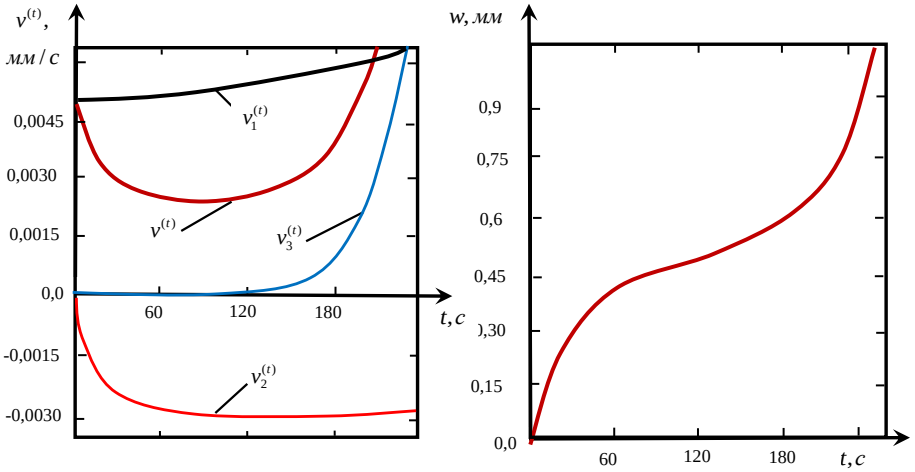
где $v_1^{(t)}(i\Delta t) = \alpha_1 N(i\Delta t)$ - составляющая $v^{(t)}(i\Delta t)$ в момент $t = (i\Delta t)$ пропорциональная мощности необратимых преобразований; $v_2^{(t)}(i\Delta t) = \frac{\alpha_2}{\lambda_1} \sum_{s=1}^{s=i} N(s\Delta t)\{\exp[-\lambda_1 A(s\Delta t)] - \exp[-\lambda_1 A((s-1)\Delta t)]$ - составляющая изменения скорости изнашивания, обусловленная процессом адаптации; $v_3^{(t)}(i\Delta t) = \frac{\alpha_3}{\lambda_2} \sum_{s=1}^{s=i} N(s\Delta t)\{\exp[\lambda_2 A(s\Delta t)] - \exp[\lambda_2 A((s-1)\Delta t)]\}$ - составляющая изменения скорости изнашивания, обусловленная процессом деградации. Таким образом, для каждого $i\Delta t$ по мере увеличения $i = 1,2,...s$ вычисляются скорость изнашивания, величины мощности $N(i\Delta t)$ и параметра $\rho(i\Delta t)$ (рис. 4.9 «b»). Ее зависимость от параметра ρ представлена также на рис. 4.9 «a». Приведенные данные соответствуют точению стали 20Х диаметром D=80,0 мм. Идентифицированные параметры приведены в табл. 4.5. На примере показано, что скорость изнашивания в момент определяется не только текущим значением мощности, но и ее предысторией, включающей всю фазовую траекторию мощности по работе. Эта траектория рассматривается на всем временном отрезке (0-$i\Delta t$). В том случае, если в системе учитывать деформации инструмента, то при вычислении мощности необходимо

рассматривать силу $\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{F} + \mathbf{\Phi}$ и упругие деформации подсистемы инструмента и заготовки.

Таблица 4.5 – Идентифицированные параметры уравнения (4.10)

Материал	$\alpha_1, (кг)^{-1}$	$\alpha_2, c(кг)^{-2}(мм)^{-1}$	$\alpha_3, c(кг)^{-2}(мм)^{-1}$	$\lambda_1, (кг \cdot мм)^{-1}$	$\lambda_2, (кг \cdot мм)^{-1}$
Сталь 10ГН2МФА	0,82	0,5	0,12	0,4	0,3
Сталь 20Х	0,25	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$	0,02	0,8	0,1

Рассмотрим примеры диаграмм изнашивания в зависимости от начальных значений параметров динамической связи (рис. 4.10).



«a» «b»

Рис. 4.9 – Изменение составляющих уравнения (4.22) при $\rho(0) = 200 кг/мм^2$ для случая недеформируемых подсистем инструмента и заготовки

Диаграммы вычислены по алгоритмам эволюционных изменений системы (4.21) для полных математических моделей в зависимости от начального параметра $\rho(0)$. На рис. 4.10 «a» и «b» приведены кривые износа во времени для двух значений $\rho(0)$. Там же, на рис. 4.10 «c» приведены примеры траекторий деформаций инструмента в направлении X_1. Диаграммы вычислены в функции времени при достижении износа по задней грани 0,8 мм, после чего вычисление останавливалось. Эволюция параметра $\rho(w)$ при увеличении износа зависит от его начального значения $\rho(0)$, коэффициентов $k^{(w)}$ и $\alpha^{(w)}$.

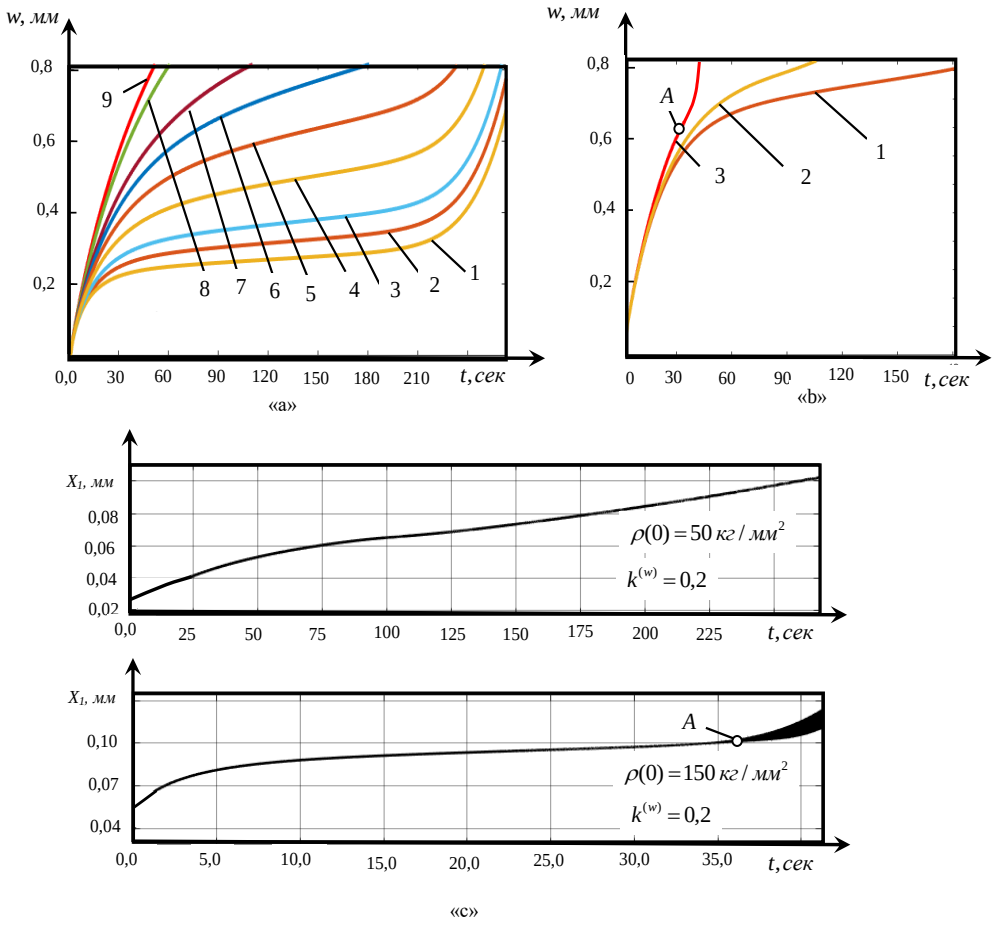


Рис. 4.10 – Примеры диаграмм износа («a» и «b»), а также траекторий деформаций («c») при вариациях ρ и $k^{(w)}$: «a» - эволюция износа при изменениях $k^{(w)}$ и $\rho(0)=50 кг/мм^2$: 1 – $k^{(w)=}0,05$; 2 – $k^{(w)=}0,1$; 3 – $k^{(w)=}0,2$; 4 – $k^{(w)=}0,3$; 5 – $k^{(w)=}0,4$; 6 – $k^{(w)=}0,5$; 7 – $k^{(w)=}0,6$; 8 – $k^{(w)=}0,7$; 9 – $k^{(w)=}0,8$; «b» - эволюция износа при изменениях параметра $k^{(w)}$ и $\rho(0)=150 кг/мм^2$: 1 – $k^{(w)=}0,05$; 2 – $k^{(w)=}0,1$; 3 – $k^{(w)=}0,2$

Следовательно, в эволюциях параметр $\rho(w)$ зависит от всех параметров системы и вибрационных возмущений. При увеличении начального значения $\rho(0)$ изменяется вся эволюционная траектория. Причем, вдоль траектории $\rho(t)$ возможны бифуркации притягивающих множеств. На рис. 4.11 даны примеры траекторий при $\rho(0)=\text{var}$ и $k^{(w)}=0,2$. Точки бифуркаций обозначены: «A», «B», «C», «D», «E». Им соответствуют перегибы функций. Скорость изнашивания инструмента всегда положительна $dw/dt\rangle 0$. Если при вычислении эволюции рассматривать только статику, обнулив все производные, то диаграммы эволюции повторяют кривые, выделенные на рис. 4.11 жирными линиями на начальном этапе.

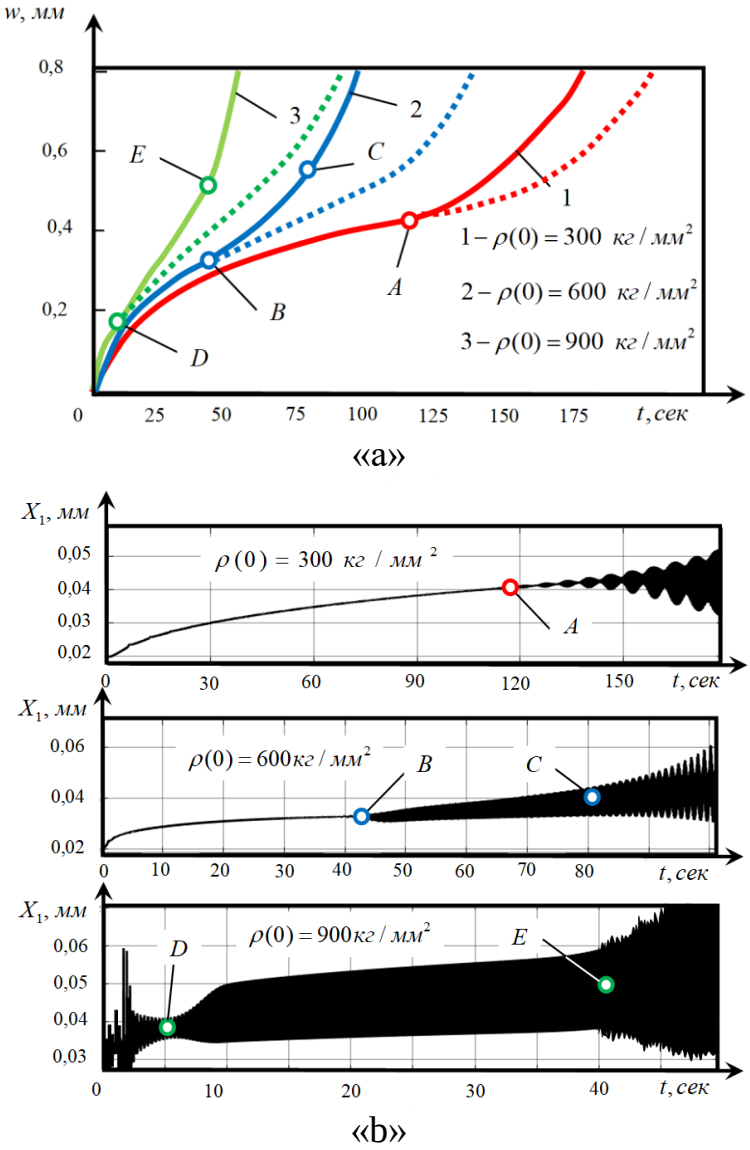


Рис. 4.11 – Пример эволюции износа (a) и эволюционные траектории деформационных смещений (b)

После первой точки бифуркаций они показаны пунктиром. После потери устойчивости и формирования притягивающих множеств интенсивность изнашивания, как правило, возрастает. После точек бифуркаций в зависимости от значений $\rho(0)$ в системе формируются все типы притягивающих множеств, рассмотренных во второй главе. Притягивающим множествам деформаций соответствуют нелинейные периодические изменения сил, действующих на задние грани (рис. 4.12). Они непропорционально возрастают при увеличении колебательных скоростей. Их также можно представить случайной импульсной последовательностью. На участке Δt притягивающим множеством деформаций является предельный цикл. Периодическим деформациям соответствуют почти $\delta(t-t_i)$ - образные силовые импульсы. Если предельный цикл является идеальным, то ему соответствует идеальная импульсная последовательность мощности с циклической частотой $\Omega^{(з)}=(t_{i+1}-t_i)^{-1}$. Ей соответствует $\delta(\Omega-\Omega^{(з)})$, $\Omega\in(0,\infty)$ - образный спектр сил. Ранее показано, что увеличению дисперсии расстояний между импульсами соответствует уширение спектральной линии последовательности. Можно сделать заключения о свойстве эволюции. 1.При увеличении начального $\rho(0)$ кривые износа преобразуются. Тради-

ционная кривая имеет S – образную характеристику (рис. 4.10 «a»). При возрастании $\rho(0)$ участок с малой скоростью изнашивания исчезает, и износ монотонно возрастает без перегиба.

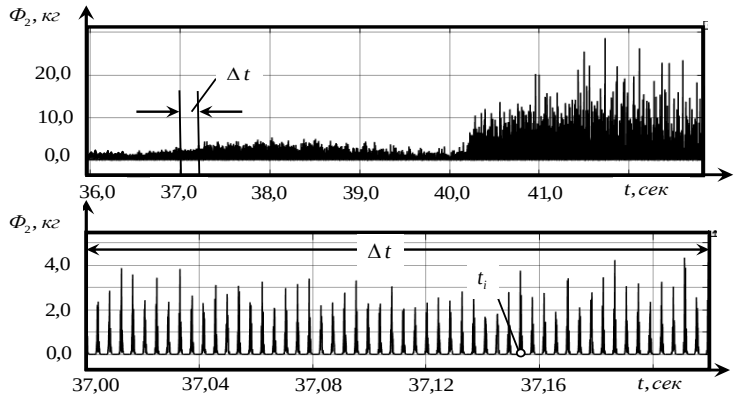


Рис. 4.12 – Фрагмент изменения сил, действующих на заднюю грань инструмента, для системы, приведенной на рис. 3.12, $\rho(0) = 900$ *кг / мм*^{2}

В примере система, рассматриваемая в вариациях относительно медленного смещения равновесия, является асимптотически устойчивой, кроме траектории «3» на рис. 4.10 «b». Здесь в точке «A» наблюдается потеря устойчивости и бифуркация Андронова-Хопфа. В этой точке наблюдается излом кривой износа и возрастание скорости изнашивания. При увеличении $\rho(0)$, картина отличается (рис.4.11). Здесь видно множество точек бифуркаций, которым соответствуют точки излома изнашивания. 2.При традиционных параметрах эволюционные изменения являются «медленными». Однако при значительных $\rho(0)$, α_1 и α_2 в (4.10), развитие износа может протекать быстро. В этом случае анализ изменения свойств системы при ее представлении как «замороженной» становится неприемлемым. Если скорость изменения параметров соизмерима со скоростью деформаций, то эволюция становится апериодически неустойчивой, что соответствует этапу «катастрофического» изнашивания. Заметим, что к потере устойчивости может приводить и изменение технологических режимов. Например, увеличение глубины резания, которая вызывает аналогичные эффекты за счет увеличения внутреннего коэффициента усиления, может привести к потере устойчивости и быстрому увеличению сил резания, следовательно, мощности, влияющей на эволюцию параметров. Поэтому утверждение, высказанное например, в [247], о практической независимости интенсивности изнашивания от глубины резания

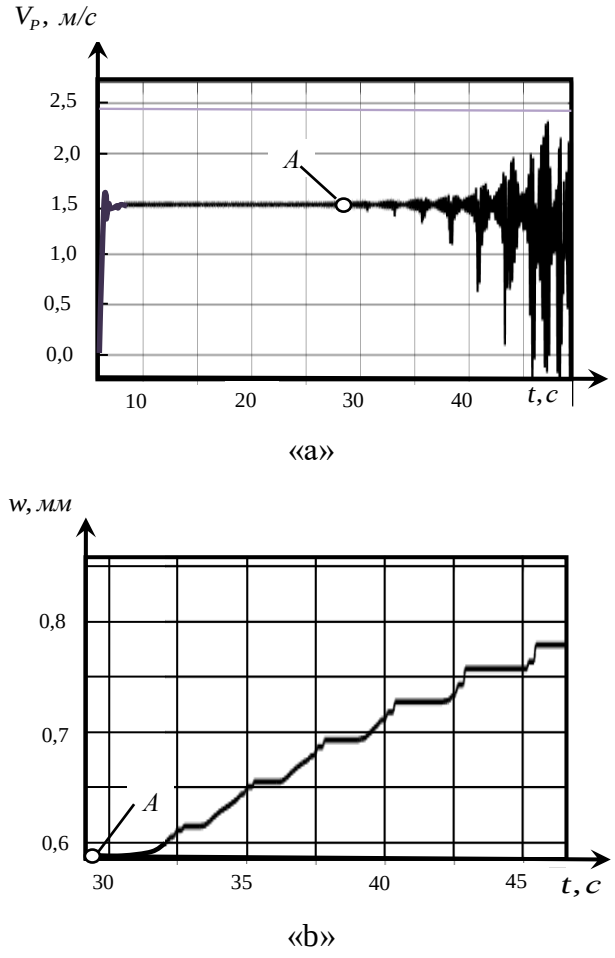


Рис. 4.13 – Изменение эволюции износа после потери устойчивости деформационных смещений инструмента: «a» - траектория скорости деформационных смещений dX_3/dt; «b» - фрагмент траектории развития износа w

можно считать справедливым лишь для невозмущенных и асимптотически устойчивых систем резания

3. Кривая эволюции износа представляет монотонно нарастающую функцию. Это является следствием необратимости преобразования энергии. Износ, как и параметры динамической связи, является необратимым. На рис. 4.13 приведен пример эволюции износа после точки бифуркации «А», который иллюстрирует приращение износа при развитии колебательной скорости при потере устойчивости. Результаты позволяют сделать вывод: траектория «работа-мощность», после некоторой стабилизации, всегда направлена на деградацию свойств системы.

4.3.2 Взаимосвязь эволюции и параметров динамической связи

Все параметры $\mathbf{p}=\{p_1, p_2, p_3,...p_7\}$ динамической связи функционально связаны. Поэтому траектории мощность – работа соответствует траектория параметров. Например, мере развития износа параметры p_1, p_2, p_3, p_4 имеют тенденцию к увеличению, но они по-разному влияют на процесс резания. Как показано в предыдущем параграфе, параметр p_1 возрастает в ходе эволюции, что приводит к возрастанию склонности системы к самовозбуждению. Увеличение параметра p_3 оказывает противоречивое влияние, так как при возрастании фазовых сдвигов

между вариациями деформаций и сил одновременно увеличивается затухание, вносимое процессом обработки. Силы, действующие на задние грани инструмента, закон изменения которых определяется параметрами p_2 и p_4, начинают оказывать влияние на динамику и эволюцию по мере увеличения амплитуды деформаций и развития износа. Параметры p_2 и p_4 оказывают влияние на точки бифуркаций и тип формируемого притягивающего множества уже после того, как равновесие стало неустойчивым.

Параметры p_5, p_6, p_7 влияют на ориентацию силы. Их влияние на эволюцию противоречиво, особенно в тех случаях, когда изменением геометрии инструмента удается на начальном этапе минимизировать угловые коэффициенты χ_1 и χ_2. Эти коэффициенты формируют деформации, изменяющие площадь срезаемого слоя. Установлено, что по мере увеличения износа пространственная составляющая силы, нормальная к режущему лезвию, всегда увеличивается, что вызывает эффект, аналогичный увеличению p_1. В противном случае малые p_5, p_6, p_7 заметного влияния на эволюцию не оказывают.

Самым показательным является одновременное эволюционное изменение параметров $\rho = p_1$ и $T^{(0)} = p_3$. Параметр $T^{(0)} = p_3$ определяет инерционность преобразований многих взаимосвязанных физических процессов в зоне резания, влияющих на силы. Это преобразования упругих и пластических деформаций в областях, прилегающих к зоне первичной и вторичной пластической деформации, это термодинамические процессы. Термодинамические и адгезионные процессы в совокупности вызывают в отдельных случаях образование диссипативных структур (нарост, застойная зона и др.). Все эти процессы влияют на устойчивость стружкообразования, потеря устойчивости которого вызывает силовую эмиссию, возмущающую движение инструмента. Противоречивость влияния $T^{(0)}$ на устойчивость приводит к разнообразию эволюции. Обычным сценарием изменения свойства системы резания по мере увеличения работы является преобразование асимптотически устойчивой точки равновесия в неустойчивую точку. Это первый сценарий, согласно которому на первом этапе система имеет устойчивое равнове-

сие, которое в ходе эволюции теряет устойчивость и в системе наблюдается каскад различных бифуркаций.

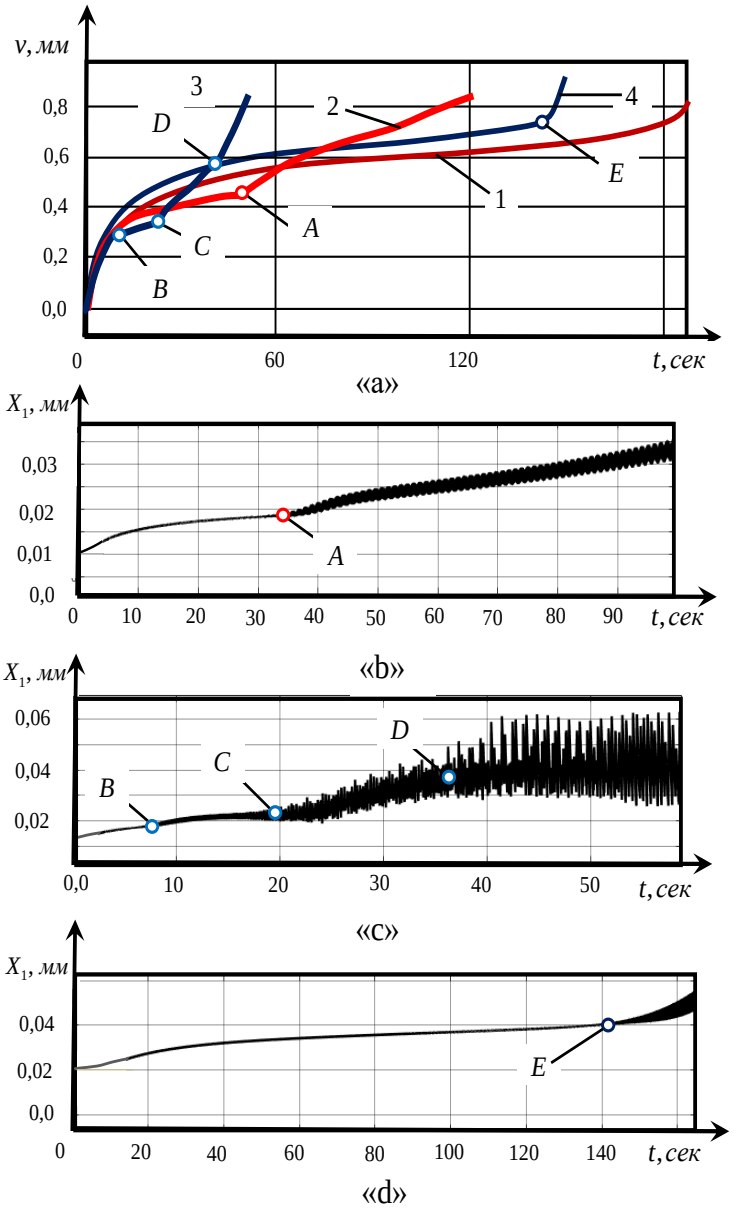


Рис.4.14 – Эволюция динамической системы резания за счет совместного изменения параметров ρ и $T^{(0)}$: «a»-диаграммы развития износа; «b», «c» и «d» –траектории деформационных смещений в направлении X_1, соответствующие кривым эволюции износа «2», «3» и «4»

По мере совершения работы параметры p_1 и p_3 при всех сценариях необратимо возрастают. Более того, если изменяется скорость резания и при достаточном p_1 равновесие может быть неустойчивым. В дальнейшем за счет увеличения p_3 увеличиваются затухания, вносимые процессом резания, что стабилизирует равновесие. При дальнейшем увеличении p_1 равновесие вновь может потерять устойчивость. Это второй типичный сценарий. Возможны и другие, менее типичные сценарии эволюции. Приведем пример изменения эволюционных траекторий при вариациях начальных значений $\rho(0)$ и $T^{(0)}(0)$ (рис. 4.14). Кривая 1 соответствует $T^{(0)}(0)=10^{-4}$ *сек*, $\rho(0)=50$ *кг/мм*^{2}; кривая 2 - $T^{(0)}(0)=10^{-4}$ *сек*, $\rho(0)=100$ *кг/мм*^{2}; 3 - $T^{(0)}(0)=0{,}7\cdot10^{-4}$ *сек*, $\rho(0)=100$ *кг/мм*^{2}; 4 - $T^{(0)}(0)=0{,}2\cdot10^{-4}$ *сек*, $\rho(0)=100$ *кг/мм*^{2}. По мере увеличения $T^{(0)}(0)$ в системе (кривые 2, 3, 4) вначале наблюдается увеличение скорости изнашивания, а затем ее уменьшение.

Таким образом, существует оптимальное значение $T^{(0)}(0)$, минимизирующее износ инструмента. Поэтому должна существовать оптимальная скорость, при которой интенсивность изнашивания минимальна. Этой скорости соответствует минимальная шероховатость, так как при повышении запаса устойчивости возрастает стабилизирующее влияние связи, формируемой резанием. Эффекты экстремальной зависимости изнашивания проявляются не всегда. Это смещение зависит и от других параметров, прежде всего, от матриц **m**, **h** и **c**. Чувствительность эволюции к выделяемой в зоне резания энергии может меняться в зависимости от начальных параметров всей системы резания. В связи с этим на рис. 4.14 «a» выделены круглыми точками «A», «B», «C», «D», «E» моменты бифуркаций притягивающих множеств деформаций. На траекториях деформаций рис. 4.14 «b», «c», «d» точки бифуркаций имеют те же обозначения. Связь деформаций с геометрической топологией будет раскрыта в следующей главе. Наглядную иллюстрацию эволюционных изменений дают совместные диаграммы эволюции параметров $\rho(0)$ и $T^{(0)}(0)$, а также фигуративной линии в плоскости «$\rho(w)$-$T^{(0)}(w)$» (рис. 4.15).

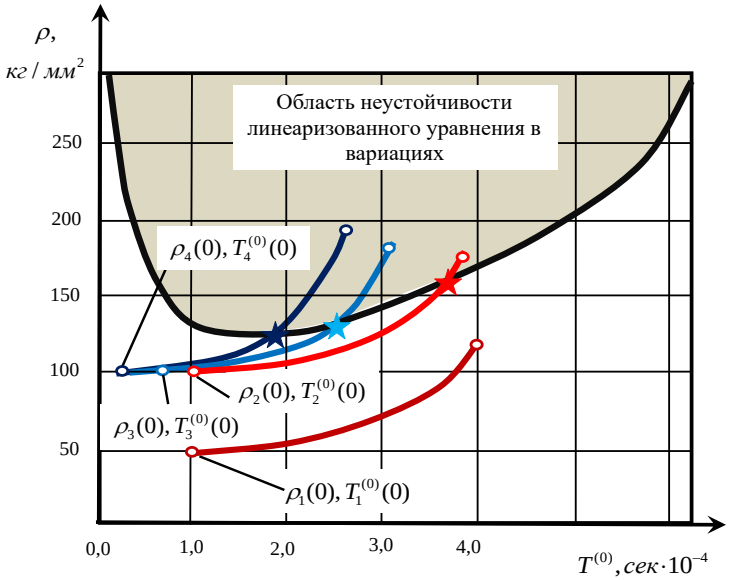


Рис.4.15 – Пример наложения эволюционных траекторий параметров системы на область устойчивости в плоскости этих параметров

На иллюстрации пятиконечными звездами отмечены точки, в которых система теряет устойчивость. Это точки пересечения траектории параметров и фигуративной линии. В дальнейшем, при приближении износа к своему критическому значению временная и пространственная сложность притягивающих множеств возрастает. На терминальном этапе, как правило, в деформациях устанавливается хаотическая динамика. Пример относится к первому сценарию эволю-

ции системы резания. Если в случае, приведенном на рис. 4.14 изменить начальные параметры системы, то эволюционные траектории могут измениться.

4.3.3 Влияние параметров инвариантных к эволюции

При анализе устойчивости, как показано во второй главе, имеется три канала самовозбуждения. Свойства эволюции зависят от коэффициентов усиления внутренних регуляторов процесса. Например, коэффициента усиления внутреннего регулятора по направлению X_2

$$k_{X_2} = \rho^{(0)}[t_P^{(0)} - X_1]g_{F^{(0)},X_2}(0) \qquad (4.23)$$

где $g_{F^{(0)},X_2}(0)$ – податливость, связывающая $F^{(0)}$ и X_2. Мы видим, что эволюционный параметр $\rho^{(0)}$ вместе с глубиной резания $t_P^{(0)}$, деформацией X_1 и податливостью $g_{F^{(0)},X_2}(0)$. Поэтому чувствительность к эволюционному изменению зависит и от всех этих параметров. Следовательно, потеря устойчивости равновесия системы при «медленной» эволюции системы, а также точки бифуркаций в параметрическом пространстве при одном и том же значении эволюционного параметра могут существенно изменяться при изменении не эволюционных параметров. Рассмотрим несколько примеров. Рассмотрим влияние на эволюцию матрицы $\mathbf{c}$. На рис. 4.16 приведено два примера динамической перестройки системы и соответствующие ей изменения траектории износа. Приведен пример, иллюстрирующий влияние вариации элемента $c_{3,3}$ матрицы жесткости $\mathbf{c}$. Элемент $c_{3,3}$ не влияет на техноло

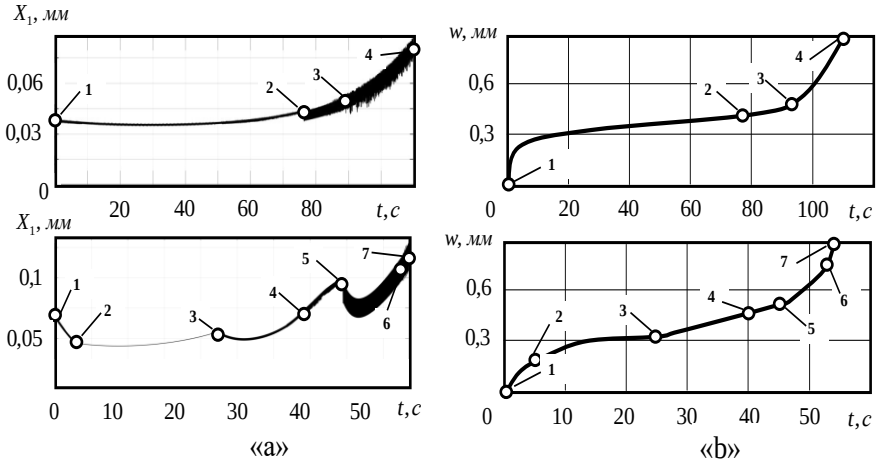


Рис. 4.16 – Пример эволюционных траекторий деформационных смешений «a» в направлении X_1 и соответствующих им диаграмм износа по времени «b». Верхние иллюстрации соответствуют $c_{3,3}$=*1600 кг/мм*, нижние - $c_{3,3} = 800$ *кг / мм*

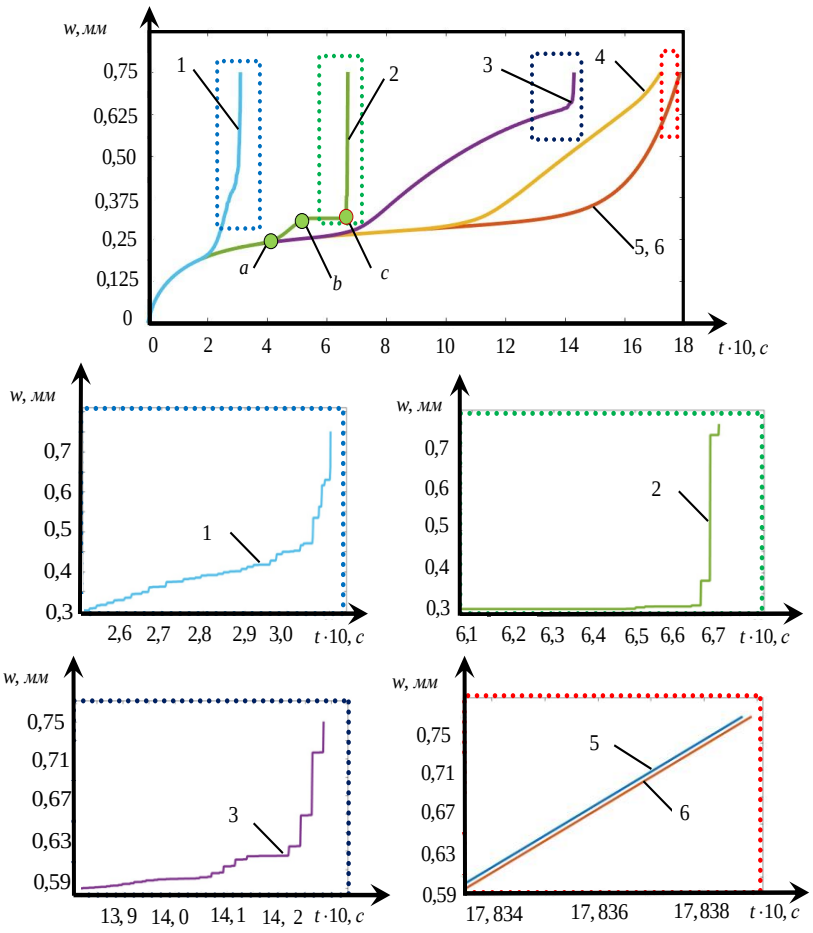


Рис. 4.17 – Кривые износа: 1- $k^{(h)}=0{,}05$; 2- $k^{(h)}=0{,}1$; 3- $k^{(h)}=0{,}5$; 4- $k^{(h)}=1{,}0$; 5- $k^{(h)}=5{,}0$

гическую жесткость ДСР, в отличие от жесткости в радиальном направлении. В установившемся состоянии деформации в направлении X_3 также не изменяют площадь срезаемого слоя, пропорционально которой изменяется модуль силы. Однако его изменение может влиять на эволюцию и на свойства системы в целом. Как показано во второй главе, деформации в направлении X_3, во-первых, формируют гибкую положительную обратную связь, способствующую потере устойчивости. Причем, в этом случае вариации площади срезаемого слоя определяются в результате изменения запаздывающего аргумента T в интегральном операторе подачи. Величина T зависит не только от частоты вращения, но и от dX_3/dt. Поэтому, во-первых, гибкая положительная обратная связь может существенно изменять динамику системы. Во-вторых, увеличение податливости инструмента в направлении X_3 способствует изменению необратимых преобразований энергии в области контакта задней грани инструмента и заготовки. Наконец, эта связь способствует формированию сложных притягивающих множеств деформаций, в том числе, супер низкочастотных притягивающих множеств сложной пространственно временной структуры. Для иллюстрации этих особенностей динамики рассмотрим эволюционные кривые для двух значения жесткости $c_{3,3}$. На иллюстрации (рис, 4.17) приведен

пример эволюции износа и деформаций. На иллюстрации отметки «1-6» – точки бифуркаций. Мы не будем анализировать преобразование типа притягивающих множеств в точках бифуркаций и соответствующие им скорости и силы. Они аналогичны тем, которые рассмотрены в предыдущих двух главах. Их разнообразие определяется множеством начальных значений эволюционно изменяющихся параметров динамической связи и множеством тех параметров, которые остаются неизменными. Иллюстрации показывают отличие эволюционных траекторий деформаций и кривой износа при вариациях элемента жесткости $c_{3,3}$.

На эволюцию оказывают влияние не только диагональные, но и недиагональные элементы матрицы. Эксперименты показывают, что увеличение диссипативных свойств взаимодействующих подсистем способствуют повышению износостойкости инструмента. Изучению влияния демпфирования на изнашиваемость инструмента посвящены исследования, приведенные, например, в [44, 45, 253-255]. Там же приведены конструктивные приемы, увеличивающие демпфирование колебаний. В связи с этим рассмотрим диаграммы эволюции износа и деформаций при вариациях матрицы $\mathbf{h}$. Будем варьировать всю матрицу скоростных коэффициентов по правилу $\mathbf{h} = k^{(h)}\mathbf{h_0}$, где $k^{(h)}$ - безразмерный коэффициент; $\mathbf{h_0}$ - матрица скоростных коэффициентов в базовой подсистеме (см. табл. 4.1). На рис. 4.17 приведены диаграммы износа для базовой динамической системы при обработке стали 20Х. Диаграммы вычислены для неизменных начальных значений параметров за исключением матрицы скоростных коэффициентов $\mathbf{h}$. Эта матрица варьировалась изменением коэффициента $k^{(h)} \in (0{,}05\,;\,5{,}0)$. Также приведено два примера изменения фазовой траектории

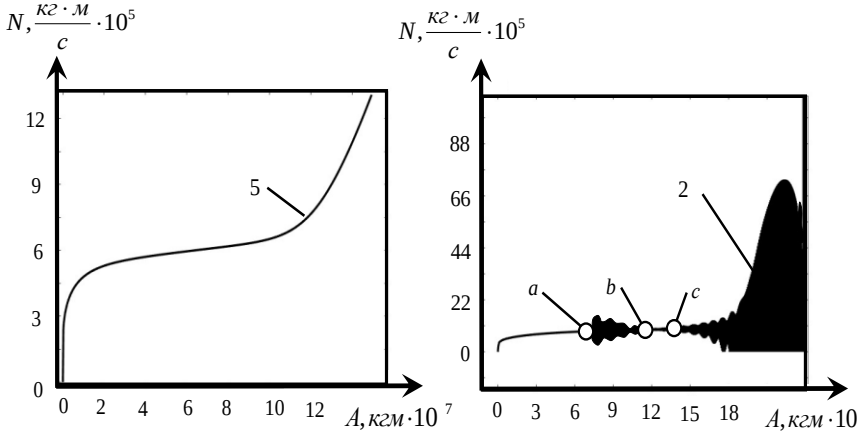


Рис. 4.18 – Пример фазовых траекторий мощность-работа для режимов «2» и «5», приведенных на рис. 4.17

мощность-работа, которые соответствуют режимам «2» и «5» (рис. 4.18). На рис. 4.17 кривые износа для режимов «5» и «6» практически совпадают. На этой же иллюстрации даны фрагменты эволюционных траекторий износа для участков критического изнашивания. Они соответствуют приближению износа к его значению $w = 0{,}8\,мм$. Эти кривые приведены в увеличенном масштабе и на них видны незначительные отличия эволюционных кривых для коэффициентов $k^{(h)} = 1{,}0$ и $k^{(h)} = 5{,}0$. Очевидно, что по мере увеличения добротности уменьшается износостойкость инструмента. Характерно, что на начальном этапе кривые развития износа во времени практически совпадают, а затем его скорость возрастает. По мере увеличения $k^{(h)}$ эволюционные кривые асимптотически стремятся к предельной траектории. Это кривая №6, которая практически совпадает с кривой №5. Это объясняется изменением свойств системы в процессе эволюции. На рис. 4.18 и на кривой эволюции системы №2 для примера выделены точки бифуркаций («a», «b» и «c»). Им соответствуют аналогичные точки на фазовой траектории мощность – работа (рис. 4.18) и на кривой деформаций (рис. 4.19). Отметим, что между точками бифуркаций мы имеем медленно изменяющуюся скорость изнашивания. В точках бифуркации наблюдаются ее изломы. Однако скорость изнашивания не реверсируема. На всех участках эволюции, представленных в увеличенном виде на рис. 4.17, даже дискретные приращения износа имеют одно направление – в сторону деградации. Кривым эволюции износа № 5 и № 6 соответствуют устойчивые траектории деформаций. Поэтому кривые износа не имеют изломов, и кривые № 5 и № 6 практически совпадают. Здесь «медленным» изменениям параметров соответствуют медленные смещения равновесия. Смещениям равновесия соответствует изменение диаметра. Что касается матрицы инерционных коэффициентов $\mathbf{m}$, то она также влияет на свойства эволюции. Изменения этой матрицы вызывают, в основном, смещение собственных частот подсистемы инструмента, и связанных с этим различных параметрических эффектов, в том числе и потеря устойчивости.

Эксперименты показывают, что увеличение диссипативных свойств взаимодействующих подсистем способствуют повышению износостойкости инструмента. Изучению влияния демпфирования на изнашиваемость инструмента посвящены исследования, приведенные, например, в [44, 45, 253-255]. Там же приведены конструктивные приемы, увеличивающие демпфирование колебаний. В связи с этим рассмотрим диаграммы эволюции износа и деформаций при вариациях матрицы $\mathbf{h}$. Будем варьировать всю матрицу скоростных коэффициентов по правилу $\mathbf{h} = k^{(h)}\mathbf{h}_0$, где $k^{(h)}$ - безразмерный коэффициент; $\mathbf{h}_0$ - матрица скоростных коэффициентов в базовой подсистеме (см. табл. 4.1). На рис. 4.17 приведены диаграммы износа для базовой динамической системы при обработке стали 20Х. Диаграммы вычислены для неизменных начальных значений параметров за исключением матрицы скоростных коэффициентов $\mathbf{h}$. Эта матрица варьировалась изменением коэффициента $k^{(h)} \in (0{,}05\,;\,5{,}0)$. Также приведено два примера изменения фазовой траектории мощность-работа, которые соответствуют режимам «2» и «5» (рис. 4.18). На рис. 4.17 кривые износа для режимов «5» и «6» практически совпадают. На этой же иллюстрации даны фрагменты эволюционных траекторий износа для участков критического изнашивания. Они соответствуют приближению износа к его значению $w = 0{,}8\,мм$. Эти кривые приведены в увеличенном масштабе и на них видны незначительные отличия эволюционных кривых для коэффициентов $k^{(h)} = 1{,}0$ и $k^{(h)} = 5{,}0$. Очевидно, что по мере увеличения добротности уменьшается износостойкость инструмента. Харак-

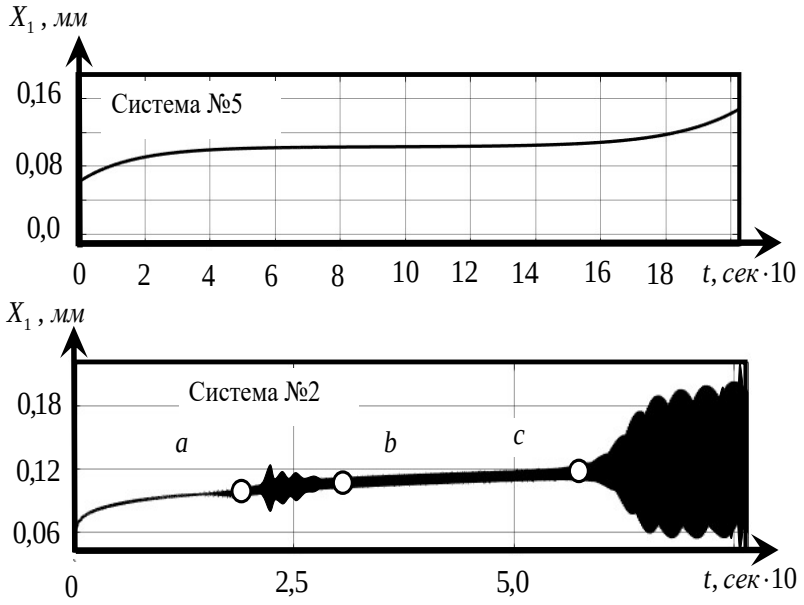


Рис. 4.19 – Траектории деформационных смещений в направлении X_1, соответствующие эволюции систем № 2 и № 5

терно, что на начальном этапе кривые развития износа во времени практически совпадают, а затем его скорость возрастает. По мере увеличения $k^{(h)}$ эволюционные кривые асимптотически стремятся к предельной траектории. Это кривая №6, которая практически совпадает с кривой №5. Это объясняется изменением свойств системы в процессе эволюции. На рис. 4.18 и на кривой эволюции системы №2 для примера выделены точки бифуркаций («a», «b» и «c»). Им соответствуют аналогичные точки на фазовой траектории мощность – работа (рис. 4.18) и на кривой деформаций (рис. 4.19). Отметим, что между точками бифуркаций мы имеем медленно изменяющуюся скорость изнашивания. В точках бифуркации наблюдаются ее изломы. Однако скорость изнашивания не реверсируема. На всех участках эволюции, представленных в увеличенном виде на рис. 4.17, даже дискретные приращения износа имеют одно направление – в сторону деградации. Кривым эволюции износа № 5 и № 6 соответствуют устойчивые траектории деформаций. Поэтому кривые износа не имеют изломов, и кривые № 5 и № 6 практически совпадают. Здесь «медленным» изменениям параметров соответствуют медленные смещения равновесия. Смещениям равновесия соответствует изменение диаметра.

4.4 Эволюция возмущенной системы резания

Рассмотрим влияние мощности необратимых преобразований возмущенной ДСР на интенсивность изнашивания инструмента. Понятие интенсивности изнашивания связано с рассмотрением приращения износа на пути, пройденном инструментом (4.1). Однако реальный путь L_Σ, пройденный вершиной инструмента относительно заготовки при введении дополнительных колебаний, отличается от пути ТИЭС (рис. 4.20). Пусть заданы траектории сил и скоростей в направлении перемещений вершины инструмента

$$\begin{cases} V_\Sigma(t) = V_0 + V_{0,1}\sin(\Omega^{(0)}t); \\ F_\Sigma(t) = F_0 + F_{0,1}\sin(\Omega^{(0)}t). \end{cases} \tag{4.24}$$

Тогда мощность $N_\Sigma(t)$ равна

$$N_{\Sigma}(t) = N_0 + N_{01}\sin(\Omega^{(0)}t) + N_{02}\cos(2\Omega^{(0)}t), \qquad (4.25)$$

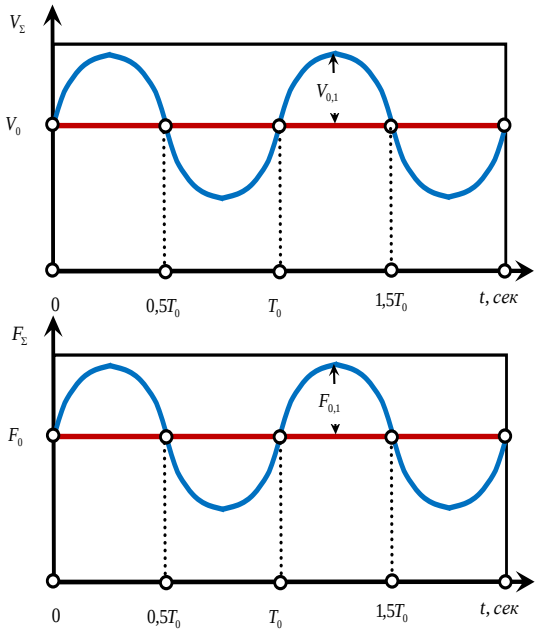


Рис. 4.20 – Пример, иллюстрирующий формирование мощности необратимых преобразований

где $N_0 = F_0V_0 + 0{,}5F_{0,1}V_{0,1}$; $N_{0,1} = F_0V_{0,1} + F_{0,1}V_0$; $N_{0,2} = 0{,}5F_{0,1}V_{0,1}$. Таким образом, преобразование сил и скорости в мощность есть мультипликативная форма, которая образует не только постоянную составляющую N_0, но и две гармоники мощности. При прохождении возмущений через нелинейные элементы динамической системы имеют место неоднократные мультипликативные преобразования, существенно расширяющие частотный состав необратимых преобразований. В зависимости от текущего значения мощности меняются и механизмы физических взаимодействий, по-разному влияющих на изнашиваемость. В связи с этим формируются эффекты, способствующие увеличению, а в отдельных случаях уменьшению интенсивности изнашивания. Это хорошо известное в экспериментах положение [83-94]. Поэтому остановимся на эффектах влияния дополнительных вибраций на эволюцию системы резания.

Рассмотрим эволюцию при низкочастотных вынужденных колебаниях. Ограничимся продольным точением вала. Номинальная площадь срезаемого слоя при режимах $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$ и $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм$ равна $S = 0{,}1\ мм^2$. Введем вибрационное возмущение $\Delta S(t) = \Delta S_0 \sin(\Omega_0 t)$, приведенное к площади. Частота вращения шпинделя $\Omega = 10\ Гц$. Для этого случая на рис. 4.21 «а» приведены траектории износа при следующих вариациях ΔS_0: кривая № 1 - $\Delta S_0 = 0{,}005\ мм^2$; кривая № 2 - $\Delta S_0 = 0{,}01\ мм^2$; кривая № 3 - $\Delta S_0 = 0{,}02\ мм^2$; кривая № 4 - $\Delta S_0 = 0{,}04\ мм^2$; кривая № 5 - $\Delta S_0 = 0{,}06\ мм^2$. Частота периодических возмущений $\Omega_0 = 90{,}0\ Гц$. Заметно непропорциональное уменьшение стойкости по мере увеличения ΔS_0. Предельные зна-

чения износа: $w = 0{,}8\ мм$ и $w = 0{,}25\ мм$. Так как скорость подачи и частота вращения шпинделя постоянны, то постоянной остается $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм$.

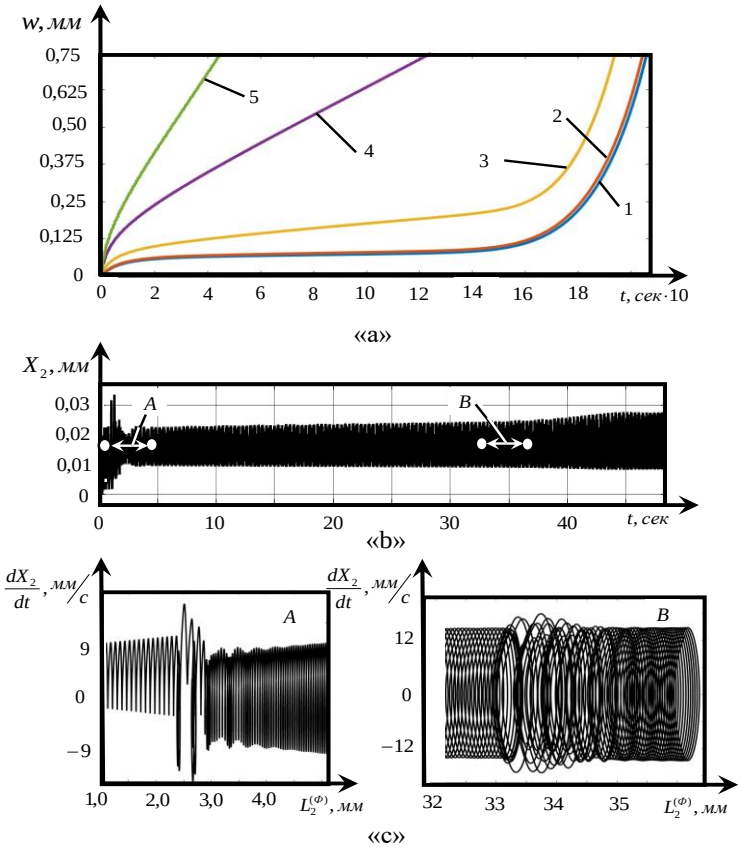


Рис. 4.21 – Изменение эволюции: «a», пример эволюционной характеристики возмущенных деформаций «b» в направлении X_2 и фрагменты фазовых траекторий в плоскости $(L_2 + X_2) - dX_2/dt$ «c»

Следовательно, масштаб перемещения суппорта отличается на постоянную величину от масштаба времени. Например, времени $t_0 = 200\ сек$ (кривые №1 и №2 на рис. 4.22 «a») соответствует путь, равный $L_0 = 200\ мм$. При увеличении ΔS_0 наблюдается монотонное уменьшение стойкости со времени $t_0 = 200{,}0\ сек$ (кривые №1, №2 на рис. 4.21 «a») до $t_0 = 40{,}0\ сек$ (рис. 4.21 «b»). Эти значения получены при $k_э = 10$, $k_э$ – масштабный коэффициент, ускоряющий вычисления. Поэтому путь резания до критического износа будет: $L_0 = 2000\ мм$ и $L_0 = 400\ мм$. При отсутствии вариаций площади $\Delta S_0 = 0{,}0$ точка равновесия является устойчивой практически на всем пути, за исключением небольшого терминального участка. Тогда формируется предельный цикл, параметры которого изменяются в зависимости от ΔS_0 (см. рис. 4.21 «c»). На начальном этапе предельному циклу соответствуют колебания с частотой внешнего возбуждения. Амплитуда и частота преобразованного предельного цикла после переходных процессов изменяется. Для иллюстрации этих изменений удобно проанализировать фазовые портреты системы. На рис. 4.21 «c» приведены два фрагмента фазовых портретов, которые соответствуют участкам «A» и «B» на временной траектории рис. 4.21 «b».

Фазовые портреты приведены для траекторий по направлению оси L_2. На иллюстрации $L_2^{(\Phi)}(t) = L_2(t) - X_2(t)$ - траектория вершины инструмента в предположении, что заготовка является абсолютно жесткой. В этом случае деформации по направлению $X_2(t)$ рассматриваются в подвижной системе координат, движение которой задается траекторией $L_2(t) = \int_0^t V_2(\xi) d\xi$. Так как $V_2 = const$, то $L_2(t) = V_2 t$, то есть при рассмотрении фазовой траектории $X_2(t) - dX_2(t)/dt$ удается раскрыть ее изменение по пути (рис. 4.21 «c»). Приведено два фрагмента фазовых траекторий для режима № 5. На рис. 4.21 «b» для этого же режима приведен пример временной траектории $X_2(t)$.

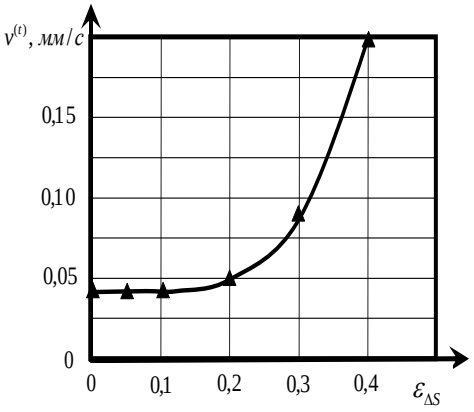


Рис. 4.22 – Зависимость скорости изнашивания от безразмерной амплитуды колебаний площади срезаемого слоя

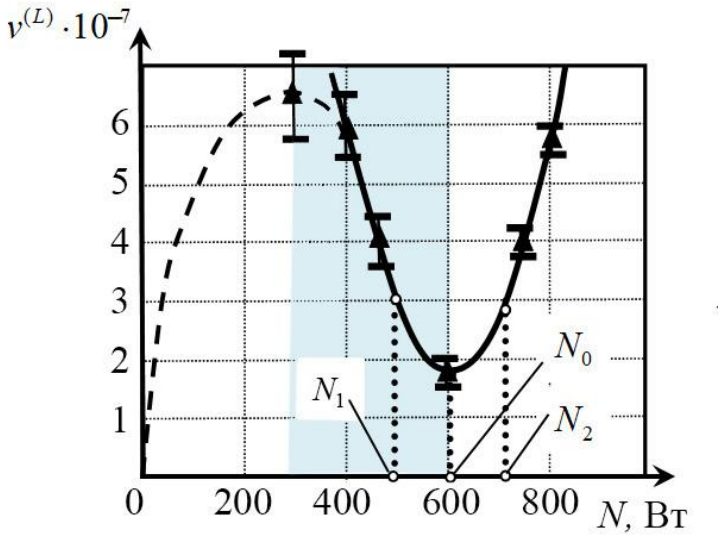


Рис. 4.23 – Изменение интенсивности изнашивания в зависимости от мощности N необратимых преобразований энергии

График изменения скорости изнашивания приведен в зависимости от безразмерной амплитуды $\varepsilon_{\Delta S} = \Delta S_0 / S$ (рис. 4.22). Отметим быстрое увеличение скорости изнашивания, начиная с $\varepsilon_{\Delta S} = 0{,}2$. График вычислен для режимов: $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$, $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм$ и $V_P = 2{,}4\ м/с$. Вариации скорости резания изменяют начальные значения скорости изнашивания и смещают точку перегиба в кривой на рис. 4.22. Начальное значение интенсивности и скорости изнашивания зависит от выделяемой энергии, приведенной к площади контакта. По мере увеличения скорости наблюдается экстремум. Первичной причиной экстремального его изменения является не скорость, а мощность необратимых преобразований, изменяющаяся не

только в функции скорости, но и во всех параметрах динамической системы. Причем, расхождение точки экстремума при ее анализе в функции скорости и энергии необратимых преобразований возрастает по мере увеличения частоты колебаний.

На рис.4.23 приведены экспериментальные изменения $v^{(L)}$ при обработке стали 10ГН2МФА в зависимости от мощности до износа 0,2 мм. В диапазоне (0,7-3,0) м/с зависимость $v^{(L)}(N)$ аппроксимируется выражением

$$v^{(L)}(t) = \alpha^{(w)}\{1{,}8 + \beta^{(w)}[N(t) - 600]^2\} \tag{4.26}$$

где $\alpha^{(w)}$ - безразмерная величина; $\beta^{(w)}$ - параметр размерности Bm^2. При обработке жаропрочных сталей $\alpha^{(w)} = (0{,}9 - 1{,}1)\cdot 10^{-7}$. Зависимость $v^{(L)}(N)$ имеет три выраженных участка: два участка нарастания $dv^{(L)}/dN \rangle 0$ (не затемнены); участок $dv^{(L)}/dN \langle 0$ (затемненный участок). В затемненной области приращению мощности соответствует уменьшение интенсивности изнашивания. В точке N_0 наблюдается перегиб, и на участке «$N_0 - N_2$» она возрастает. После точки N_0 можно уменьшать мощность, например, путем уменьшения скорости резания. Тогда мы получим траекторию скорости в функции износа (или перемещения L_2), при которой интенсивность изнашивания минимальна. Это согласуется с известными предложениями о существовании оптимальной температуры. Если рассматривать влияние вибраций на интенсивность изнашивания формально, без учета внутренней динамической перестройки, то в точках N_1 и N_2 интенсивность изнашивания увеличивается при возрастании амплитуды, за исключением точки N_0. Для оценивания $N(t)$ воспользуемся оператором ее эффективного значения

$$\widehat{N}^{(X_i)}(\Delta X_2 \Omega_0) = \frac{\alpha^{(w)}}{T^{(X_i)}} \int_{t-T^{X_2}}^{t} \{1{,}8 + \beta^{(w)}[N(\xi) - 600]^2\}\, d\xi, i = 2{,}3. \tag{4.27}$$

Приведенные особенности характеризуют один из эффектов эволюции износа. Однако эволюция зависит от свойств всей динамической системы и ее параметров, изменяющихся по мере развития износа. Это функционально связанные эво

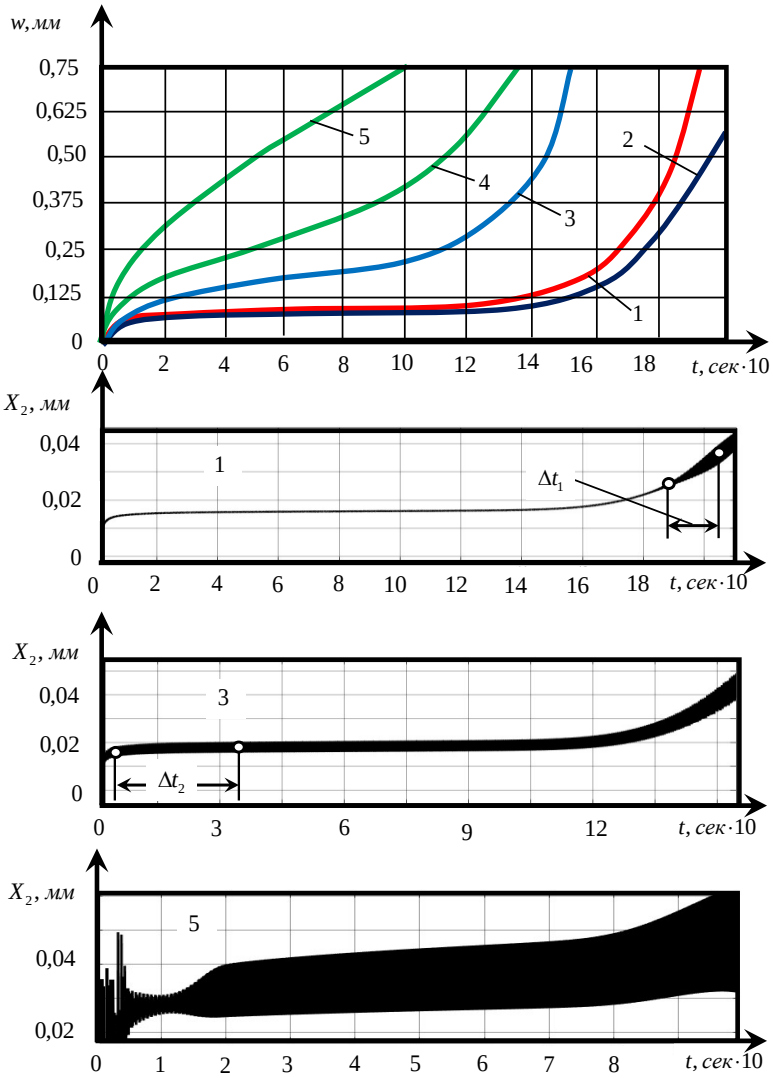


Рис 4.24 – Диаграммы эволюции износа «a» и примеры траекторий деформационных смещений в направлении X_2 «b»

люционные процессы, которые проявляются в частотном диапазоне, лежащем в окрестностях собственных частот. Это частотный диапазон (0,5-1,5) кГц. Так как в ходе эволюции изменяются практически все параметры динамической связи, то в зависимости от начальных их значений возможны все эффекты вибрационной динамики, изложенные ранее. Рассмотрим пример колебаний с частотой $\Omega = 0{,}8\ кГц$ (рис. 4.24) и амплитудами: $\Delta X_0 = 0$ (кривая 1), $\Delta X_0 = 1 \cdot 10^{-3}\ мм^2$ (кривая 2), $\Delta X_0 = 5 \cdot 10^{-3}\ мм^2$ (кривая 3), $\Delta X_0 = 1 \cdot 10^{-2}\ мм^2$ (кривая 4), $\Delta X_0 = 5 \cdot 10^{-2}\ мм^2$ (кривая 5). Отметим практически полное совпадение кривых «1» и «2». Они соответствуют малым амплитудам. В зависимости от начальной мощности и принятого критического износа изменяется величина и существование оптимальной амплитуды ΔX_0. Причем, оптимальное значение изменяется вдоль эволюционной траектории. Здесь амплитуда и частота дополнительных колебаний, как и технологические режимы, выступают в качестве дополнительных управляющих параметров, влияющих на эволюционную траекторию (рис. 4.25).

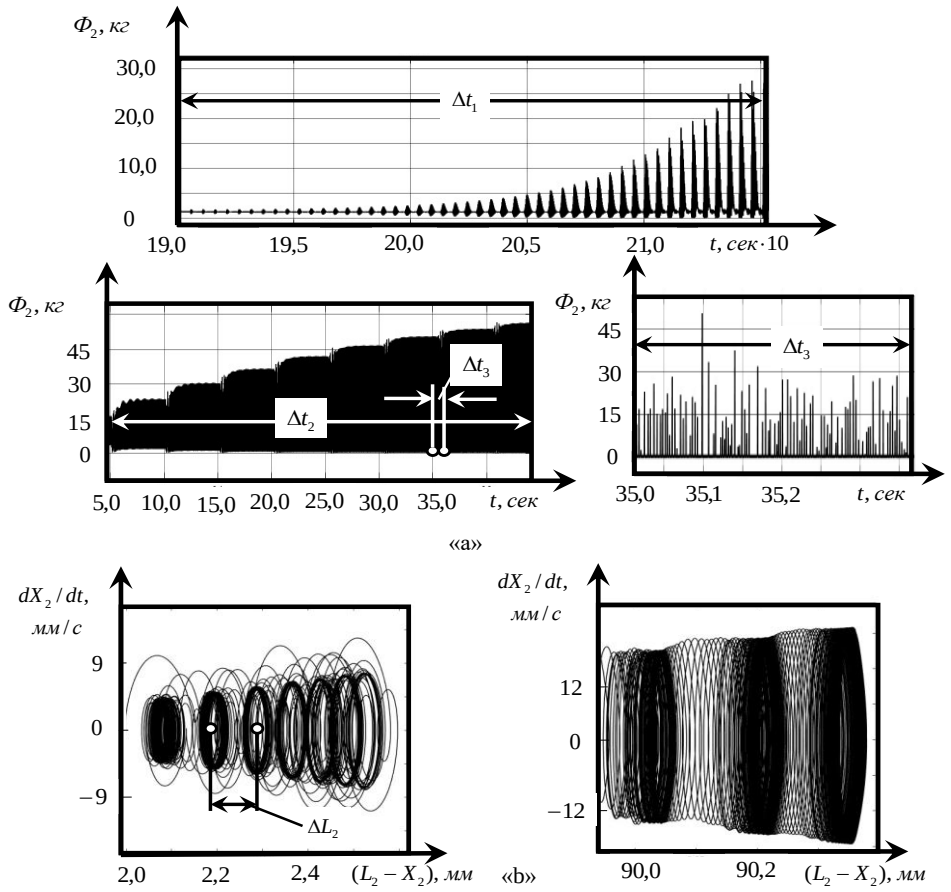


Рис. 4.25 – Фрагменты траекторий сил, действующих на задние грани «a», и фазовых траекторий движения вершины инструмента в направлении X_2 «b»

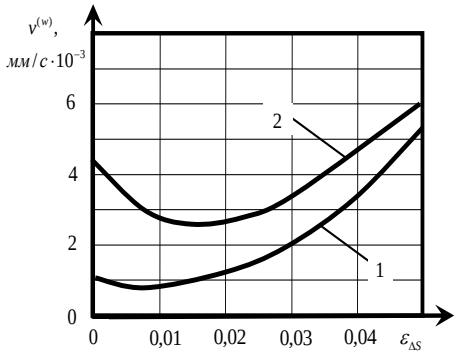


Рис. 4.26 – Зависимость скорости изнашивания от безразмерной амплитуды колебаний площади срезаемого слоя: 1- величина критического износа равна 0,5 мм; 2 – величина критического износа равна 0,8 мм

На рис. 4.26 представлены две зависимости средней скорости изнашивания, соответствующие режиму, приведенному на рис. 4.25, для двух значений критического износа. Под средней скоростью изнашивания понимается ее значение при неизменных режимах и параметрах колебаний. Зависимость средней скорости изнашивания от терминальной величины износа показывает, что оптимальные значения амплитуды изменяются в процессе развития износа. Таким образом, здесь также необходимо рассматривать оптимальную траекторию управляемых дополнительных колебаний по пути резания. Дополнительно необходимо учитывать влияние высокочастотных вибраций на динамические свойства в низкочастотной области. Это эф-

фекты вибрационной стабилизации, это вибрационная линеаризация нелинейных неоднозначных зависимостей сил от упругих деформаций, наконец, это все параметрические эффекты, в том числе параметрическое самовозбуждение.

На рис. 4.27 «b» приведены примеры фазовых траекторий деформаций в системе координат $L_2^{(\Phi)} = L_2 - X_2$ (ось абсцисс) и dX_2 / dt (ось ординат).

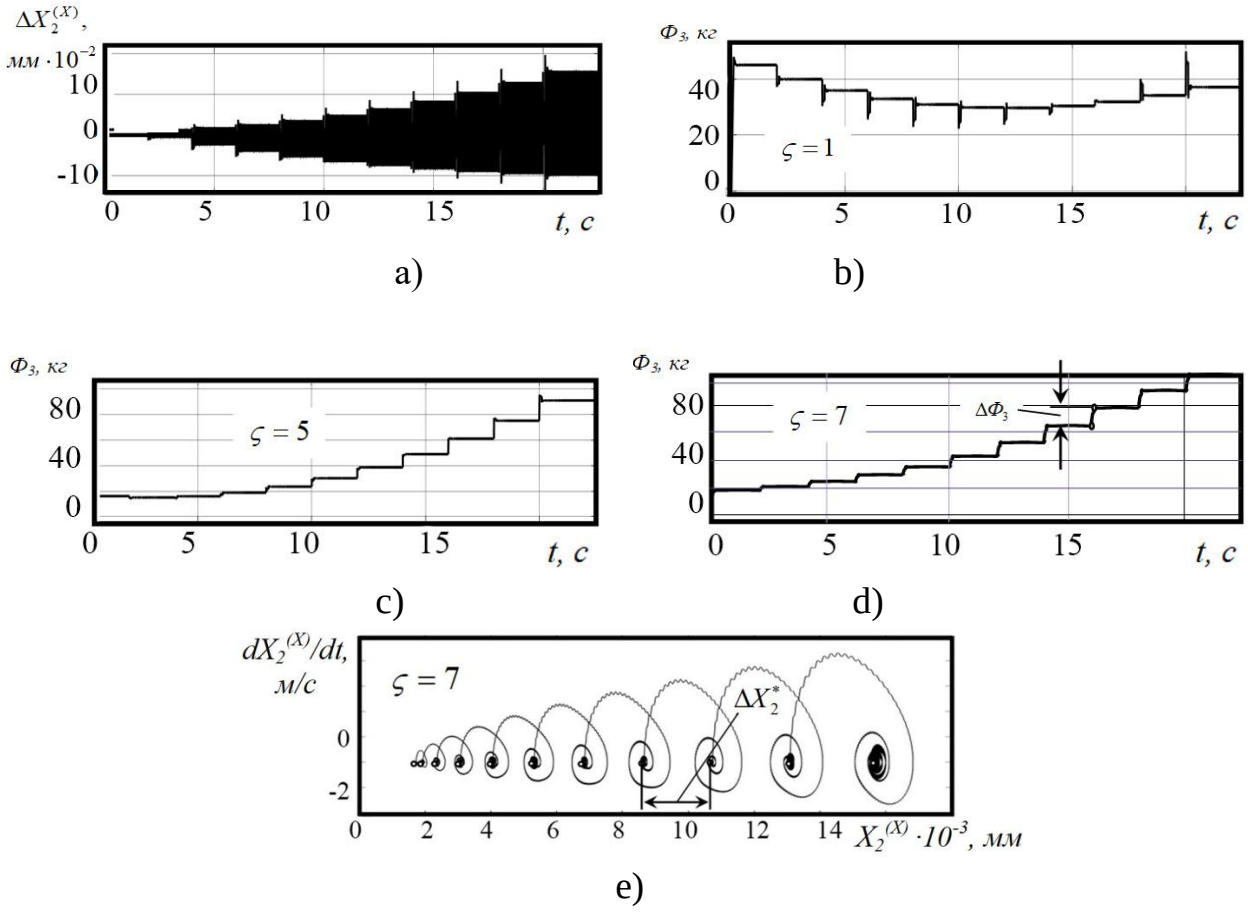


Рис. 4.27 – Влияния вынужденных ВЧК на тангенциальные составляющие сил контактного взаимодействия: «a» – траектории вынужденных колебаний; «b»- траектория Φ_3 при $\alpha = 6^0$; «c»- при $\alpha = 4^0$; d- при $\alpha = 2^0$; «e»- пример фазовой траектории деформаций [208]

На иллюстрациях заметны периодические преобразования предельных циклов с частотой, близкой к частоте дополнительных колебаний. Заметно не равномерное их перемещение по направлению оси L_2, а скачкообразное смещение периодических движений от одного центра группирования к другому, сдвинутому на некоторую величину ΔL_2. Причем эти низкочастотные пространственные смещения изменяют свой шаг ΔL_2 в ходе эволюции. Расстояния между «центрами их

группирования» в ходе эволюции постепенно нивелируются. В терминальной области развивается хаотическая динамика.

Наибольшее количество публикаций в области влияния ВЧК относятся к УЗК (в пределах (15,0 – 30,0) кГц) [81-94]. Они выполняются уже более пятидесяти лет, но единого мнения на механизмы влияния УЗК на процесс резания отсутствует. На наш взгляд, это определяется множеством противоречивых физических явлений, которые необходимо учитывать. Во-первых, сложность оценивания колебаний. Очевидно, в зоне резания в зависимости от импеданса акустической нагрузки даже измеренным амплитудам колебательных смещений соответствуют некоторые значения колебательных напряжений, которые в большей степени влияют на взаимодействия. Достаточно привести пример синхронных и синфазных колебательных смещений инструмента и заготовки, при которых в зоне резания не выделяется энергия. Более качественную информацию давали бы оценки акустического импеданса нагрузки. Во-вторых, необходимо принимать во внимание молекулярные и термодинамические процессы, зависящие от активной составляющей импеданса нагрузки. Отметим необходимость согласования волновода, с помощью которого вводятся в зону резания колебания, с волновыми свойствами заготовки и всей технологической оснастки. Как правило, условия согласования противоречат технологическим требованиям. Также отметим.

1. Следовательно, перераспределение интегральных и циклических сил в области стружкообразования уменьшает эффективные силы в области задней грани.

2. Увеличение амплитуды приводит к возрастанию усредненных за период колебаний сил Φ_2 и Φ_3, обусловленных сближением задних граней и заготовки.

Совместное действие этих эффектов может вызвать образование амплитуды, при которой мощность $N(t)$ принимает минимальное значение. Этот эффект зависит от заднего угла инструмента. При $\alpha = 4^0$ он слабо выражен, а при $\alpha = 2^0$ исчезает. Следовательно, по мере увеличения износа оптимальное значение амплитуды уменьшается, и он может исчезать полностью. На рис. 4.27 «е» также дан

пример фазовой траектории $X_2 - dX_2/dt$, соответствующей изменению силы на рис. 4.27 «d». Смещение ΔX_2^* точки равновесия вызваны влиянием колебаний на $\hat{\rho}$ и зависимостью от них $\hat{\mathbf{\Phi}}$.

При колебаниях $\Delta V_3 \sin(\Omega_0 t)$ в направлении V_3 эти эффекты нивелируется. Кроме этого, при малых скоростях имеет место сближение задней грани инструмента и заготовки, что образует дополнительные силы. В результате обнаруживается эффект, аналогичный действию циркуляционных сил, которые вызывают формирование круговых траекторий движения вершины инструмента. Однако скорости V_3, при которых обнаруживаются эти эффекты, как правило, значительно ниже оптимальной. Проанализируем изменение мощности N (рис. 4.28) в зависимости от амплитуды при $\Omega_0 = 10{,}0\ кГц$. Рассматривается зависимость N от ΔX_2 (рис. 4.28 «a») и ΔX_3 (рис. 4.28 «b»). Видно, что существуют амплитуды, при которых N принимает минимальное значение. Все данные относятся к начальному этапу эволюции износа.

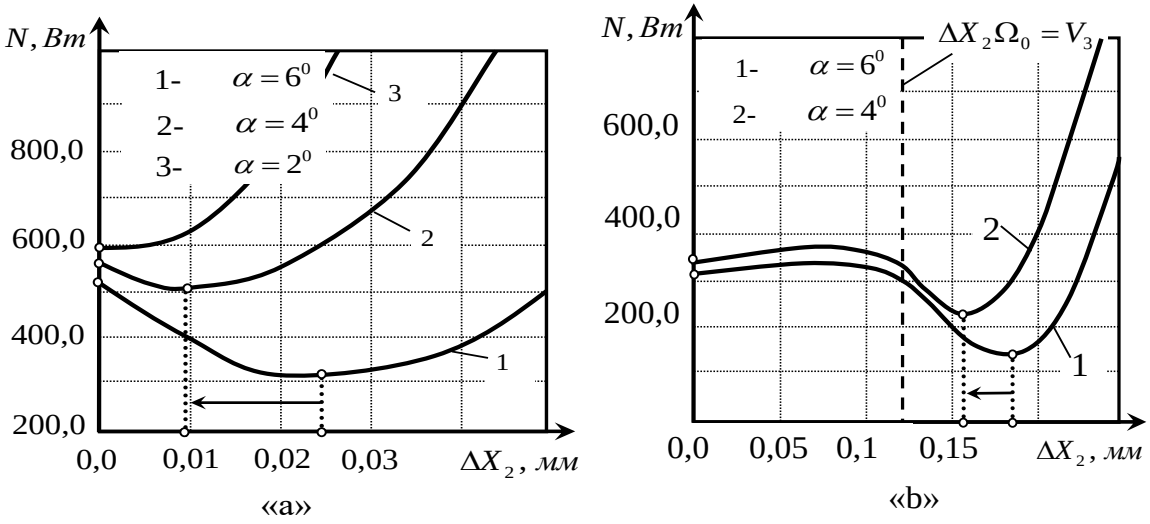


Рис.4.28 – Влияние колебаний на N и $\nu^{(L)}$: a – изменение N в зависимости от амплитуды в направлении X_2; b - изменение N в зависимости от амплитуды в направлении X_3

Приведем также экспериментальные данные по влиянию УЗК на изнашиваемость резцов с припаянными пластинками из Т15К6 без СОЖ (рис. 4.29). Мощность ультразвукового преобразователя равна 1,5 кВт, интенсивность колебаний оценивалась двойной амплитудой колебательных смещений. Система имела автоматическую подстройку

частоты генератора под резонанс, который смещался в зависимости от акустического сопротивления, формируемого резанием. На рис. 4.29 приведены изменения износа по пути L_2. Данные на рис. 4.29 согласуются с результатами цифрового моделирования. При этом варьирование амплитуды колебаний было ограничено в пределах 10,0-15,0 мкм. К тому же необходимо анализировать амплитуду в процессе резания и рассматривать колебательные смещения инструмента относительно заготовки. Этим объясняется практическое отсутствие эффективности при колебаниях в направлении X_3 (рис. 4.29 «c»).

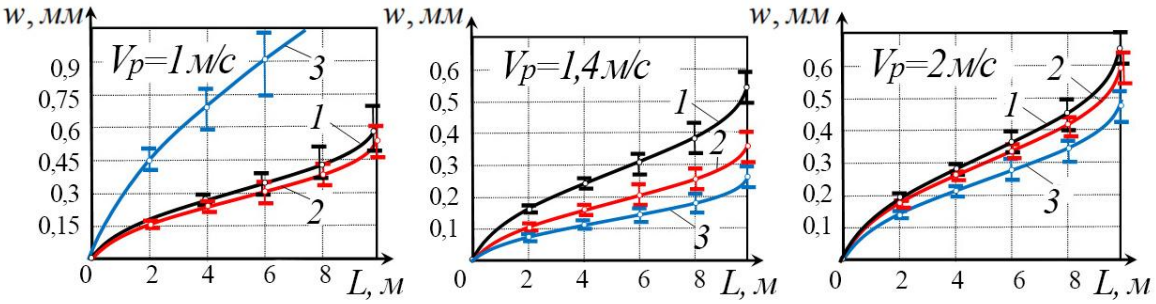


Рис.4.29 – Зависимость стойкости инструмента от амплитуды колебательных смещений в направлении подачи («a», «b») и скорости резания («c») [208]: 1 – амплитуда колебательных смещений $\Delta X_2 = 0$; 2 – ΔX_2=5 *мкм*; 3 – ΔX_3=10 *мкм*

Реально существующие возмущения не являются детерминированными. Поэтому стоит вопрос о справедливости таких упрощений, как рассмотрение дополнительных воздействий в виде гармонических колебаний.

Приведем пример эволюции системы, возмущенной вариациями площади срезаемого слоя в виде широкополосного в частотной области сигнала, по своим свойствам близкого к «белому» шуму (рис. 4.30). Для моделирования этого сигнала воспользуемся программой генерирования «белого» шума в системе MatLab-Simulink. Генерируемую программой временную последовательность с размахом колебаний равным ΔS_0 мы назовем интенсивностью белого шума. Модель временной последовательности деформаций в направлении X_2, соответствующей сигналу «белого» шума, приведена на рис. 4.30 «a». Представлены две реализации в различных масштабах времени. Траектория деформаций в процессе эволюции приведена на рис. 4.30 «b», а нормированные к дисперсии спектры этих сигналов для реализаций по всей временной оси даны на рис. 4.30 «c». Реальный сигнал не

может рассматриваться как идеальный «белый» шум. В данном случае речь идет о возмущении, спектр которого в определенном диапазоне частот является близким к равномерному, причем этот диапазон располагается выше собственных частот колебаний инструмента и заготовки.

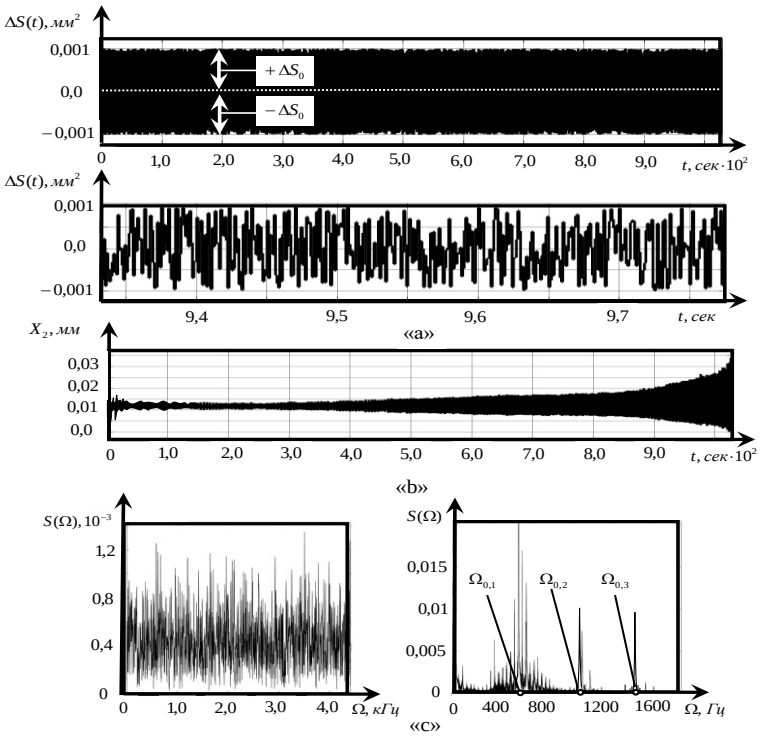


Рис. 4.30 – Пример эволюции деформаций инструмента при возмущении вариациями площади срезаемого слоя типа «белого шума»: «a» – временная последовательность возмущений; «b»- временная последовательность деформаций в направлении X_2; «c» – автоспектры, соответствующие возмущению и деформационным смещениям

При воздействии такого возмущения возникающие деформационные колебания инструмента и заготовки определяются уже не только характеристиками самого возмущения, но и динамическими свойствами станка, инструмента и заготовки. Поэтому в спектре деформационной реакции проявляются особенности динамической системы резания, что хорошо видно на автоспектрах, приведенных на рис. 4.30, «c». Здесь левый спектр соответствует широкополосному возмущению, интерпретируемому как «белый» шум, на правой иллюстрации приведен усредненный спектр. На нем видны всплески, находящиеся вблизи собственных частот колебательных контуров на частотах $\Omega_{0,1} = 0{,}7\ кГц$, $\Omega_{0,2} = 1{,}0\ кГц$ и $\Omega_{0,3} = 1{,}5\ кГц$. Временная последовательность (рис. 4.30, «a») является стационарным случайным процессом с математическим ожиданием во времени и в пространстве равным нулю. Максимальные отклонения временной последовательности $\pm\Delta S_0$ от нуля характеризуют интенсивность временной последовательности типа «белого» шума. Это некоторый аналог амплитуды периодических колебаний.

Не останавливаясь на деталях, сравним зависимость скорости изнашивания $v^{(w)}$ от относительной интенсивности колебаний $\varepsilon_{\Delta S}$ при возбуждении синусоидальных колебаний и колебаний в виде «белого» шума (рис. 4.31). Величина критического износа равна 0,8 мм. Наблюдаемое заметное увеличение интенсивности эволюционных изменений проявляется в увеличении средней скорости изнашивания инструмента. Заметим, что в наших теоретических и экспериментальных исследованиях невозмущенной системы всегда формирование хаотической динамики возникает при достижении износа состояния критического изнашивания.

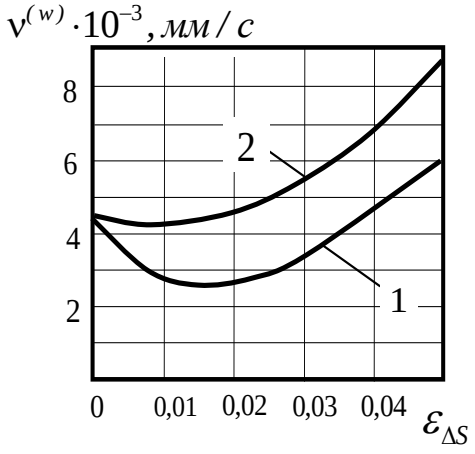


Рис. 4.31 – Зависимость скорости изнашивания от безразмерной интенсивности колебаний площади срезаемого слоя: 1- детерминированные и 2 – случайные колебания

4.5 Обобщение свойств эволюционной динамики. Выводы

Анализ системы уравнений (4.12), описывающей эволюционные изменения ДСР, показывает, что она является структурно неустойчивой. Однако неустойчивость системы проявляется в направлении эволюционных преобразований системы, представляющих единство эволюционных изменений параметров, и соответствующих им траекторий деформаций, сил и мощности необратимых преобразований. Сами же эволюционные траектории, как правило, характеризуют в пространстве деформационных смещений притягивающие множества, то есть формируемые внутренне взаимосвязанные эволюционные траектории являются устойчивыми. Здесь следует провести аналогию с орбитально асимптотически устойчивыми предельными циклами при анализе автоколебаний или вынужденных периодических колебаний. Отметим уникальные свойства эволюционных преобразований.

4.5.1. Необратимым преобразованиям энергии соответствуют необратимые преобразования параметров системы, например, износа инструмента. Причем, все

эволюционные траектории могут обладать высокой чувствительностью к малым вариациям начальных параметров ДСР, прежде всего, к малым вариациям параметров динамической связи. Они чувствительны и к изменениям внешних неуправляемых возмущений. Поэтому одним из важнейших свойств ДСР является чувствительность эволюции к малым вариациям начальных параметров или возмущений.

4.5.2. Вариациям начальных параметров соответствуют эволюционные траектории, которые вдоль траектории совершенной работы монотонно удаляются друг от друга. Множеству вариаций начальных параметров соответствует трубка эволюционных траекторий, которая является расходящейся. Эта трубка имеет предельные значения, которым соответствует критическое значение одного из параметров, например, износа инструмента. Именно достижение критического значения трубки определяет необходимость переналадки инструментальной подсистемы станка.

4.5.3. Подсистемы станка, взаимодействующие с процессом резания, находится вдали от равновесия. Согласно И. Пригожину [129-131], это должно приводить к формированию диссипативных структур. Более того, наблюдаются бифуркации притягивающих множеств деформаций. Например, если имеют место бифуркации типа вилки, то предсказание дальнейшей эволюции системы не представляется возможным. В этом принципиальное ограничение приведенного математического инструментария для прогнозирования изменения свойств резания.

4.5.4. Специально вводимые в зону резания дополнительные ВЧК изменяют эволюционные свойства системы за счет изменения эффективных значений параметров формируемых процессом резания динамической связи. ВЧК могут стабилизировать траектории в низкочастотной области за счет линеаризации нелинейных связей, формируемых резанием. В зависимости от амплитуды и направления суммарных колебаний они могут улучшать и ухудшать динамические свойства системы, изменяя эволюцию системы, в том числе интенсивность изнашивания инструмента. В общей постановке они являются дополнительным управляющим фактором эволюционных свойств системы.

4.5.5. На свойства эволюции оказывают влияние все координаты пространства состояния системы резания. Поэтому рассмотрение эволюции, как и динамической системы резания, в виде отдельной независимой подсистемы, строго говоря, является несправедливым, то есть эволюция динамической системы резания является эмерджентной.

4.5.6. Разработанные математические модели могут стать базой для создания цифрового двойника управляемого процесса резания, позволяющего не только выполнять функции динамического мониторинга состояния процесса резания, но и обеспечивать коррекцию управляющих программ системы ЧПУ.

Глава 5. Связь выходных свойств процесса резания с траекториями пространства состояния

Материал, изложенный в предыдущих главах, показывает сложность, взаимозависимость и разнообразие эффектов в динамической системе резания. Фактически в этих главах рассмотрены свойства эмерджентной динамической системы резания, анализируемой в рамках динамики механических систем. Однако целью системы является изготовление деталей заданного качества при минимизации приведенных затрат. Поэтому рассмотренные в этих главах свойства необходимо трансформировать в выходные характеристики обработки, прежде всего, в показатели качества деталей и интенсивность изнашивания инструмента, от которой зависят затраты на изготовление. В понятие качества включаются геометрические характеристики поверхности детали (ее геометрическая топология) и свойства поверхностного слоя [256, 257]. В настоящем исследовании мы ограничимся геометрическими показателями в единстве макро геометрии и микрорельефа. Эти характеристики, требования, которые зависят от условий эксплуатации, регламентируются ГОСТом. Например, для оценивания шероховатости используется ГОСТ 2785-59. Все многообразие затронутых вопросов относятся к оцениванию связи координат пространств $\Re_L^{(3)}$ и $\Re_X^{(3)}$ с выходными характеристиками процесса резания. В процессе обработки необходимо обеспечить условия

$$\mathbf{G} \subset \mathbf{G_0} = \{G_{1,0}, G_{2,0}, ...G_{s,0}\}^T \in \Re_{\mathbf{G}}^{(\mathbf{S})},\ \mathbf{Q} \subset \mathbf{Q_0} = \{Q_{1,0}, Q_{2,0}, ...Q_{m,0}\}^T \in \Re_{\mathbf{Q}}^{(\mathbf{m})}\ , \qquad (5.1)$$

где $\mathbf{G}_0$ - допустимые вариации качества; $\mathbf{Q}_0$ - допустимые вариации состояния. Таким образом, ставится задача выяснения правил $\aleph_{\mathbf{G}}$ и $\aleph_{\mathbf{Q}}$, с помощью которых можно оценивать $\mathbf{G} \in \Re_{\mathbf{G}}^{(\mathbf{S})}$ и $\mathbf{Q} \in \Re_{\mathbf{Q}}^{(\mathbf{m})}$ непосредственно в процессе обработки и (или) при моделировании системы на основе использования виртуальной цифровой модели. Формально эти правила можно представить в виде

$$\begin{cases} \mathbf{G} = \aleph_{\mathbf{G}}\{\mathbf{U, L, X, Y, F, \Phi}\} + \mathbf{E_G}; \\ \mathbf{Q} = \aleph_{\mathbf{Q}}\{\mathbf{U, L, X, Y, F, \Phi}\} + \mathbf{E_Q}, \end{cases} \qquad (5.2)$$

где $\aleph_{\mathbf{G}}$, $\aleph_{\mathbf{Q}}$ - операторы отображения координат пространств $\Re_U^{(n)}$, $\Re_L^{(3)}$, $\Re_X^{(3)}$ в показатели качества и состояния процесса; $\mathbf{E_G}$, $\mathbf{E_Q}$ - остатки, обусловленные влиянием

неучтенных физических взаимодействий, не включенных в расширенное пространство состояния динамической системы резания. По материалам этой главы опубликованы автором следующие работы [160, 258-278].

5.1 Преобразование траекторий формообразующих движений в геометрическую топологию

Геометрическая топология поверхности детали $\Im(\mathbf{L},\mathbf{X},\mathbf{Y})$ представляет собой полигон координат задаваемых суммарными деформациями подсистемы инструмента **X** и заготовки **Y** (рис.5.1), которые рассматриваются в подвижной вдоль вала системой координат, задаваемой ТИЭС: $\mathbf{L}=\{L_1=const,\ L_2=V_2t,\ L_3=V_3t\}^T$, $\mathbf{V}=\{V_1=0,V_2=const,V_3=const\}^T$.

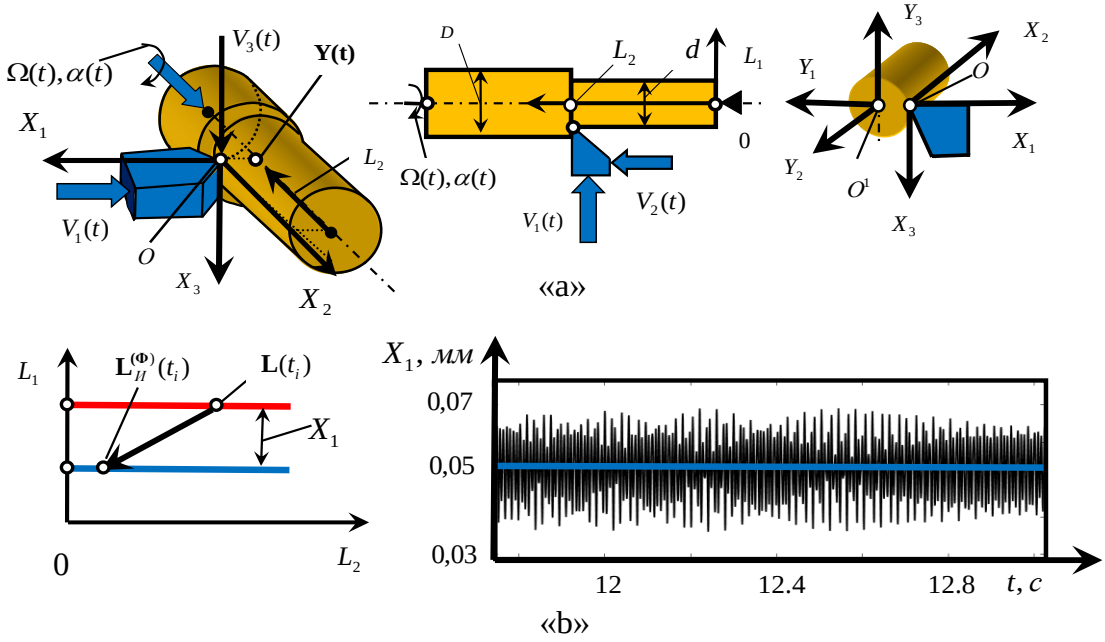


Рис. 5.1 – Схема преобразования траекторий в пространстве формообразующих движений

Причем, $L_1=d/2$ определяет глубину резания $t_P^{(0)}=0{,}5(D-d)$; $V_3=V_P=\pi D\Omega$ - скорость резания; $S_P^{(0)}=V_2(\Omega)^{-1}$ - подачу без упругих деформаций. Траектории **L** и **V** определяют движение подвижной системы координат, в которой задаются деформации **X** и **Y**. На рис. 5.1 «b» для момента t_i показано упругое смещение вершины инструмента в плоскости $\{X_1, X_2\}$. Там же приведен пример траектории

деформаций в направлении X_1. Это направление, по которому образуется основная геометрическая погрешность.

Если деформации и силы не влияют на геометрический след, то в пространстве $\Re_L^{(3)}$ мы будем иметь отображение $\Im_0(\mathbf{L},\mathbf{X},\mathbf{Y})$, представленное отрезками в плоскости «$L_2 - L_3$», расстояния между которыми равно $S_P^{(0)}$ (рис. 5.2).

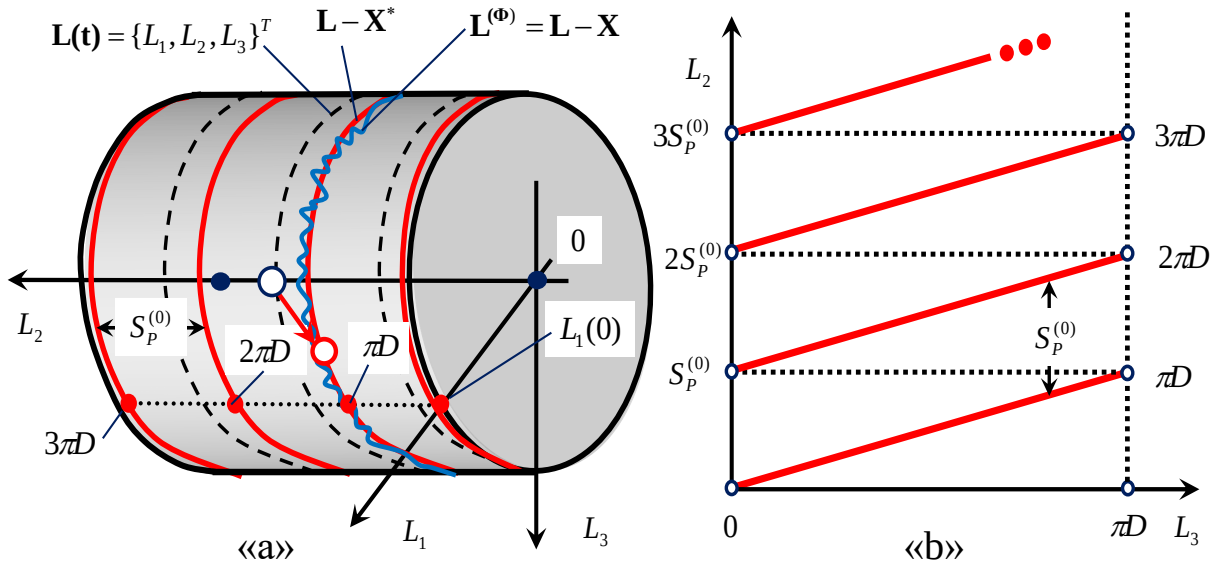


Рис. 5.2 – Схема отображения смещений инструмента в пространстве «a» в полигон «скелетной» геометрической топологии «b» при постоянных технологических режимах

Каждый отрезок по оси L_3 представляет прямую линию, угол наклона которой зависит от отношения скоростей V_3 и V_2. Если рассматривать след от траектории формообразующих движений $\mathbf{L}^{(\Phi)} = \mathbf{L} - \mathbf{X}$, то он будет сдвинут на величину упругих деформаций. При устойчивых ТФД сдвиг относительно **L** будет оставаться постоянным, что представлено на рис. 5.2 «a» сдвинутой красной линий относительно черной пунктирной линии. В этом случае геометрическую топологию можно представить в виде прямых на плоскости «L_2-L_3» и обозначается $\Im_0(\mathbf{L},\mathbf{X},\mathbf{Y})$. Но в третье главе показано, что реальные ТФД являются всегда возмущенными и деформационные смещения **X, Y** уже не являются линией, а представляют траекторию относительно следа вершины инструмента (синяя кривая на рис. 5.2 «a») или отклонения от заданной по программе ЧПУ. Полученная топология формирует понятие «скелетной» $\Im_c(\mathbf{L},\mathbf{X},\mathbf{Y})$ (рис. 5.3).

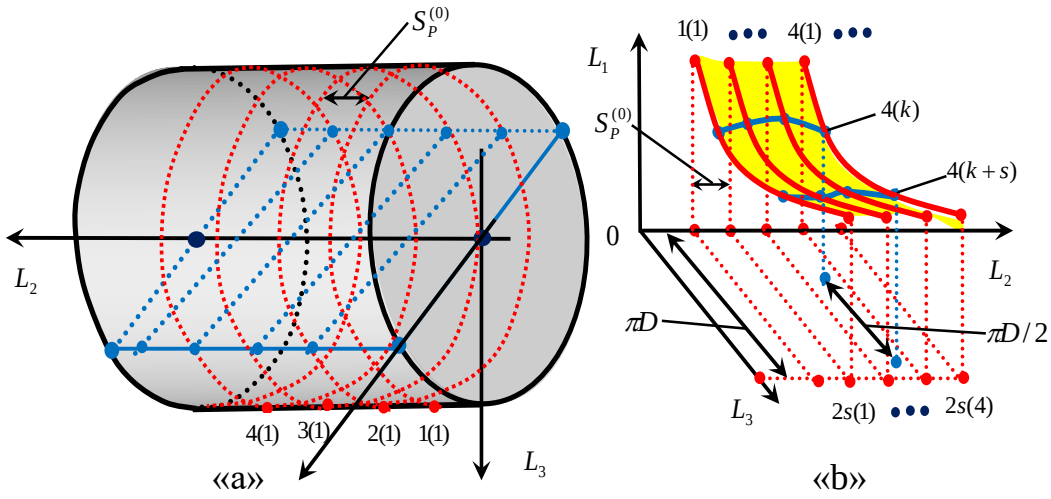


Рис. 5.3 – Представление формирования пространственной «скелетной» геометрической топологии: «a» – схема образования пути от вершины инструмента по поверхности заготовки (красная линия), «b» - отображение траекторий в пространстве

Важным замечанием является то, что топология $\mathfrak{I}_c(\mathbf{L,X,Y})$ не учитывает влияние физических взаимодействий типа молекулярно-механических, термодинамических, физико-химических и пр., которые в совокупности представляют расширенное физическое пространство состояния $\mathbf{Z(t)} = \{Z_1(t), Z_2(t), ...Z_n(t)\}^T \in \mathfrak{R}_{\mathbf{Z}}^{(\mathbf{n})}$. Она учитывает только те взаимодействия, которые обусловлены механикой вершины инструмента. Геометрическую топологию, которая учитывает все физические взаимодействия, обозначим $\mathfrak{I}(\mathbf{L,Z,Y})$, а погрешности в (5.2) равны $\mathbf{E_G} = \mathfrak{I}(\mathbf{L,X,Y}) - \mathfrak{I}_c(\mathbf{L,X,Y})$. Рассмотрим алгоритм построения пространственного полигона топологии [260] $\mathfrak{I}_C(\mathbf{L,X,Y})$. Для этого ТФД и ТИЭС задаются в виде массивов координат $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$, $\mathbf{L}(t)$ соответственно, а суммарные погрешности в виде массива $\mathbf{\Delta(t)}$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{L_i(t)} = \{L_i(\Delta t), L_i(2\Delta t), ...L_i(k\Delta t)\},\ i = 1,2,3,\ k = 2s \cdot l;\\
&\mathbf{L_i^{(\Phi)}(t)} = \{L_i^{(\Phi)}(\Delta t), L_i^{(\Phi)}(2\Delta t), ...L_i^{(\Phi)}(k\Delta t)\},\ i = 1,2,3,\ k = 2s \cdot l;\\
&\mathbf{\Delta}_i\mathbf{(t)} = \{\Delta_i(\Delta t), \Delta_i(2\Delta t), ...\Delta_i(k\Delta t)\},\ i = 1,2,3,\ k = 2s \cdot l,
\end{aligned} \qquad (5.3)$$

При условии: $V_1 = 0$, $L_1(0) = d/2 = const$, $V_2 = const$, $\Omega = const$. Выберем Δt так, чтобы

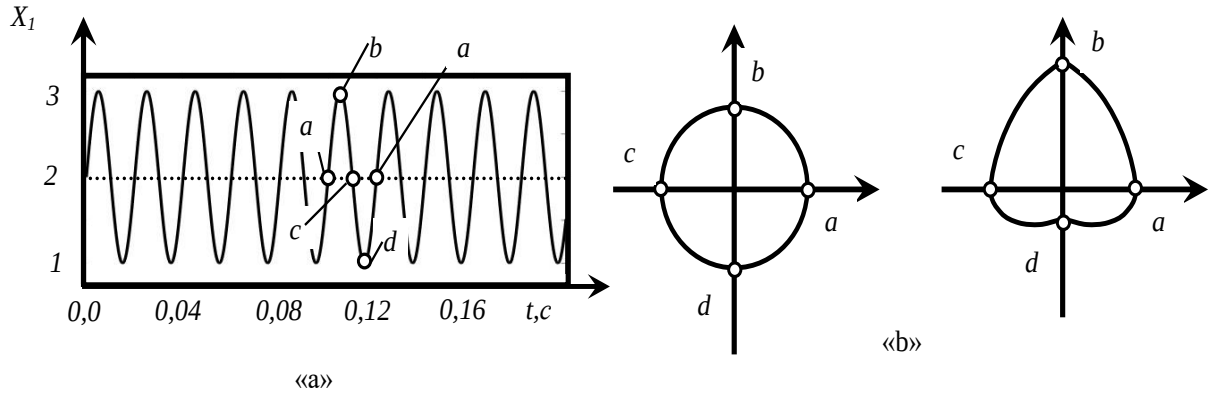
$$\Delta t \cdot 2s = (\Omega)^{-1};\ 2s \cdot l = k;\ l \cdot S_P^{(0)} = L_{2,0}, \qquad (5.4)$$

где $L_{2,0}$ - длина обработанного вала. Для отклонения $\mathbf{\Delta}_i(n\Delta t)$ в момент $n\Delta t$ существует его отображение в Евклидовом пространстве $\mathbf{L}(n\Delta t) \in \Re_L^{(3)}$. Они имеют следующий смысл: последовательности $\mathbf{\Delta}_1(\mathbf{t})$ дают высотные отклонения, а $\mathbf{\Delta}_2(\mathbf{t})$ и $\mathbf{\Delta}_3(\mathbf{t})$– шаговые в плоскости $L_2 - L_3$. Для анализа скелетной геометрической топологии $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ главное значение имеют высотные отклонения $\mathbf{\Delta}_1(\mathbf{t})$. Тогда топологию $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ можно задать в виде матрицы

$$\Im_C(\mathbf{L,X}) = \begin{bmatrix} \Delta_i(\Delta t) & \Delta_i(2\Delta t) & \dots & \Delta_i(s\Delta t) & \dots & \Delta_i(2s\Delta t) \\ \Delta_i(T+\Delta t) & \Delta_i(T+2\Delta t) & \dots & \Delta_i(T+s\Delta t) & \dots & \Delta_i(T+2s\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i(kT+\Delta t) & \Delta_i(kT+2\Delta t) & \dots & \Delta_i(kT+s\Delta t) & \dots & \Delta_i(kT+2s\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i(lT+\Delta t) & \Delta_i(lT+2\Delta t) & \dots & \Delta_i(lT+s\Delta t) & \dots & \Delta_i(lT+2s\Delta t) \end{bmatrix}, i = 1,2,3 \quad (5.5)$$

Число столбцов в (5.5) является четным для того, чтобы сравнивать отсчеты вдоль оси детали на противоположных сторонах вала (рис. 5.4). Строки в (5.5) являются стробоскопическим отображением Пуанкаре временных последовательностей $\Delta(t)$ со сдвигом $T = 2s\Delta t$. Они характеризуют высотные отклонения радиуса вдоль заготовки L_2 [216]. Элементы столбцов матрицы характеризуют погрешности поперечного сечения на каждом обороте. В частности, последовательности $\Delta d(t)$, определяющие текущее значение отклонения диаметра детали d от заданного по программе ЧПУ, в сечении «k-(k+s)» (рис. 5.3) определяются

$$\begin{aligned} \Delta d(t) = \{&[\Delta(k\Delta t) + \Delta((k+s)\Delta t)], [\Delta(T+k\Delta t) + \Delta(T+(k+s)\Delta t)], \dots \\ &\dots [\Delta(lT+k\Delta t) + \Delta(lT+(k+s)\Delta t)]\}. \end{aligned} \quad (5.6)$$



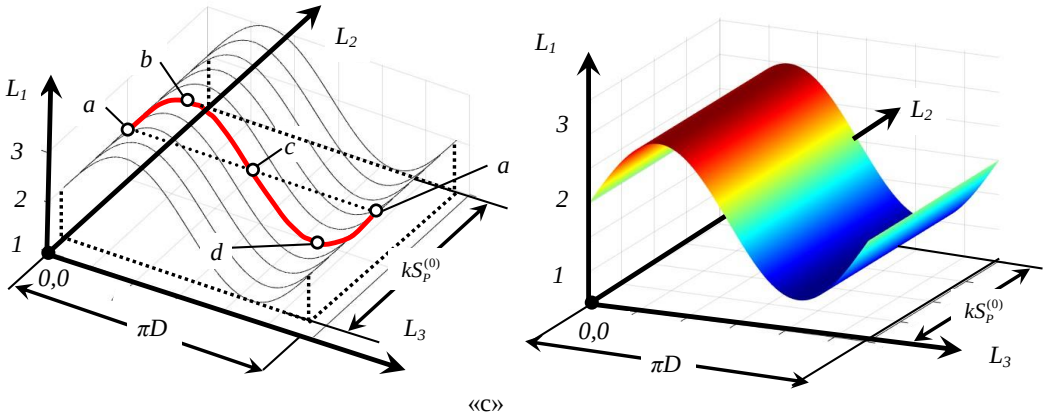


Рис. 5.4 – Формирование $\Im_c(\mathbf{L,X,Y})$ для случая вибрационного возмущения системы резания с частотой Ω_Δ, $\Omega_\Delta = \Omega_0$: «a» – временная траектория; «b» – формируемый профиль детали в поперечном сечении без и с возмущением (амплитуда равна половине радиуса); «c» – скелетная геометрическая топология

Временная последовательность (5.6) позволяет оценить геометрические показатели точности обрабатываемого вала во всех сечениях от $s=1$ до $s=s$. Подробнее математический инструментарий и программы для определения топологии $\Im_c(\mathbf{L,X,Y})$ приведены в наших публикациях [217, 258, 260, 268].

5.2 Свойства «скелетной» геометрической топологии

Проанализируем свойства $\Im_c(\mathbf{L,X,Y})$ для случая автономной ДСР и устойчивой точкой равновесия $\mathbf{X^*}$ и для ДСР, возмущенной низкочастотными колебаниями. Отмечается, что возмущения не непосредственно влияют на формируемую топологию. Например, вариации положения вершины инструмента относительно оси заготовки не преобразуются в аналогичные вариации радиуса. Это обусловлено смещениями оси вращения заготовки по отношению к неизменным возмущениям. На их формирование влияют все параметры внутренней обратной связи.

Рассмотрим закон преобразования точки равновесия упругих деформаций $\mathbf{X}^*$, рассматриваемой в подвижной системе координат, определяемой программой ЧПУ (вектором $\mathbf{U}$). В равновесии силы, действующие на задние грани инструмента, малы. Тогда $\mathbf{X}^*$ можно вычислить при условии, что $\dfrac{\mathbf{d^2X}}{\mathbf{dt^2}} = \dfrac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}} = \dfrac{dF^{(0)}(t)}{dt} = 0$

$$\begin{cases} \mathbf{cX} = \mathbf{F}; \\ \mathbf{F} = F^{(0)}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T = \{F_1, F_2, F_3\}^T; \\ F^{(0)}(t) = \rho[1 + \mu\exp(-\varsigma V_3)][t_P^{(0)} - X_1]S_P^{(0)}. \end{cases} \quad (5.7)$$

Выражение (5.7) справедливо для определения низкочастотных вариаций точки равновесия $\mathbf{X}^*$. Рассмотрим изменение радиуса «*r*» за счет смещения

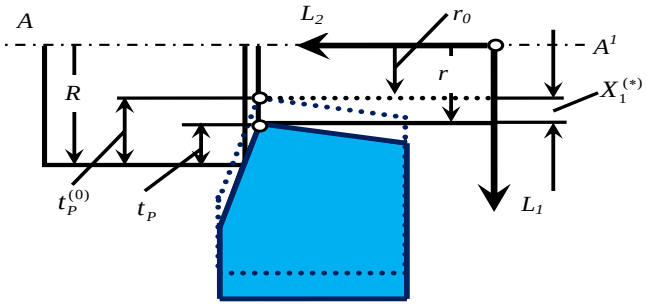


Рис. 5.5 – Влияние изменения точки равновесия упругих деформационных смещений на формируемый резанием диаметр вала

равновесия в направлении X_1 (рис. 5.5). Начальное значение $t_P^{(0)}$ будет

$$r = R - t_P^{(0)} + X_1^{(*)}, \quad (5.8)$$

где $t_P^{(0)} = R - r_0$ - глубина резания без упругих деформаций; R – исходный радиус; r_0 – вариации припуска; L_1 - заданная по программе ЧПУ координата инструмента. Будем считать *R=const*, тогда

$$X_1^{(*)} = \rho^{(0)} t_P^{(0)} S_P^{(0)} \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \left\langle \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} + \rho^{(0)} S_P^{(0)} \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \right\rangle^{-1}, \quad (5.9)$$

где $t_P^{(0)} = R - r = R - L_1$; $\rho^{(0)} = \rho[1 + \mu\exp(-\varsigma V_3)]$. Аналогично можно определить деформации X_2. Они характеризуют шаговую погрешность. Таким образом,

$$X_2^{(*)} = \rho^{(0)} t_P^{(0)} S_P^{(0)} \begin{bmatrix} c_{1,1} & \chi_1 & c_{3,1} \\ c_{1,2} & \chi_2 & c_{3,2} \\ c_{1,3} & \chi_3 & c_{3,3} \end{bmatrix} \left\langle \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} + \rho^{(0)} S_P^{(0)} \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \right\rangle^{-1}. \quad (5.10)$$

Сосредоточим свое внимание на деформациях $X_1^{(*)}$. Для анализа $X_1^{(*)}$ удобно использовать следующее соотношение, вытекающее из (5.10)

$$X_1^{(*)} = F^{(0)} g_\Sigma, \quad (5.11)$$

где $F^{(0)} = \rho[1 + \mu\exp(-\varsigma V_3)]t_P^{(0)} S_P^{(0)}$ - модуль силы, зависящий от площади срезаемого слоя без учета упругих деформационных смещений;

$g_\Sigma = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \left\langle \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} + \rho^{(0)} S_P^{(0)} \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \right\rangle^{-1}$ - приведенная к координате X_1 податливость в $[мм/кг]$. В дальнейшем удобнее использовать соотношение, позволяющее вычислить непосредственно радиус обработанной заготовки

$$r(t_i) = R(t_i) - \frac{[R(t_i) - L_1(t_i)]}{1 + \rho(t_i)\{1 + \mu \exp[-\varsigma V_3(t_i)]\} S_P^{(0)}(t_i) g^{(0)}} , \qquad (5.12)$$

где $g^{(0)} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \{ \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \}^{-1}$. Если угловые коэффициенты остаются неизменными, то в процессе обработки, в том числе на различных этапах эволюции, параметр $g^{(0)} = const$. Выражение (5.12) позволяет получать полную информацию о свойствах $\Im_C$**(L, X, Y)**. Из (5.12) следует.

1. Если выполняется условие $\rho(t_i)\{1 + \mu \exp[-\varsigma V_3(t_i)]\} S_P^{(0)}(t_i) g^{(0)} \to 0$, то программируемая траектория $L_1(t_i) = r(t_i)$ полностью совпадает с траекторией радиуса заготовки. Это условие определяется, прежде всего, соотношениями жесткости процесса резания (это величина $\rho(t_i)\{1 + \mu \exp[-\varsigma V_3(t_i)]\} S_P^{(0)}(t_i)$) и приведенной жесткостью подсистемы инструмента (это величина $(g^{(0)})^{-1}$). Если указанное выше требование выполняется, то $r(t_i) = R(t_i) - R(t_i) + L_1(t_i) = r_0(t_i)$, то есть погрешность, обусловленная динамикой, равна нулю. Эта погрешность определяется приведенной жесткостью $g^{(0)}$ и параметром $K_\Sigma = \{\rho(t_i)[1 + \mu \exp(-\varsigma V_3(t_i))] S_P^{(0)}(t_i) g^{(0)}\}^{-1}$, который можно интерпретировать как внутренний коэффициент усиления. В процессе эволюции возрастает ρ, что вызывает увеличение погрешности диаметра. Ранее показано, что в ходе эволюции варьируются и другие параметры, изменения которых влияет на устойчивость. Поэтому для обеспечения условия $r \to r_0$ необходимо в пространстве режимов $S_P^{(0)}$ и $t_P^{(0)}$ выбрать такую траекторию, при которой дополнительно обеспечивается условие устойчивости X_1^*.

2. Уравнение (5.12) показывает, что на радиус обработанной заготовки оказывают влияние и технологические режимы резания и свойства взаимодей-

ствующих материалов. Таким образом, на основе (5.12) можно определить способы управления геометрическим качеством обрабатываемой заготовки.

Рассмотрим примеры топологий $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ (рис.5.6 – рис. 5.9) при различных режимах резания и параметрах возмущений.

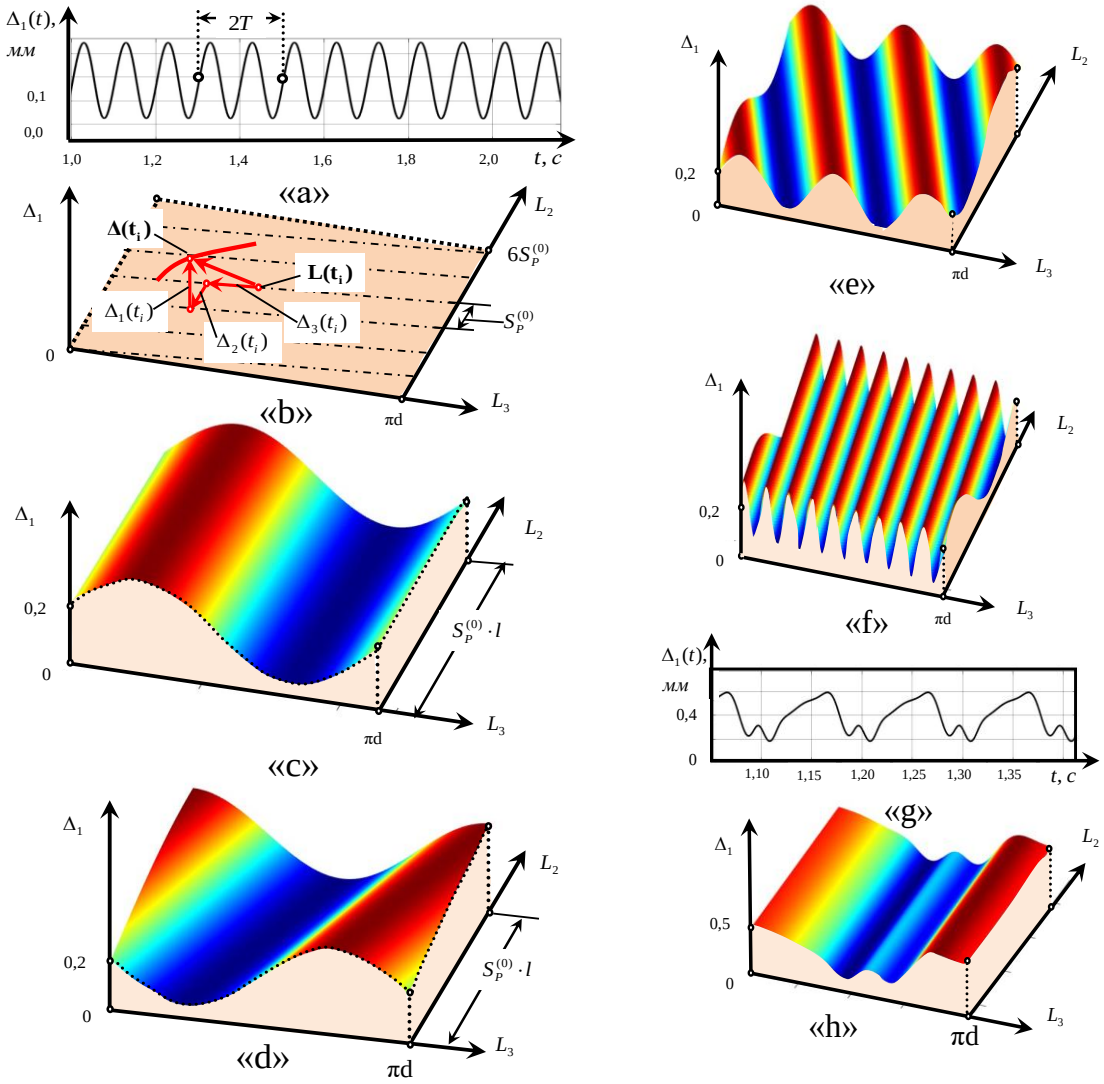


Рис. 5.6 – Примеры топологий $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$

В случае рис. 5.6, «a», «b» показан пример построения $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$, при обработке заготовки с глубиной $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$, $\Delta L_{0,k} \approx 0{,}5\ мм$, частота вращения заготовки - $\Omega = 1{,}0\ Гц$, частота возмущений ДСР Ω_0 задается в виде синусоиды. Для рис. 5.6 «c», «g», «e», «h» ($\Omega_0 = \Omega$) наблюдается формирование неровностей поперечного сечения, однако вдоль L_2, вариации отсутствуют, в отличие от рис. 5.6 «d» ($\Omega_0 \neq \Omega$). Более того, в случае рис. 5.6 «d» и «f» ($\Omega = 10\ Гц$, $\Omega_0 = 9{,}5\ Гц$). Представлен-

ные топологии наглядно демонстрируют, что поверхность заготовки и ее геометрическая точность определяется не только **Δ(t)**, но и соотношением траектории вращения заготовки и частоты внешних возмущений. Для точного определения периода двух сигналов с частотами Ω_0 и Ω можно воспользоваться теорией почти периодических функций, согласно которой можно найти целые числа l_0 и l, при которых $(l_0\Omega_0 - l\Omega)\langle\varepsilon$, где ε – малая величина. Обозначив $(\Omega_0)^{-1} = (\Omega)^{-1} - \Delta T^*$, имеем

$$(1 - \Delta T^*\Omega - l/l_0)\langle\varepsilon \Rightarrow 0, (1 - \Delta T^*\Omega) \le 1. \qquad (5.13)$$

Если $\Omega_0 = \Omega$, то $\Delta T^* = 0$, и $l = l_0 = 1$, тогда процесс становится T – периодическим (рис. 5.7 «c», «d»). При построении топологии $\Im_C$**(L, X, Y)** в частотном диапазоне, лежащем в пределах полосы пропускания подсистем, приходится рассматривать большие цифровые массивы данных. Приращение Δt определяется частотой Найквиста по теореме Котельникова. Приведем примеры трансформации геометрических топологий $\Im_C$**(L, X, Y)** (рис. 5.7).

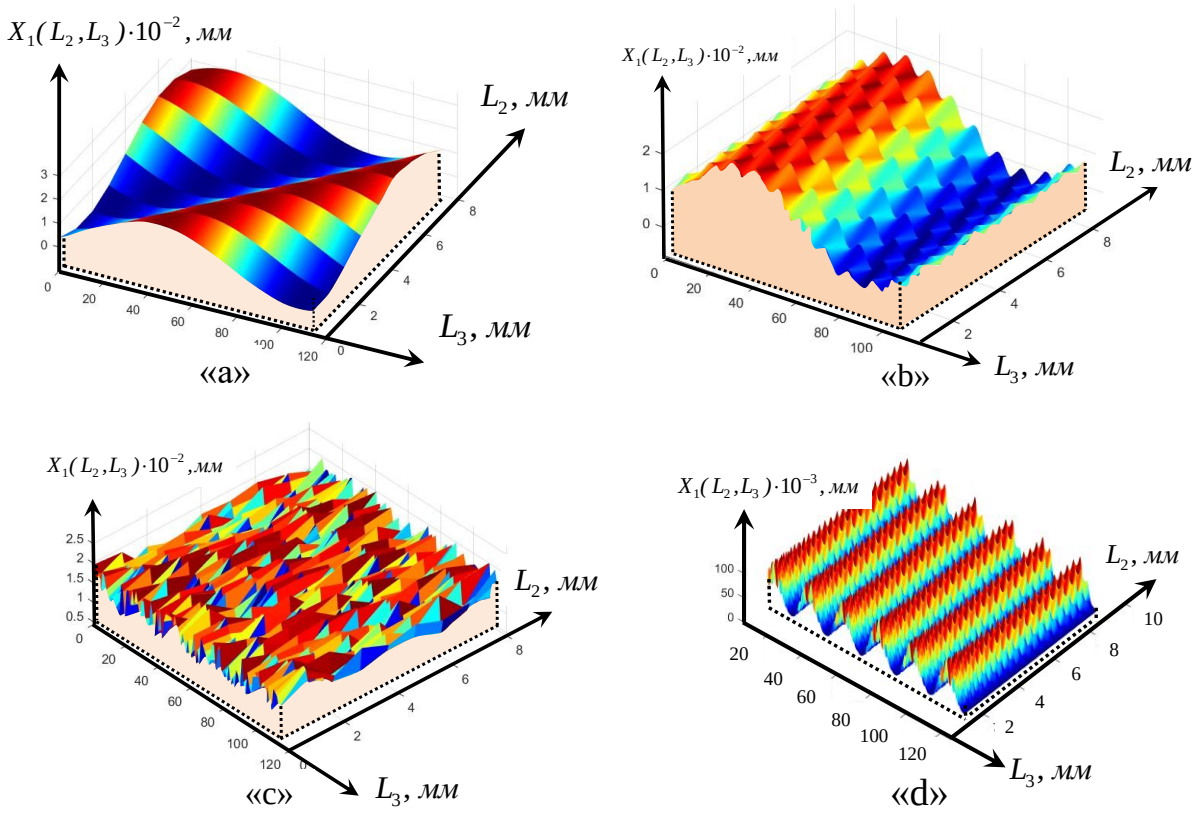


Рис 5.7 – Примеры «скелетных» геометрических топологий

На рис. 5.7 «a» показана топология при точении, возмущенном кинематическими воздействиями с частотой 9,6 Гц. приведенной на рис. 5.6 «c», где $\Omega = 10$ *Гц*

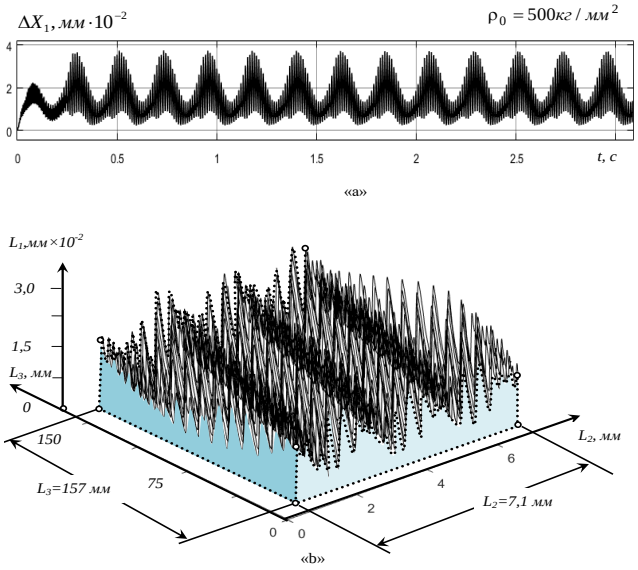


Рис. 5.8. Пример топологии $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ при формировании супер низкочастотных притягивающих множеств деформаций: a - траектория; b - скелетная геометрическая топология.

Таким образом, даже малые вариации Ω могут изменить вид топологии. На рис. 5.7 «b» приведен случай, когда на вынужденные низкочастотные колебания рис. 5.7 «a» накладывается автоколебания с частотой 175 Гц. На рис. 5.7 «c» представлена топология соответствующая хаотическим колебаниям. Наконец, на рис. 5.7 «d» приведена топология, соответствующая рассмотренному в третьей главе случаю (см. рис. 3.18). Здесь видны участки наложения высокочастотных изменений профиля на ограниченных, периодически повторяющихся областях. Приведем также примеры сложных геометрических топологий (рис. 5.8, рис. 5.9).

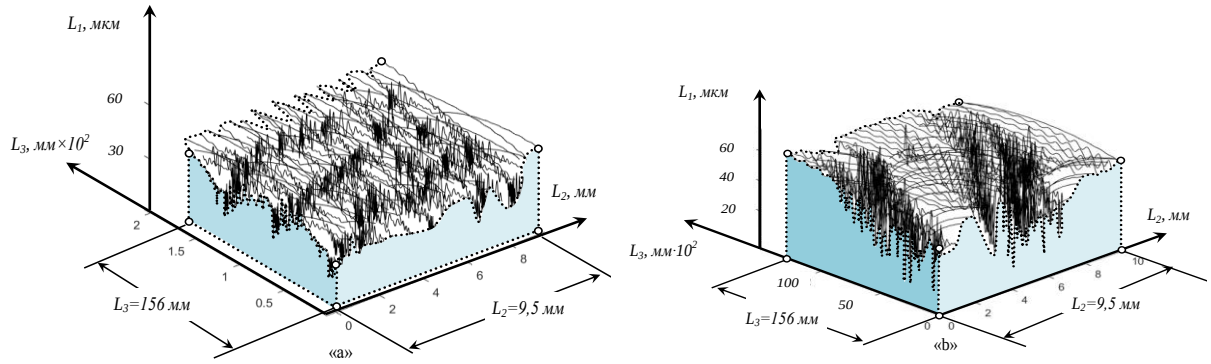


Рис. 5.9 – Примеры геометрических топологий системы резания, в которой образуются супер низкочастотные притягивающие множества сложной пространственно-временной структуры: «a» - $\rho = 300кг / мм^2$; «b» - $\rho = 600кг / мм^2$

В отличие от топологии, соответствующей рассмотренному в третьей главе случаю (см. рис. 3.18). Здесь видны участки наложения высокочастотных изменений профиля на ограниченных, периодически повторяющихся областях. Приведем также примеры сложных геометрических топологий (рис. 5.8, рис. 5.9). Здесь необходимо обратить внимание на топологии $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ (рис. 5.9), соответству-

ющие супер низкочастотным притягивающим множествам деформаций. Этот тип притягивающих множеств приводит к образованию на поверхности заготовки некоторых ограниченных пространственных областей, в которых неровности формируемой резанием поверхности резко отличаются. Сами неровности характеризуются скорее нестационарными свойствами.

5.3 Обусловленность геометрической топологии траекториями формообразующих движений

При определении $\mathbf{G}$ и $\mathbf{Q}$ в (5.2) возникает погрешность, формирование которой имеет двоякую природу. Во-первых, математическое моделирование не рассматривает все физические взаимодействия, влияющие на геометрическую топологию. Во-вторых, математическое описание адекватно в ограниченном частотном диапазоне. В связи с этим адекватность оценивания имеет два аспекта. Первый определяет точность математического моделирования ДСР. Второй, - адекватность оценивания формируемой резанием геометрической топологии траекториями формообразующих движений.

Для оценивания адекватности математического моделирования будем опираться на сравнение частотных характеристик измеренных $\mathbf{X^{(И)}}$ и вычисленных $\mathbf{X}$ траектории. Силы резания будем рассматривать возмущёнными «белым» шумом малой интенсивности $\varepsilon^{(f)}(t)$, а равновесие устойчивым. Для получения линеаризованного уравнения в вариациях сделаем замену $\mathbf{X(t)} = \mathbf{X}^* + \mathbf{x(t)}$, $F^{(0)}(t) = F^{(0,*)} + f(t)$ и получим

$$\mathbf{mp^2z + hpz + cz = \varepsilon^{(f)}(p),} \tag{5.14}$$

где $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & h_{3,1} & 0 \\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2} & 0 \\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & \rho\mu\zeta t_P^* S_P^{(0)} & T^{(0)} \end{bmatrix}$; $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} & -\chi_1 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} & -\chi_2 \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} & -\chi_3 \\ \rho[1+\mu e^{-\zeta V_3}]S_P^{(0)} & \rho[1+\mu e^{-\zeta V_3}]t_P^* & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

$\mathbf{z(p)} = \{x_1(p), x_2(p), x_3(p), f(p)\}^T$; $\mathbf{\varepsilon^{(f)}(p)} = \{0,0,0,\varepsilon^{(f)}(p)\}^T$; p - символ изображения по Лапласу; $t_P^* = t_P^{(0)} - X_1^*$. Из (5.14) вычислим спектры $S_{x_1,x_1}(\omega)$, $S_{x_2,x_2}(\omega)$, $S_{x_3,x_3}(\omega)$.

Например, спектр $S_{X_1,X_1}(\omega)=W_1(j\omega)W_1(-j\omega)$; $t_P^*=t_P^{(0)}-X_1^*$; $W(p)=\Delta_{X_1}(p)/\Delta(p)$;

$$\Delta_{X_1}(p)=\begin{bmatrix}(h_{2,1}p+c_{2,1}) & (h_{3,1}p+c_{3,1}) & -\chi_1\\ (mp^2+h_{2,2}p+c_{2,2}) & (h_{3,2}p+c_{3,2}) & -\chi_2\\ (h_{2,3}p+c_{2,3}) & (mp^2+h_{3,3}p+c_{3,3}) & -\chi_3\end{bmatrix};$$

$$\Delta(p)=\begin{bmatrix}(mp^2+h_{1,1}p+c_{1,1}) & (h_{2,1}p+c_{2,1}) & (h_{3,1}p+c_{3,1}) & -\chi_1\\ (h_{1,2}p+c_{1,2}) & (mp^2+h_{2,2}p+c_{2,2}) & (h_{3,2}p+c_{3,2}) & -\chi_2\\ (h_{1,3}p+c_{1,3}) & (h_{2,3}p+c_{2,3}) & (mp^2+h_{3,3}p+c_{3,3}) & -\chi_3\\ \rho[1+\mu e^{-\zeta V_3}]S_P^{(0)} & \rho[1+\mu e^{-\zeta V_3}]t_P^* & -\rho\mu\zeta t_P^* S_P^{(0)} & 1+pT^{(0)}\end{bmatrix}.$$

Таким образом, спектр $S_{X_1,X_1}(\omega)$ получаем на основе вычисления. Ему соответствует спектр измеренной временной последовательности $\mathbf{X_1^{(и)}}(t)=\{X_1^{(u)}(0),X_1^{(u)}(\Delta t),X_1^{(u)}(2\Delta t),...X_1^{(u)}(s\Delta t)\}^T$. Измеренная последовательность $\mathbf{X_1^{(и)}(t)}$ позволяет по известным алгоритмам корреляционно-спектрального анализа вычислить спектр $S_{X_1^{(u)},X_1^{(u)}}(\omega)$.

Для оценки качества модели можно ввести оценку близости

$$\wp_{X_S,X_S}^{(i)}(\omega)=\{\tilde{S}_{X_S,X_S}^{(i)}(\omega)-\tilde{S}_{X_S^{(u)},X_S^{(u)}}(\omega)\}^2,\ \omega\in(0,\frac{1}{\Delta t}),\ i=1,2;\ s=1,2,3, \qquad (5.15)$$

где $\tilde{S}_{X_S,X_S}^{(i)}(\omega)=\frac{1}{\Delta\omega}\int\limits_{\omega-\Delta\omega}^{\omega}S_{X_S,X_S}^{(i)}(\omega)d\omega$, $\tilde{S}_{X_S^{(u)},X_S^{(u)}}(\omega)=\frac{1}{\Delta\omega}\int\limits_{\omega-\Delta\omega}^{\omega}S_{X_S^{(u)},X_S^{(u)}}(\omega)d\omega$. В процессе анализа использовались также прямые методы вычисления $S_{X_1,X_1}(\omega)$. Тогда силы возбуждались сигналом $f_0\sin(\omega t)$ с плавно и медленно изменяющейся частотой ω. Полученная характеристика соответствует $S_{X_S,X_S}^{(1)}(\omega)=A_S^2(\omega)$. Также можно ввести оценку дисперсии изменения автоспектра

$$\sigma_{X_S,X_S}^{(i)}=\{\int\limits_0^{\omega_\infty}[S_{X_S,X_S}^{(i)}(\omega)-S_{X_S^{(u)},X_S^{(u)}}(\omega)]^2d\omega\}\times\{\int\limits_0^{\omega_\infty}[S_{X_S^{(u)},X_S^{(u)}}(\omega)]^2d\omega\}^{-1},\ i=1,2;\ s=1,2,3, \qquad (5.16)$$

где ω_∞ – верхняя частота диапазона измерения датчика. Кроме близости частотных характеристик можно рассматривать также оценки, позволяющие определить влияние на геометрическую топологию неучтенных при математическом моделировании физических взаимодействий, например, формирование срывающегося

нароста или других. Для этого можно воспользоваться функцией когерентности $K^2_{X_1, X_1^{(И)}}(\omega)$. Не трудно показать, что она равна

$$K^2_{X_S, X_S^{(И)}}(\omega) = \frac{1}{1 + \dfrac{S_ш(\omega)}{\left\|W_S(j\omega)\right\|^2}}, s = 1,2,3\ , \qquad (5.17)$$

где $\left|W_S(j\omega)\right|^2$ - квадрат модуля преобразования «белого» шума в деформации $X_S(t)$; $S_ш(\omega)$ - автоспектр «скрытого» шума, характеризующего влияние воздействий, не включенных в модель (5.14). Приведем результаты анализа при точении вала D=20мм из стали 20Х инструментом из Т15К6. Обобщенная масса - $m = 0{,}015 кг \cdot с^2 / мм$. Параметры системы даны в табл. 5.1, табл. 5.2. Частота вращения заготовки – *25Гц*. Скорость резания *1,5 м/с,* глубин $t_P^{(0)} = 2{,}0\ мм$, подача $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм$.

Таблица 5.1 – Матрицы скоростных коэффициентов и упругости подсистемы инструмента

$c_{1,1}, кг/мм$	$c_{2,2}, кг/мм$	$c_{3,3}, кг/мм$	$h_{1,1}, кг \cdot с/мм$	$h_{2,2}, кг \cdot с/мм$	$h_{3,3}, кг \cdot с/мм$
2000	900	350	1,3	1,1	0,8
$c_{1,2} = c_{2,1}$, $кг/мм$	$c_{1,3} = c_{3,1}$, $кг/мм$	$c_{2,3} = c_{3,2}$, $кг/мм$	$h_{1,2} = h_{2,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{1,3} = h_{3,1}$, $кг \cdot с/мм$	$h_{2,3} = h_{3,2}$, $кг \cdot с/мм$
200	150	80	0,6	0,5	0,4

Таблица 5.2 – Параметры динамической связи базовой модели

$\rho, кг/мм^2$	$\Omega, с^{-1}$	$T^{(0)}, с$	μ	$\zeta, с/мм$	χ_1	χ_2	χ_3
200–1000	5–50	0,0002	0,5	$1{,}1 \cdot 10^{-3}$	0,4	0,51	0,76

Вычисленные и измеренные деформационные смещения в радиальном направлении приведены на рис. 5.10, а на рис. 5.11 даны их спектры для $S_{X_S, X_S}(\omega)$ (a) и $S_{X_S^{(и)}, X_S^{(и)}}(\omega)$ (b). Изменение частоты пропорционально времени. Поэтому по оси абсцисс отсчету времени соответствует пропорциональное изменение частоты (рис. 5.11 «с»).

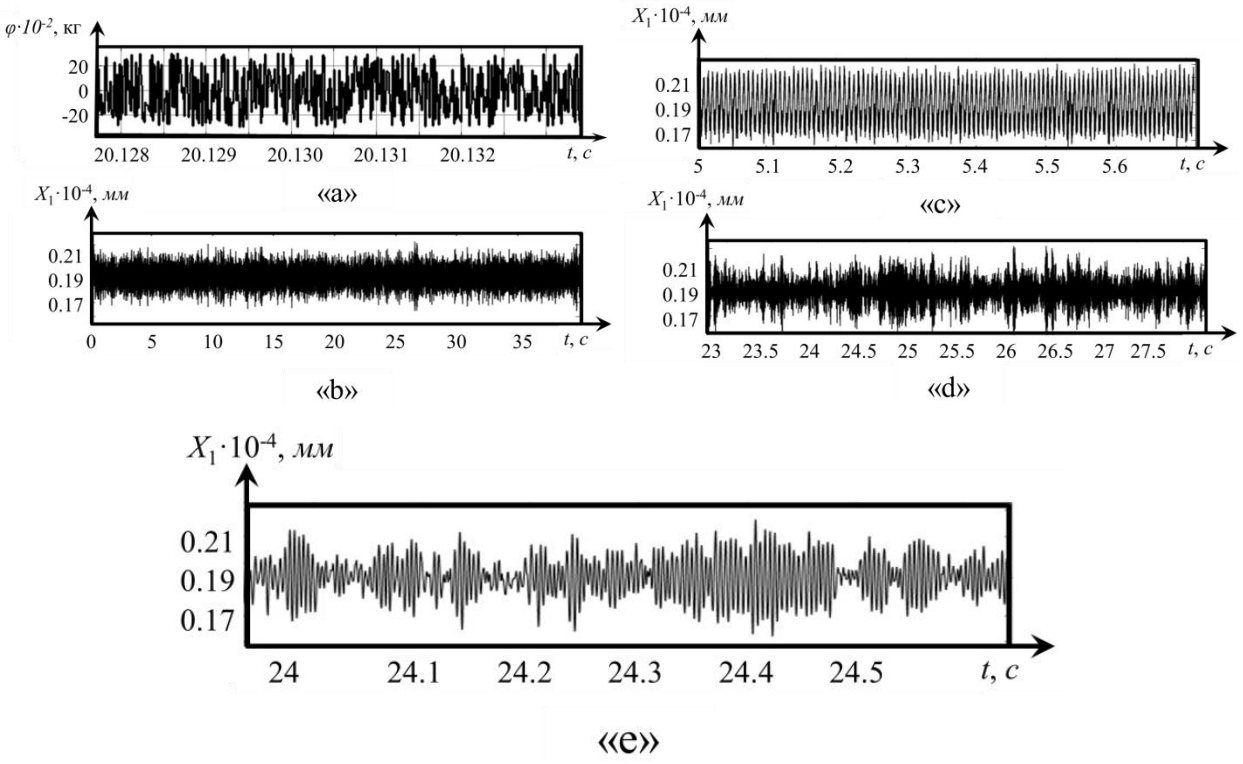
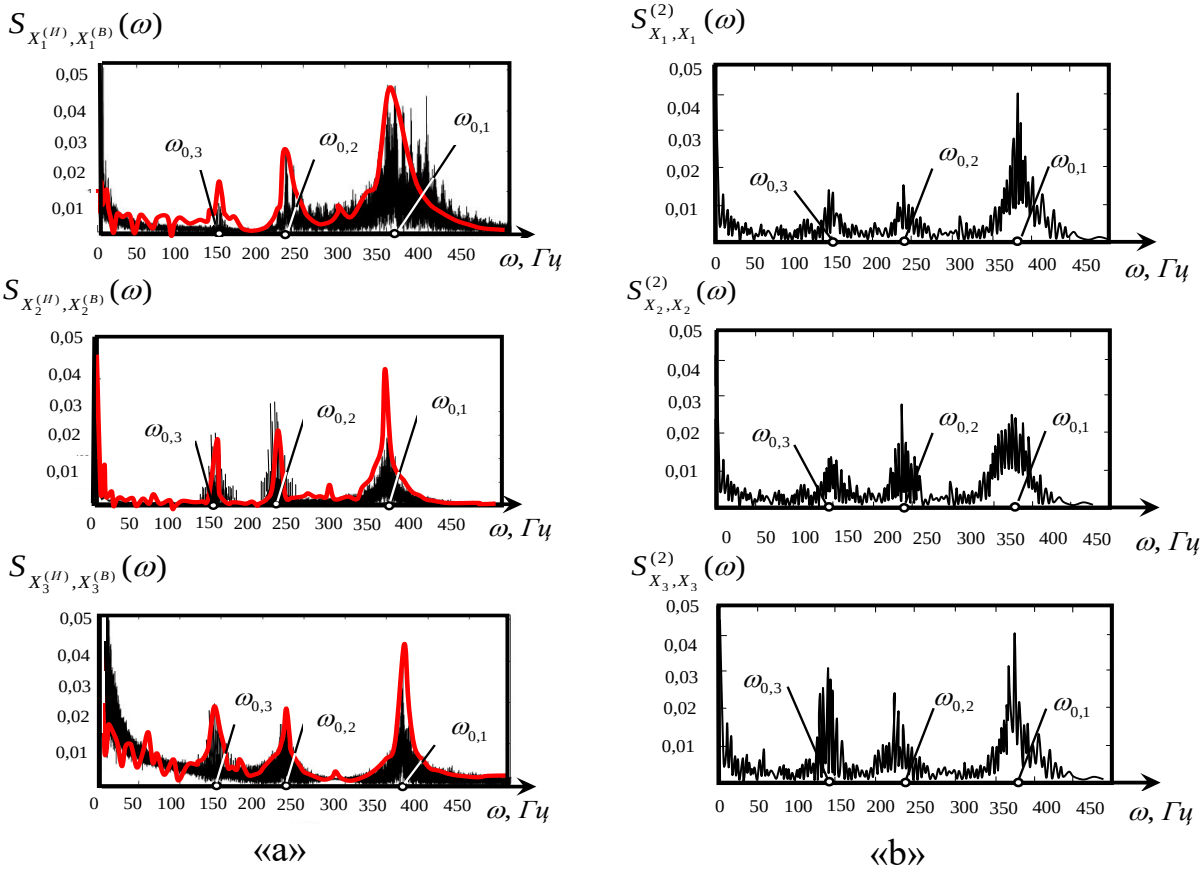
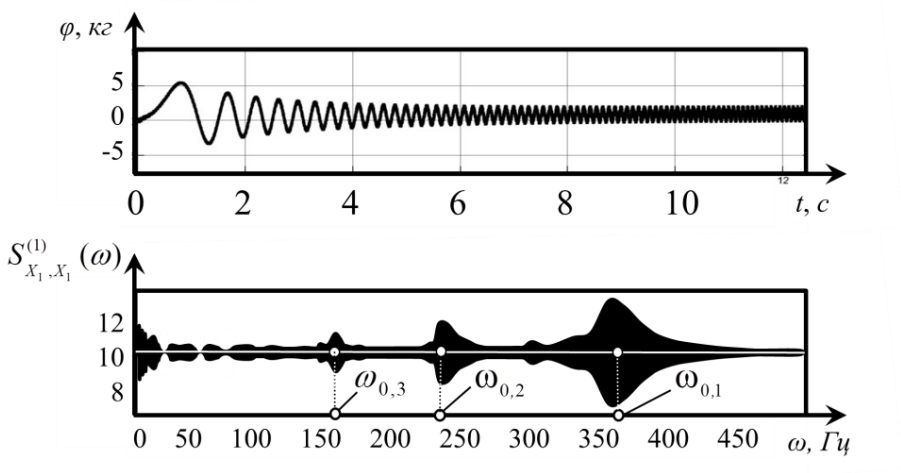


Рис.5.10 – Примеры траекторий: «a» - силового «белого» шума; «b», «c» – вычисленных деформаций в двух временных масштабах; «d», «e» – измеренных в двух временных масштабах





«c»

Рис.5.11 – Характеристики сигналов деформационных смещений, полученных на основе экспериментов: «a» – спектры $S_{X_S^{(u)},X_S^{(u)}}(\omega)$; «b» – $S^{(2)}_{X_S,X_S}(\omega)$ на основе цифровой последовательности с аддитивным силовым «белым» шумом; «c» – пример прямого измерения АЧХ на модели (c). Красным отмечены вычисленные спектры

На рис.5.11 «a» красным цветом выделены вычисленные по модели спектры $S^{(1)}_{X_1,X_1}(\omega)$. Исследования показали, что при вариации амплитуды сил в пределах до 10,0 кг АЧХ практически не изменяются. При увеличении амплитуды заметны нелинейные свойства, которые проанализированы в третьей главе, и они изменяют спектр колебаний, зависящий от амплитуды. На кривых $K^2_{X_S,X_S^{(И)}}(\omega)$ выделены частоты (рис. 5.12), в которых $K^2_{X_S,X_S^{(И)}}(\omega)\rangle 0{,}7$, и в которых, соответственно, подтверждается адекватность численного моделирования. Ясно, что модели ДСР можно считать адекватными в частотном диапазоне (0-1,5) кГц.

Для моделирования взаимодействий в высокочастотной области, строго говоря, необходимо рассматривать взаимодействия на основе механики сплошной среды. Адекватность математического моделирования зависит и от режимов. Отметим также, что в области частот, близких к резонансам, функция когерентности всегда приближается к единице.

Рассмотрим функции когерентности $K^2_{X_1^{(И)},H}(\omega)$ между измеренными траекториями $X_1^{(И)}(t)$ и функцией профиля $H(t)$, формируемой резанием поверхности. При постоянных технологических режимах измеренная с помощью контурограф - профилографа T4HD фирмы IMTS/Triebworx функция профиля преобразуется в

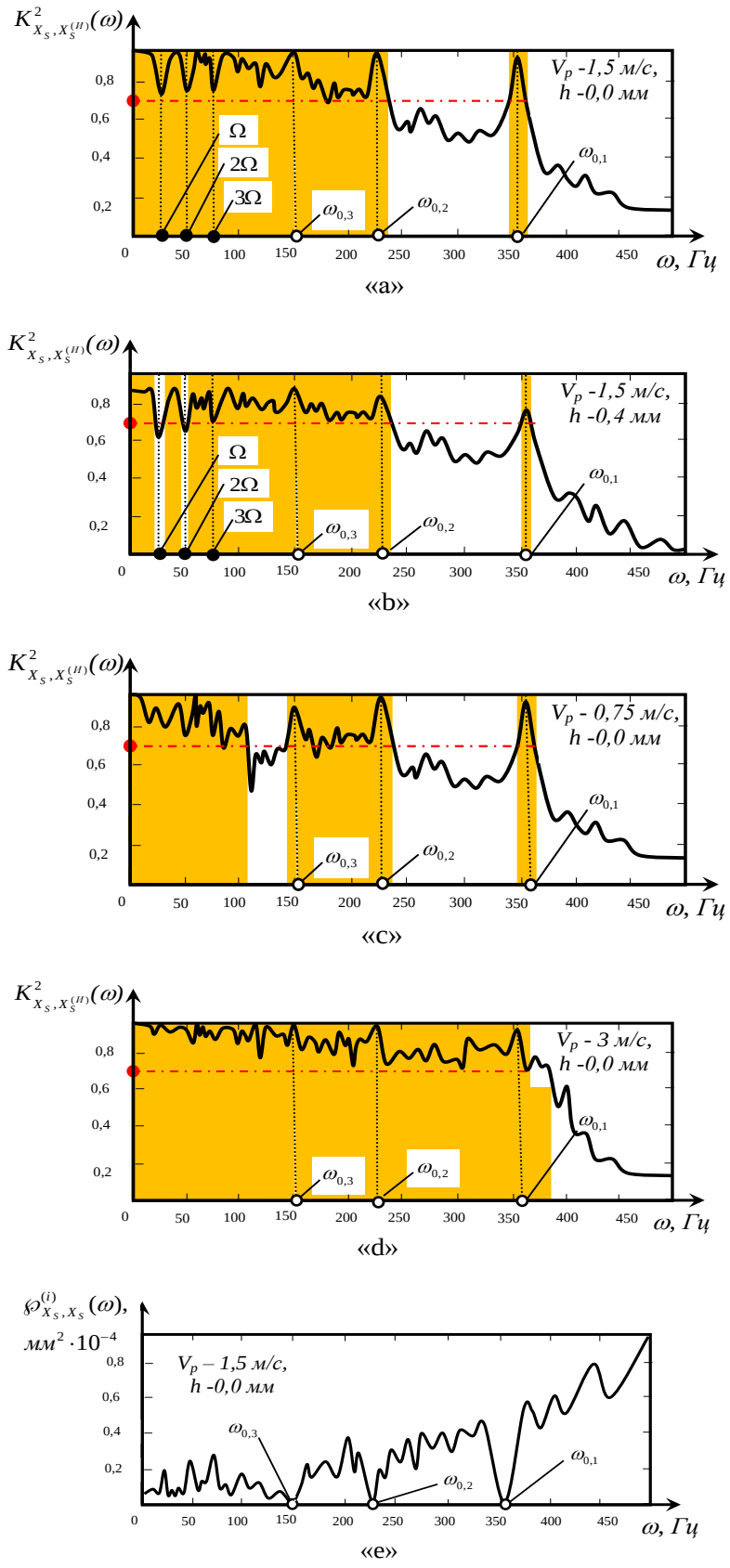


Рис. 5.12 – Примеры изменения функции когерентности $K^2_{X_S,X_S^{(H)}}(\omega)$ и оценки близости $\wp^{(i)}_{X_S,X_S}(\omega)$ амплитудно частотных характеристик модели и реального процесса

функцию времени (методика и оборудование, используемое при экспериментах, в том числе при измерении колебательных смещений изложены в приложении П2). Пример изменения функции когерентности при изменении скорости резания при точении вала из вала D=20 мм стали 20Х инструментом из Т15К6 приведен на рис. 5.13. На иллюстрации выделены частотные области, в которых функция когерентности удовлетворяет условию $K^2_{X_1^{(H)},H}(\omega)\rangle 0{,}7$. Приведенный пример является характерным для системы точения и показывает главную особенность функций когерентности, отображающих частотную область, в которой в траектории формообразующих движений отображается погрешности обработанной поверхности. Стоит также отметить, что по мере увеличения частоты функция когерентности $K^2_{X_1^{(H)},H}(\omega) \Rightarrow 0$.

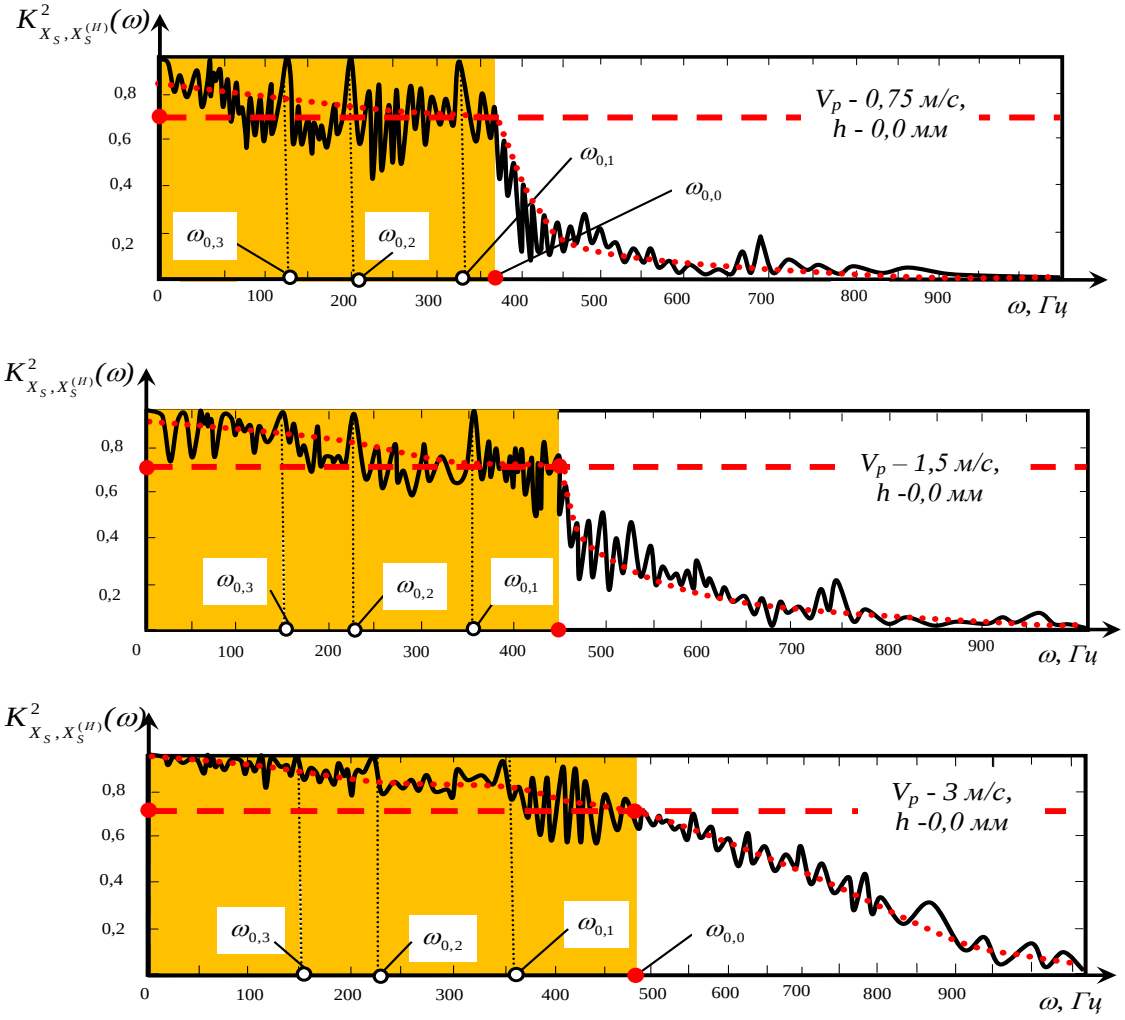
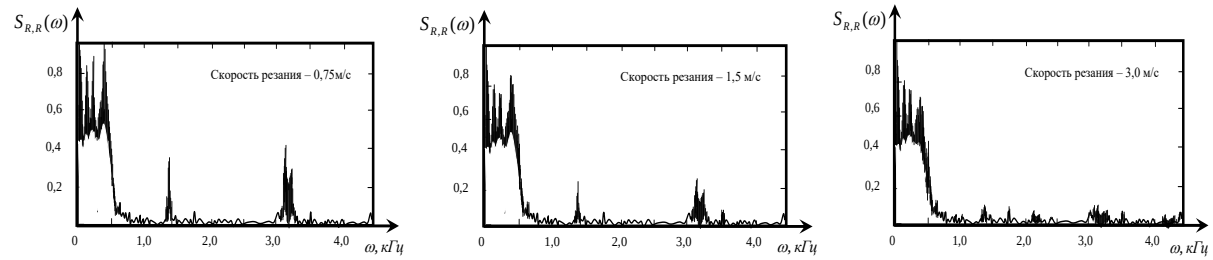


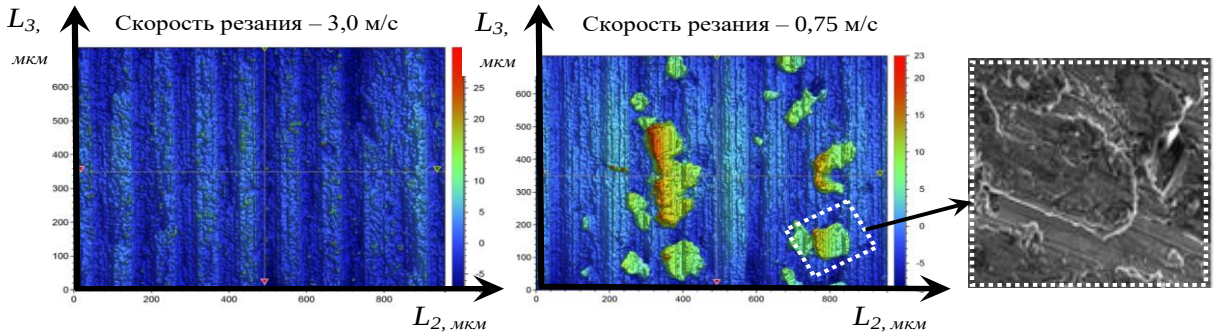
Рис. 5.13– Изменение функций когерентности между колебательными смещениями и функцией профиля

Причем существует критическая частота $\omega_{0,0}$, на которой функция когерентности резко уменьшается. Она также изменяется при изменении режимов резания, например, увеличение V_3 приводит к смещению в высокочастотную область. Обратный эффект наблюдается в случае увеличения t_p и S_p. Например, при неизменной скорости резания область частот адекватного отображения траектории формообразующих движений в геометрии детали возрастает при переходе от чернового к чистовому точению. Наконец частотный диапазон адекватности численного моделирования уменьшается по мере развития износа инструмента. Отметим, что на собственных частотах взаимодействующих подсистем функция когерентности всегда близка к единице. В общем случае функция когерентности зависит и от матриц **m**, **h** и **c**. Функции когерентности анализировались совместно

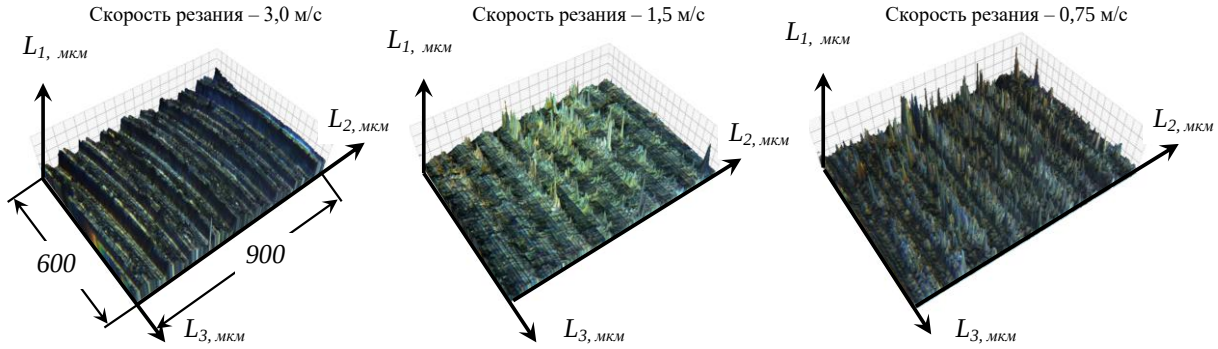
с морфологией поверхности после обработки (рис.5.14) (методика изложена в приложении П2).



«a»



«b»



«c»

«d»

Рис. 5.14 – Развитие погрешностей в обработанной поверхности при снижении скорости резания: «a» - нормированные к дисперсии спектры измеренных неровностей микрорельефа, приведенного к временной последовательности; «b», «c» морфологии поверхностей; «d» - фотографии поверхностей

Например, при увеличении скорости с 0,75 м/с до 3,0 м/с заметна стабилизация рельефа (рис. 5.14 «b»). Вариации рельефа видны также на фотографии по-

верхности (рис. 5.14 «d»).Нерегулярные следы деформации связаны с разрушающимися фрагментами нароста. Можно сделать заключение о преобразовании траекторий. Макро геометрические погрешности поверхности зависят от траекторий формообразующих движений. В этом случае функция когерентности близка к единице. По мере увеличения частоты имеется ее значение, выше которого функция когерентности стремится к нулю. Поэтому для оценивания микрорельефа требуются более сложные модели.

5.4 Информационные модели определения макро геометрических оценок качества

Совокупность $\mathbf{L^{(Ф)}(t)}$ формирует трубку траекторий, которая рассматривается в вариациях относительно траектории, заданной по программе ЧПУ. Это возможно, так как так как $\mathbf{G_0}$ является выпуклым множеством. Тогда положим, что траектории $\mathbf{L}$ идеально совпадают с траекториями, заданными по программе. В этом случае геометрическая погрешность поверхности определяется суммой $\Delta_{X,Y}(t) = X_1(t) + Y_1(t)$, то есть трубка предельных траекторий располагается в окрестности траектории $\mathbf{L}$. Так как рассматривается продольное точение вала постоянного диаметра ($D = const$) с неизменной частотой вращения шпинделя, то начальное значение $L_1(t) = L_1(0) = const$ остается неизменным. За счет эволюции наблюдается перестройка свойств системы и изменение деформаций, рассматриваемых в единстве смещения точки равновесия и изменения притягивающих множеств деформаций (рис. 5.16). Если

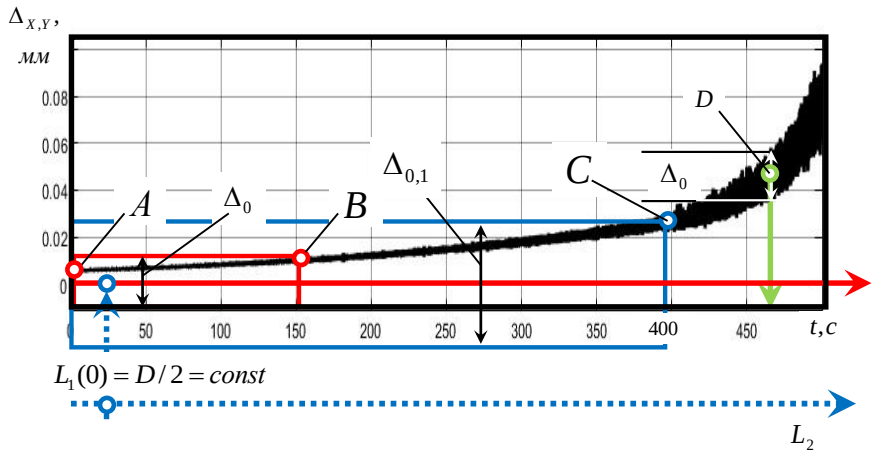


Рис. 5.16– Схема формирования оценок макро геометрической погрешности по трубке траекторий

трубку допустимых вариаций деформаций Δ_0 рассматривать в виде прямоугольника, изображенного на рис. 5.16 красным цветом, то траектория находится в пределах этой трубки (это траектория «A-B») в течение $t = 150\,c$. При увеличении трубки до $\Delta_{0,1}$, как показано на рис. 5.16 синим цветом, допустимая траектория будет «A-C».

Тогда время обработки увеличится до $t = 400\,c$. Точке «C» соответствует также бифуркация рождения хаотического аттрактора деформаций. Путем изменения $L_1(t)$ можно смещать положение вершины инструмента, как показано стрелкой для точки «D» на основе согласования смещения точки равновесия с траекториями **L(t)**. Однако и в этом случае после обеспечение условий принадлежности траекторий ограничениям $\left|\Delta_{X,Y}(t)\right| \langle \Delta_0 / 2$ невыполнимо. Поэтому первым показателем геометрического качества является условие

$$G_1 \Rightarrow \left|\Delta_{X,Y}(t)\right| \le \frac{\Delta_0}{2},\ npu: t \in (0, T_0), \tag{5.18}$$

где T_0 - время обработки. Таким образом, время обработки зависит не только от эволюции, но и от требований к изменениям упругих деформаций. Условие (5.20) является общим необходимым условием обеспечения требуемого геометрического качества деталей.

Скелетную топологию $\mathfrak{I}_{\mathbf{C}}\mathbf{(L, X, Y)}$ (5.5) можно представить в виде матрицы относительно не временных, а пространственных перемещений по L_2. Тогда следует произвести следующие замены: Δt на приращение по пути ΔL в продольном направлении. А период вращения заготовки соответствует длине окружности πD

$$\mathfrak{I}_{\mathbf{C}}\mathbf{(L,X,Y)} = \begin{bmatrix} \Delta_i(\Delta L) & \Delta_i(2\Delta L) & \dots & \Delta_i(s\Delta L) & \dots & \Delta_i(2s\Delta L) \\ \Delta_i(\pi D + \Delta L) & \Delta_i(\pi D + 2\Delta L) & \dots & \Delta_i(\pi D + s\Delta L) & \dots & \Delta_i(\pi D + 2s\Delta L) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i(k\pi D + \Delta L) & \Delta_i(k\pi D + 2\Delta L) & \dots & \Delta_i(k\pi D + s\Delta L) & \dots & \Delta_i(k\pi D + 2s\Delta L) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i(l\pi D + \Delta l) & \Delta_i(l\pi D + 2\Delta L) & \dots & \Delta_i(l\pi D + s\Delta L) & \dots & \Delta_i(l\pi D + 2s\Delta L) \end{bmatrix}, \tag{5.19}$$

$i = 1,2.3.$

Введем в рассмотрение дополнительно к (5.18) оценки, характеризующие изменение диаметра вдоль оси L_2. Длину вала примем равной $L_{2,0} = S_P^{(0)} l$. Будем рассматривать оценку на длине $\Delta L_2 = \Delta L[2s \times k]$. Здесь k - количество периодов вращения заготовки, которые определяют расстояние ΔL_2, в пределах которого оценивается диаметр. Тогда оценка на отрезке $\Delta L_2(n) \in (S_P^{(0)}(k+n), S_P^{(0)}(n))$ определяется

$$G_2(n) = \frac{2}{k \times 2s} \sum_{i=n}^{i=n+k} \sum_{j=1}^{2s} \{\Delta[(n+j)\pi D + j\Delta L]\}, \qquad (5.20)$$

где $n\pi D$ - начальная точка отсчета; D - диаметр. Алгоритм (5.20) фактически полагает вычисление суммы деформаций от (n)–ой до $(k+n)$–ой строк с последующим усреднением. Так как в топологии $\Im_C(\mathbf{L}, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$ рассматриваются вариации радиуса, то для определения диаметра необходимо полученную оценку умножить на 2. Оценка $G_2(n)$ есть математическое ожидание отклонения диаметра от заданного по программе ЧПУ на отрезке $(S_P^{(0)}(k+n), S_P^{(0)}(n))$. Его длина вдоль оси L_2 есть $S_P^{(0)} k$. Дополнительно необходимо ввести оценку

$$G_3(n) = \frac{2}{k \times 2s} \sum_{i=n}^{i=n+k} \sum_{j=1}^{2s} \{G_2 - \Delta[(n+j)\pi D + j\Delta L]\}^2, \qquad (5.21)$$

характеризующую среднеквадратическое отклонение диаметра от математического ожидания. В зависимости от k на отрезке $(l-k)S_P^{(0)}$, можно рассматривать другие оценки. Если разрезать вал по плоскости $(i,(i+s))$ (рис. 5.17), проходящей через ось вращения заготовки, то мы получим сечение вала плоскостью, проходящей через его ось.

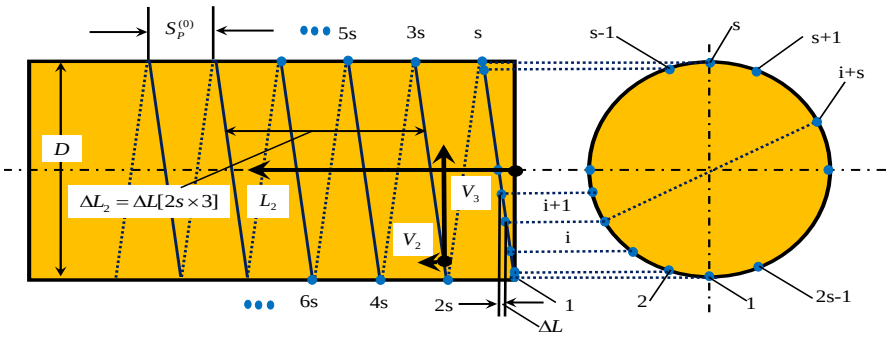


Рис. 5.17 – Способ оценки макро геометрии детали

Для s сечений мы имеем последовательности, характеризующие отклонения диаметра в каждом сечении на величины подачи.

Регулярные составляющие отклонений в этой последовательности дают смещение, а случайные имеют математическое ожидание, равное нулю. Рассматривая сечения **ΔD(*i*)** в пределах ($i = 1,2,...s$), получаем оценку регулярной составляющей

$$G_4(i) = \frac{1}{j}\sum_{j=1}^{j=l} \Delta[(j\pi D + i\Delta L) + (j\pi D + (i+s)\Delta L)], i = 1,2,3...s. \qquad (5.22)$$

Кроме этого можно рассмотреть и дисперсионную оценку в виде

$$G_5(i) = \frac{1}{j}\sum_{j=1}^{j=l} \{G_4(i) - \Delta[(j\pi D + i\Delta L) + (j\pi D + (i+s)\Delta L)]\}^2, i = 1,2,3...s. \qquad (5.23)$$

Рассмотрим пример оценивания погрешности поперечного сечения (рис. 5.18) вала диаметром D=40,0 мм, установленного с отклонением оси. Глубина $t_P^{(0)} = R_1 - R_0 = 2{,}0 мм$ (рис. 5.18), подача $S_P^{(0)} = 0{,}1 мм/об$, скорость резания $V_P = 2{,}4 м/с$. Частота вращения шпинделя $\Omega = 10{,}0\ Гц$. Для наглядности диаграммы приведены в полярных координатах. Поэтому отклонения $X_1(\vartheta)$ представлены в виде вариаций радиуса относительно его установки вершины инструмента без резания. Это радиус R_0. На диаграмме «1» приведен весь массив на расстоянии $L_2 = 2{,}0\ мм$. Величина каждого углового отсчета равна $3{,}8^0$. На диаграмме «2» выполнена операция усреднения последовательностей стробоскопического отображения на 5-и оборотах. Даны скользящие средние. На диаграмме «3» усреднение выполнено на 20 оборотах, то есть на длине 2,0 мм. Последовательности Пуанкаре быстро сходятся. В данном случае они характеризуют эллипсность (диаграмма «4»), а также разброс, оцениваемый среднеквадратическим отклонением. Он выделен красным затемнением.

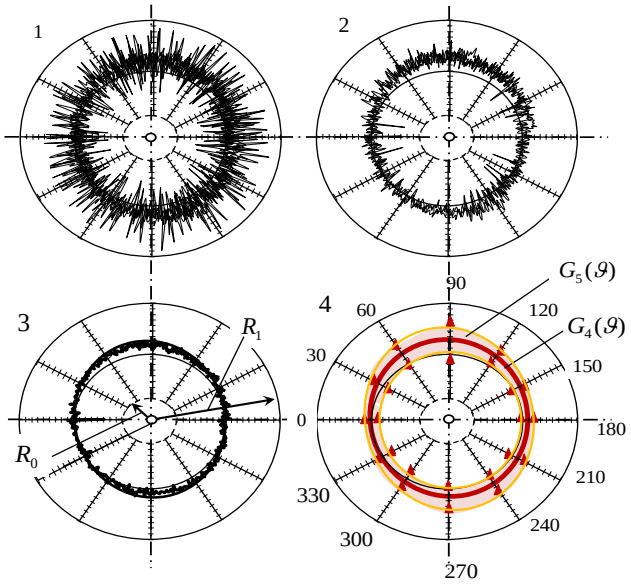


Рис. 5.18 – Диаграммы оценивания погрешности поперечного сечения детали

Первый показатель определяет оценку $G_4(\vartheta)$, Второй – оценку $G_5(\vartheta)$. При рассмотрении оценок на большей длине, необходимо учитывать, что в зависимости от соотношения частоты деформаций и частоты шпинделя возможно смещение эллипсности. Для выявления этого эффекта необходимо выполнить все приведенные выше процедуры, но для стробоскопических отображений с другим временным сдвигом $T+\Delta T$. Если временная последовательность имеет скрытые периодичности с периодом $T\pm\Delta T$, то наблюдается регулярная неровность, представляющая винтообразную поверхность, направление которой зависит от знака ΔT. Рассмотрение их стробоскопических отображений с различным сдвигом $T\pm\Delta T$, позволяет оценивать автокорреляционные функции и соответствующие им спектральные плотности поверхности по различным направлениям. Имеется возможность также анализировать корреляционные и спектральные матрицы неровностей поверхности в двух ортогональных направлениях. Все оценки, не являющиеся привычными для инженерной практики, дают большую информацию о геометрии поверхности. Они естественны для современных методов компьютерной обработки информации, и адаптированы к использованию цифровых двойников оценки качества поверхности. Информацию для оценки топологии можно получить аналитически и экспериментально (рис. 5.19). Методики представлены в Приложении 2. Что касается деформаций, то здесь проще измерять силы в диапазоне до 1,0 кГц. Тогда знание динамических моделей подсистем позволяет вычислить деформации инструмента

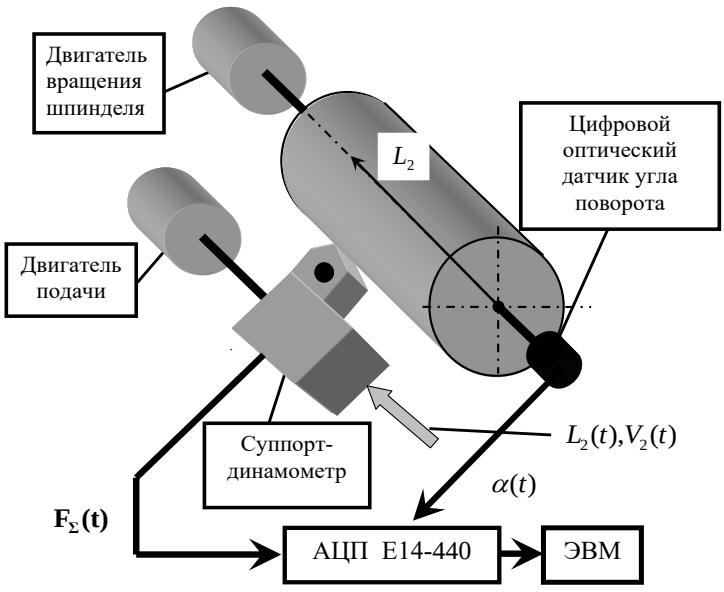


Рис.5.19 – Схема экспериментального оценивания матрицы (5.21)

и заготовки. Тем самым определить все элементы матрицы (5.19), и вычислить оценки точности.

5.5 Прогнозирование изменения топологии

Прогнозирование выходных свойств обработки характеризует одну из задач, возникающих при построении цифровых двойников процесса резания в режиме реального времени [279-282]. Математический инструментарий приведен в предыдущей главе. Рассмотрим пример оценивания геометрической топологии при точении штуцера топливного насоса, геометрические параметры которого приведены на рис. 5.20. Там же приведена схема определения координат ТИЭС $\mathbf{L} \in \Re_L^{(3)}$ и деформаций инструмента $\mathbf{X} \in \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$ и заготовки $\mathbf{Y} \in \Re_{\mathbf{Y}}^{(3)}$. Токарная обработка наружной поверхности из стали 45 выполняется проходными резцами с твердосплавными пластинами из Т15К6 в два прохода.

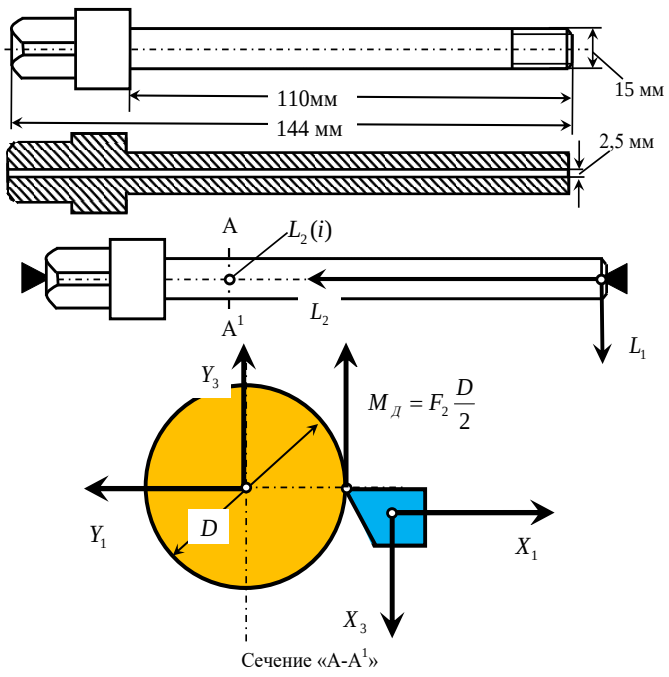


Рис. 5.20 – Эскиз детали и система координат пространств $\Re_X^{(3)}$, $\Re_Y^{(3)}$ и $\Re_L^{(3)}$

Здесь анализируется второй проход, результаты которого определяют геометрию детали. На рис. 5.21 приведен закон изменения суммарной жесткости $c_0(L_2)$ вдоль траектории L_2 (рис. 5.21), полученный после экспериментального определения жесткости вдоль оси L_2. При определении уравнений учитывалось, что в плоскости «$Y_1 - Y_3$» заготовка обладает полной симметрией. В этом случае любая ортогональная система координат является главной. Тогда деформации заготовки определяются соотношениями

$$\begin{cases} Y_1 = F_0 (c_0)^{-1} \chi_1; \\ Y_3 = F_0 (c_0)^{-1} \chi_3. \end{cases} \qquad (5.24)$$

Уравнение деформаций в точке контакта с ней вершины инструмента с учетом гипотез, изложенных ранее, определяется как

$$\mathbf{m}_{\text{д}}(L_2)\frac{\mathbf{d^2y}}{\mathbf{dt^2}}+\mathbf{h}_{\text{д}}(L_2)\frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}_{\text{д}}(L_2)\mathbf{y}=\mathbf{F_{\Sigma}(L,X,Y)}, \qquad (5.25)$$

где $\mathbf{m}_{\text{д}}(L_2)$, $\mathbf{h}_{\text{д}}(L_2)$, $\mathbf{c}_{\text{д}}(L_2)$ - диагональные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов.

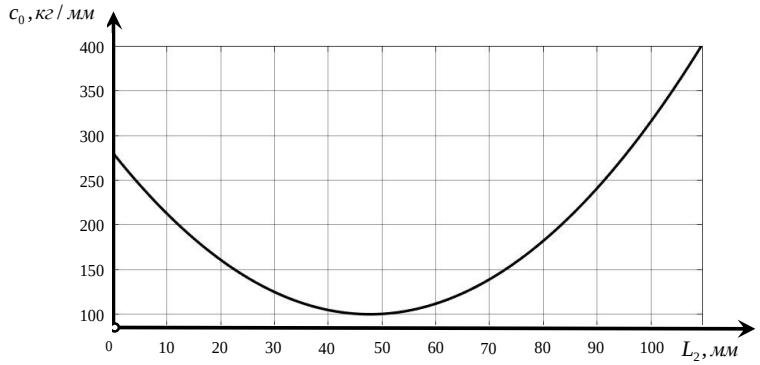


Рис.5.21 – Закон изменения радиальной жесткости заготовки вдоль траектории перемещения инструмента вдоль оси L_2

Для этого случая приведем модели изменения матриц $\mathbf{m}_{\text{д}}(L_2)$, $\mathbf{h}_{\text{д}}(L_2)$, $\mathbf{c}_{\text{д}}(L_2)$ в зависимости L_2. Они имеют одну структуру, а параметры $h_1^{(0)}$ и $m_1^{(0)}$ отличаются от $c_1^{(0)}$ на постоянные коэффициенты, то есть

$$\begin{cases} \mathbf{c}_{\text{д}} = diag[c_0(L_2), c, c_0(L_2)]; \\ \mathbf{h}_{\text{д}} = diag[h_0(L_2), h, h_0(L_2)]; \\ \mathbf{m}_{\text{д}} = diag[m_0(L_2), m, m_0(L_2)], \end{cases} \qquad (5.26).$$

где $c_0(L_2)=c^{(0)}+\alpha_c(50-L_2)^2$; $h_0(L_2)=h^{(0)}+\alpha_h(50-L_2)^2$; $m_0(L_2)=m^{(0)}+\alpha_m(50-L_2)^2$. Параметры $\mathbf{c}_{\text{д}}(L_2), \mathbf{h}_{\text{д}}(L_2)$ и $\mathbf{m}_{\text{д}}(L_2)$ приведены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Параметры подсистемы заготовки

$c^{(0)}$, $кг/мм$	$h^{(0)}$, $кг\cdot с/мм$	$m^{(0)}$, $кг\cdot с^2/мм$	α_c, $кг/мм^3$	α_h, $кг\cdot с/мм^3$	α_m, $кг\cdot с/мм^3$	c_2 $кг/мм$	h_2, $кг\cdot с/мм$	m, $кг\cdot с^2/мм$
100	0,84	0,07	1,1	2100	4×10^{-5}	3000	0,01	$0{,}75\times10^{-3}$

Рассмотрим этапы изменения топологии $\mathfrak{I}_{\text{С}}\mathbf{(L,X,Y)}$ при обработке партии из k деталей на расстояние $L_{\Sigma}=kL_{2,0}$. На рис. 5.22 - рис. 5.24 приведены примеры трансформации $\mathfrak{I}_{\text{С}}\mathbf{(L,X,Y)}$ в зависимости пути резания. При этом износ возрастает до $w=0{,}8\ мм$. На рис. 5.22 приведена топология $\mathfrak{I}_{\text{С}}\mathbf{(L,X,Y)}$ после обработки третьей детали на расстоянии 220 – 330 мм. Максимальные отклонения радиуса формируемого резанием вала не превышают значения 0,1 мм, то есть оценка

$G_1 = 0{,}1мм$. Его вариации достигают 0,075мм. В данном случае оценки $G_2 = 0{,}075мм$ и $G_3 = 0.0мм$. Оценка $G_3 = 0.0мм$, так как рассматривается система, равновесие у которой устойчиво.

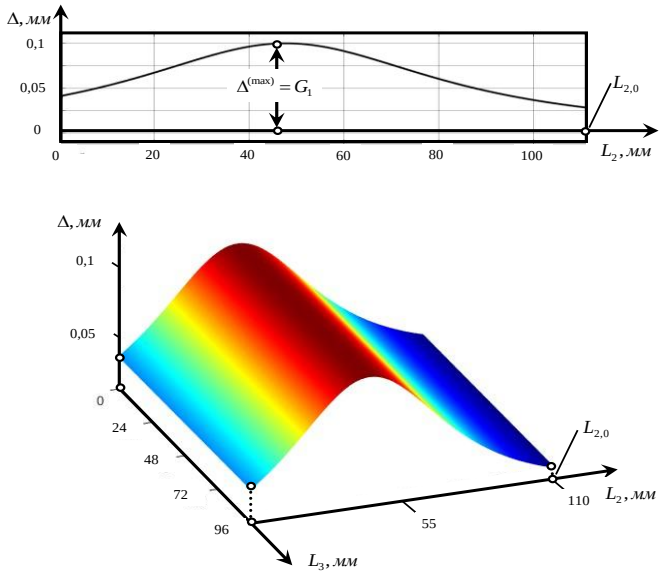


Рис.5.22 – Скелетная геометрическая топология на пути резания $L_2 \in (220{,}330)мм$, $k = 3$, величина износа $w \in (0{,}18;\ 0{,}22)$

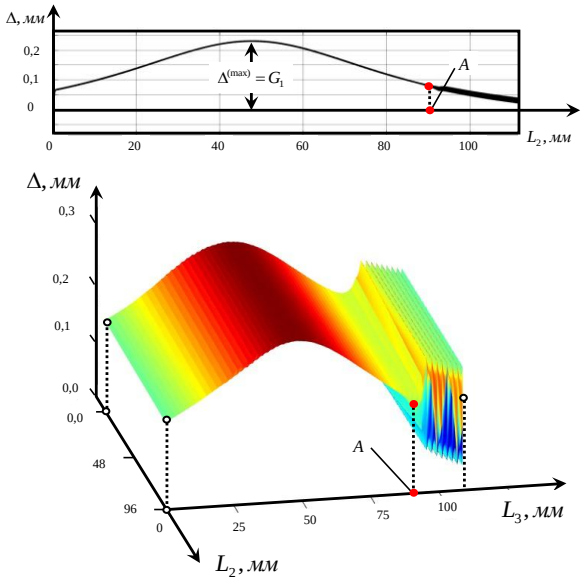


Рис.5.23 – Скелетная геометрическая топология на пути резания $L_2 \in (880{,}990)мм$, $k = 8$, величина износа $w \in (0{,}35;0{,}42)$

В дальнейшем (рис. 5.23) при обработке восьмой детали величина износа достигает 0,4 мм. Отклонения радиуса достигают значения 0,25 мм. Увеличение погрешности в этом случае известно, так как погрешность диаметра монотонно возрастает по мере развития износа. Также наблюдается и потеря устойчивости ДСР в точке «А». Это будет оставлять заметные следы на поверхности детали (см. рис. 5.23 после точки бифуркаций «А»). Неожиданным является потеря устойчивости на участке, на котором повышается жесткость $c_1^{(0)}(L_2)$. Обычно при увеличении жесткости возрастает запас устойчивости. Для объяснения этого явления обратимся к проблеме устойчивости равновесия, изложенной во второй главе. Там показано, что основным каналом самовозбуждения является канал деформаций в направлениях X_2 и Y_2. Уровень же самовозбуждения зависит от параметров ρ, «$t_P^{(0)} - X_1^* - Y_1^*$» и g_2. Таким образом, смещение точки равновесия, возрастающее при уменьшении жесткости в направлении, нормальном к оси вала, вызывает

стабилизирующее влияние на устойчивость равновесия. Хотя погрешность, обусловленная упругими деформациями, возрастает.

В нашем случае жесткость в направлении Y_1 возрастает, что вызывает уменьшение Y_1^*, то есть увеличивает значение глубины резания, влияющей на самовозбуждение системы. При дальнейшей обработке практически все точки траектории деформаций находятся в неустойчивой области, и вдоль траектории наблюдаются различные бифуркации притягивающих множеств деформаций.

На рис. 5.24 приведена $\Im_C(\mathbf{L,X,Y})$ при обработке на отрезке $L_2 \in (1100,1210)мм$ $(k=10)$.Равновесие теряет устойчивость в точке «А», и оно неустойчиво на дальнейшем перемещении инструмента по оси L_2. Скелетная геометрическая топология (рис. 5.24) дает общее представление о рельефе детали. Ее можно рассматривать и в другом масштабе. Для примера приведем еще фрагмент топологии и исходной траектории на участке потери устойчивости равновесия (после точки «А»). Фрагмент этой топологии и соответствующей ей траектории деформационных смещений, приведен на рис. 5.25. На топологии $\Im_C(\mathbf{L,X,Y})$ (рис. 5.25) видна динамическая перестройка рельефа топологии вдоль оси L_2. Обратим внимание на формирование супернизкочастотных деформаций. Отображения этих деформаций на поверхности зависят также от частоты вращения шпинделя. Заметим, что детализа-

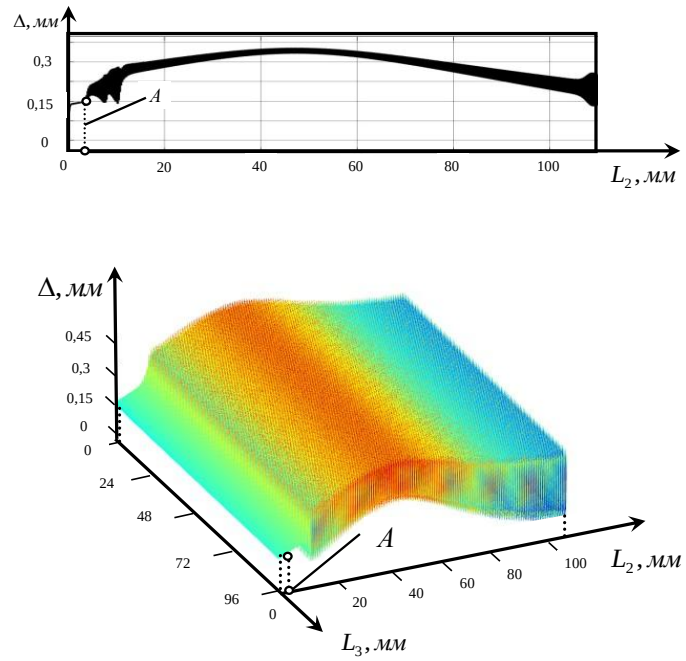


Рис.5.24 – Скелетная геометрическая топология на пути резания $L_2 \in (1100,1210)мм$, $k=10$, величина износа $w \in (0{,}52,0{,}65)$

ция геометрии ограничена частотным диапазоном, в котором функция когерентности между вычисленными траекториями и поверхностью близка к единице.

Обобщая приведенный материал, отметим основные свойства изменения топологии.

1) Нелинейное преобразование силовой эмиссии в деформационные смещения не позволяет в полной мере решить задачу прогнозирования топологии $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ линейными статистическими методами при заданных ТИЭС. Прогноз может быть лишь вероятностным и включать сложные статистические оценки ТФД инструмента и заготовки.

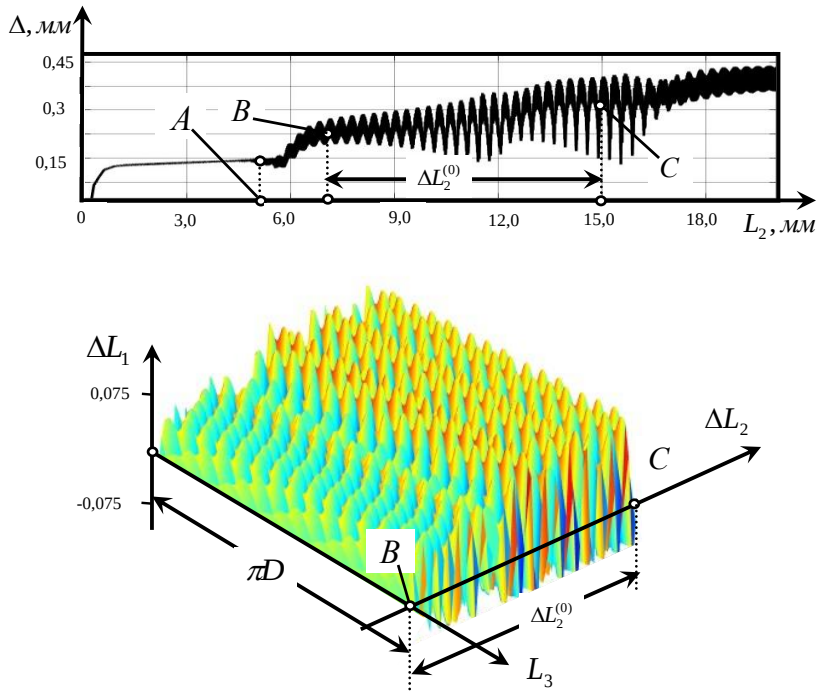


Рис.5.25 – Фрагмент скелетной геометрической топологии, приведенной на рис. 5.24

2) Прогнозирование на основе использования приведенной в четвертой главе методики позволяет выполнять прогнозирование. При этом рассматриваются изменения параметров, от геометрической топологии, до инструмента и интенсивности изнашивания инструмента. Однако прогнозирование ограничено, прежде всего, частотной областью, в которой приведенные модели адекватно отображают динамику.

3) Математические модели и методы анализа можно использовать для диагностирования и динамического мониторинга геометрии детали. Обмен информации между моделью и наблюдаемыми координатами состояния открывает новое направление интеллектуализации станков.

5.6 Информационные модели оценивания износа инструмента и шероховатости

Приведенный выше математический инструментарий, как показано выше, позволяет оценивать износ и макро геометрию формируемой резанием поверхности. Однако он имеет два главных недостатка. Во-первых, оценивание макро геометрии и износа требует большой вычислительный ресурс, время и знание параметров конкретной эволюционной системы резания. Во-вторых, деформации, определенные по разработанной модели, не позволяют полностью объяснить формируемую шероховатость, так как базовая динамическая модель справедлива в частотном диапазоне, ограниченном полосой пропускания взаимодействующих подсистем. Формируемая шероховатость, как правило, лежит в более высокочастотном диапазоне. Кроме этого на шероховатость оказывает влияние весь спектр физических взаимодействий: механических, молекулярных, термодинамических и пр. Эти взаимодействия характеризуются внутренней взаимосвязанностью. Развитие износа, как показывает практика, коррелирует с изменением шероховатости. Поэтому изменение шероховатости можно оценивать по величине износа.

Практику обычно интересует упрощенный подход к оцениванию параметров процесса обработки непосредственно при резании, основанный на алгоритмах оценивания некоторых параметров процесса резания с помощью измерения некоторых координат состояния системы. Среди доступных измерению координат можно использовать вибрации инструмента в широком частотном диапазоне и силы резания. Здесь анализируется прикладная задача построения системы диагностирования без раскрытия внутренней структуры динамической системы. Из всех координат мы подробно рассмотрим вибрации инструмента, которые являются легко измеримыми в процессе обработки, и их измерение не требует существенных конструктивных изменений элементов станка, например, суппорта. Это проблема диагностирования на основе анализа сигнала ВАЭ. В этом параграфе мы основное внимание уделим этой локальной, но важной проблеме виброакустической диагностики износа инструмента и шероховатости.

При решении задачи виброакустической диагностики рассматриваются две задачи. **Первая** задача связана с построением информационного пространства, представляющего совокупность некоторых координат $\mathbf{\Pi} = \{\Pi_1, \Pi_2, ...\Pi_k\} \in \Re_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$, построенных на наблюдаемых координатах состояния динамической системы. Это пространство информационных признаков. При построении информационного пространства будем опираться на корреляционно – спектральный анализ наблюдаемых временных последовательностей.

Вторая задача связана с определением решающих правил, позволяющих разделить пространство признаков на кластеры, принадлежность к которым позволяет оценить значение диагностируемого параметра. Статистические свойства кластеров и их количество позволяет выполнить диагностирование износа с достижимой вероятностью и точностью.

5.6.1 Информационное пространство виброакустической диагностики

При построении информационного пространства диагностирования износа по анализу ВАЭ рассматриваются различные отображения износа в наблюдаемых временных последовательностях. Как было показано в третьей главе, развитие износа инструмента вызывает изменение параметров формируемой резанием динамической связи. Причем, наиболее чувствительными к его изменению являются параметры коэффициента самовозбуждения, $T^{(0)}$ и угловые коэффициенты $\chi_i, i = 1,2,3$ и коэффициент нарастания сил, действующих на задние грани инструмента. При развитии износа инструмента преобразование параметров динамической связи приводит к изменению силовой эмиссии. Она представляется в виде случайной импульсной последовательностью. При этом изменения в ДСР представляются необратимыми, так как изнашивание инструмента является необратимым процессом, вызывающим изменения в сигнале ВАЭ. В связи с чем в изменениях свойств сигнала ВАЭ необходимо распознать текущее значение износа [202, 203, 242-247, 295-208, 316, 321-328].

Для описания сигнала можно использовать различные о нем представления. В диссертации для исследования свойств сигнала ВАЭ используются методы корреляционно-спектрального анализа для построения информационного пространства систем диагностики износа. Рассматривается АЧХ деформаций инструмента при вариации основных параметров формируемой резанием динамической связи, обусловленных развитием износа. Пример изменения спектров деформаций по различным направлениям пространства $\Re_X^{(3)}$ приведен на рис. 5.26. В примерах рассматривается уже проанализированный ранее процесс точения вала D=42 мм из стали 10ГН2МФА, $S_P^{(0)} = 0{,}1\,мм$; $t_P^{(0)} = 3{,}0 мм$ и $V_P = 2{,}5\,м/с$, частота вращения шпинделя $\Omega = 10\,Гц$. Параметры динамической связи и подсистемы инструмента приведены в третьей главе (см. табл. 3.1 и табл. 3.2). Ранее было показано, что развитие износа инструмента вызывает изменение внутренних свойств ДСР, что может вести к смещению резонансных частот (рис. 5.27) трех основных осцилляторов подсистемы инструмента. Эти частоты изменяются в пределах: $\Omega_{0,1} \in (226{,}236)\,Гц$, $\Omega_{0,2} \in (151{,}139)\,Гц$, $\Omega_{0,3} \in (130{,}120)\,Гц$. При малых значениях износа ($w \langle 0{,}1\,мм$) проявления резонансов в колебаниях различного направлениях различно, но спектры колебаний являются монотонными. При $w \rangle (0{,}2-0{,}3) мм$ на АЧХ накладываются гребенчатая периодическая компонента (рис. 5.26), расстояние между ними Ω=10 Гц. При этом возрас-

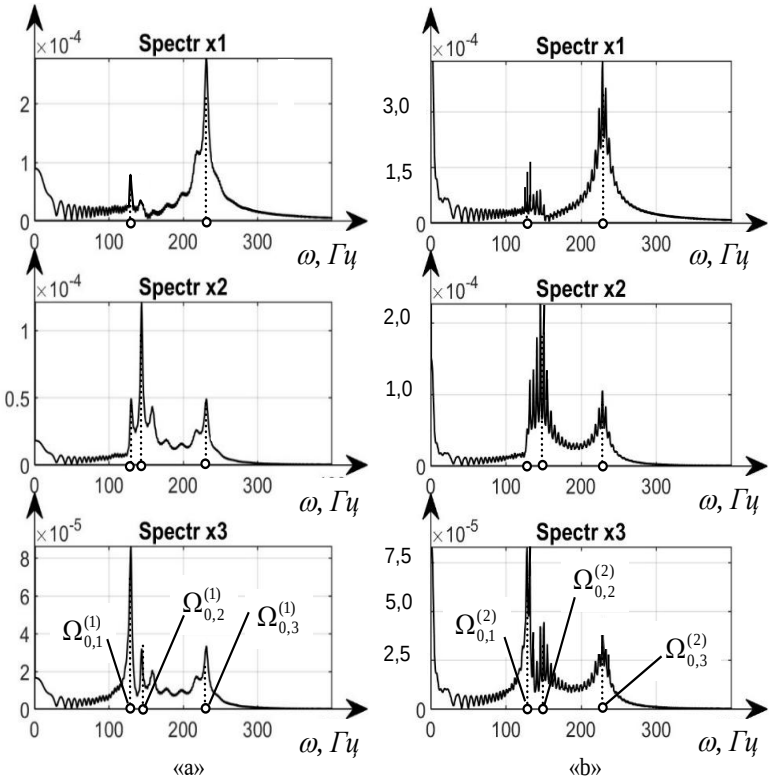


Рис.5.26 – Пример изменения нормированных к дисперсии спектров колебаний по трем направлениям: a - износ по задней грани равен $w = 0{,}1\,мм$; b - $w = 0{,}5\,мм$

тает дисперсия спектральной характеристики во всех направлениях пространства $\Re_X^{(3)}$, проявляющаяся в амплитудной нестабильности текущего спектра в окне $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$.

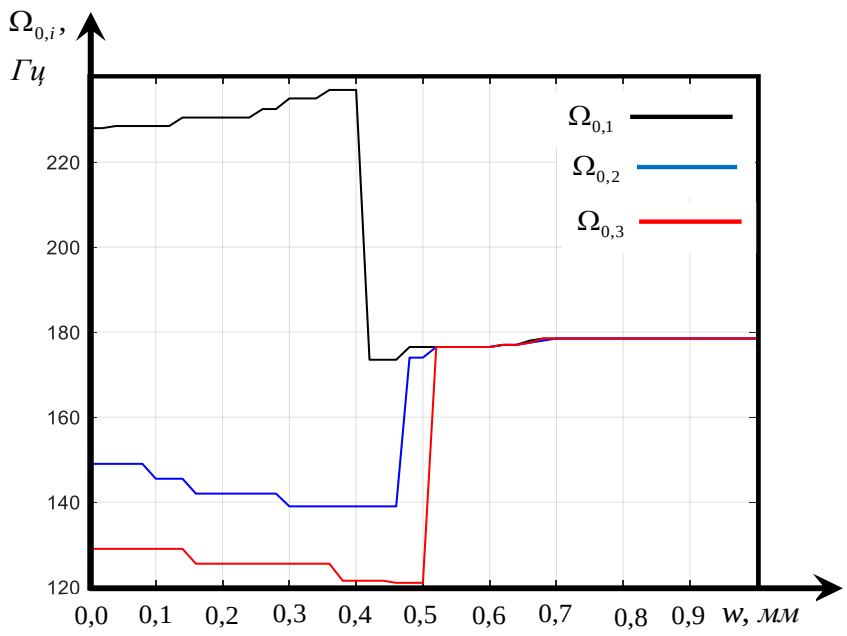


Рис. 5.27 – Смещение резонансных частот подсистемы инструмента по мере развития износа

По мере развития износа наблюдается некоторое перераспределение максимумов интенсивности в окрестностях резонансов. Перераспределение обусловлено, в том числе увеличением затухания, вносимого самим процессом резания при возрастании износа. Как правило, в зависимости от направления можно выделить основной резонанс, которому соответствует максимальный пик. Для приведенного примера это частоты: $\Omega_{0,1}$ - для колебаний в направлении X_1; $\Omega_{0,2}$ - для колебаний в направлении X_2; $\Omega_{0,3}$ - для колебаний в направлении X_3. В зависимости от недиагональных элементов матриц упругости по каждому из направлений деформаций наблюдаются отображения пиков, заметные по другим направлениям. Эти отображения зависят также от угловых коэффициентов и практически всех параметров динамической связи. Поэтому наблюдается в ходе эволюции износа перераспределение этих отображений. При $w \approx 0{,}5\,мм$ система теряет устойчивость равновесия, вид $S_{X,X}(\omega)$ преобразуется в $\delta(\omega - \omega_0)$ – образный спектр с частотой $\omega_0 = const$. При дальнейшем увеличении w на спектры практически не влияют малые силовые возмущения в виде белого шума. Как правило, если потеряна устойчивость, то это состояние можно считать критическим. После такого износа, как правило, обработку необходимо прекра-

тить. Оно отображается в спектре колебаний в резком изменении уровня колебаний и его частотного состава. Если рассматривать изменение спектров при глубине резания $t_P^{(0)} = 1{,}5мм$, то первая бифуркация притягивающих множеств деформаций наблюдается уже при износе $w = 0{,}7мм$. Точки бифуркаций зависят и от других технологических режимов, то есть установленной программы ЧПУ, и параметров динамической связи. Результаты цифрового моделирования позволяют отметить следующую общую тенденцию изменения спектров колебаний по мере развития износа.

1. Силовая эмиссия, формирующая ВАЭ, как правило, имеет малую интенсивность, и она вызывает малые колебания в окрестности равновесия. По мере развития износа возрастает интенсивность колебаний. Увеличение интенсивности наблюдается до точки бифуркации, после, как правило, формируются автоколебания. Дисперсия в этом случае резко возрастает.

2. За счет увеличения постоянной времени стружкообразования наблюдается такое перераспределение спектра, что средняя частота автоспектра смещается в область низких частот.

3. За счет изменения $\chi_i, i = 1,2,3$ наблюдается перераспределение максимальных значений колебаний на собственных частотах. Причем, амплитуда колебаний на частоте, соответствующей колебательному контуру в направлении, нормальном к режущему лезвию, всегда возрастает.

4. Дисперсия спектральной характеристики возрастает при развитии износа инструмента. Несколько смещаются и частоты основных осцилляторов, но их изменение до точки потери устойчивости не является информативным.

Отмеченная картина подтверждается и экспериментальными исследованиями. На рис. 5.28 приведены спектры измеренных вибрационных последовательностей в направлении X_1. При измерении колебательных ускорений в высокочастотной области обнаруживаются всплески, которые интерпретируются как реакции на формируемую резанием силовую эмиссию, (на рис. 5.28 выделены пунк-

тиром) которые, скорее всего, имеют различные области формирования, например, в контакте задней грани инструмента с заготовкой (рис. 5.29).

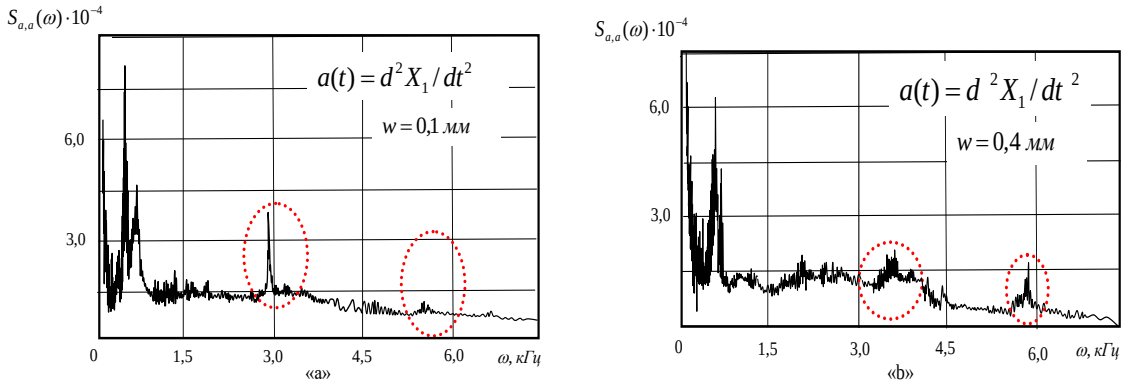


Рис. 5.28 – Спектр измеренной ВАЭ виброускорений в направлении X_1:
a – износ $w=0{,}1$ мм; b – износ $w=0{,}4$ мм

Инструмент в данном случае рассматривается как волновод, по которому передается информация о силовой эмиссии. При оценивании износа нас интересует сигнал силовой эмиссии в области контакта задней грани инструмента и заготовки. Здесь каждый силовой акт $f_i(t)$, который образуется в виде силовых взаимодействий, имеет молекулярно-механическую природу. Важные свойства этого сигнала определяются следующими его особенностями, влияющими на его спектральное представление (3.5). Во-первых, количество актов контактного взаимодействия $f_i(t)$ зависит от площади касания, возрастающей по мере развития износа. Во-вторых, фактическая площадь касания зависит от сближения поверхностей, то есть от сил резания в низкочастотной области. В-третьих, формируемые в локальных участках контакта силы определяются не только разрушением фрикционно механических связей, но и адгезионно-молекулярными взаимодействиями. Они характеризуют сложный, но и взаимосвязанный процессы, сопровождаемые всплеском мощности необратимых преобразований. Они также сопровождаются температурными вспышками, обра-

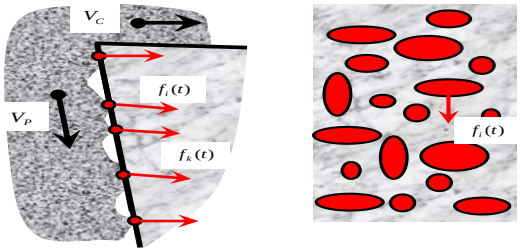


Рис. 5.29 – Схема формирования сигнала силовой эмиссии в области контакта задней грани инструмента и заготовки

зующим термоэлектрическую эмиссию. Это единый физически взаимосвязанный процесс.

Вначале протестируем преобразование случайной импульсной последовательности в спектр. Это преобразование можно проследить на рис. 5. 30, на котором приведены спектры сигнала (правые иллюстрации) и фрагменты случайной импульсной последовательности. Она преобразуется динамической системой в измеримый сигнал ВАЭ. Это преобразование «окрашено» динамическими свойствами волновода, связывающего зону резания с измерительным преобразователем. Рассмотрим основные свойства этого сигнала. Если расстояния между импульсами неизменны и неизменны высоты импульсов, то по мере увеличения частоты такому сигналу соответствует последовательность δ - импульсов с монотонно затухающей интенсивностью. Увеличение дисперсии скважности импульсов будет приводить к уширению спектральных линий всплесков. При возрастании дисперсии амплитуд σ_f дополнительно наблюдается преобразование АЧХ к частотной характеристике «белого» шума. Для дальнейшего наиболее важными особенностями частотного отображения случайной импульсной последовательности являются следующие свойства.1).

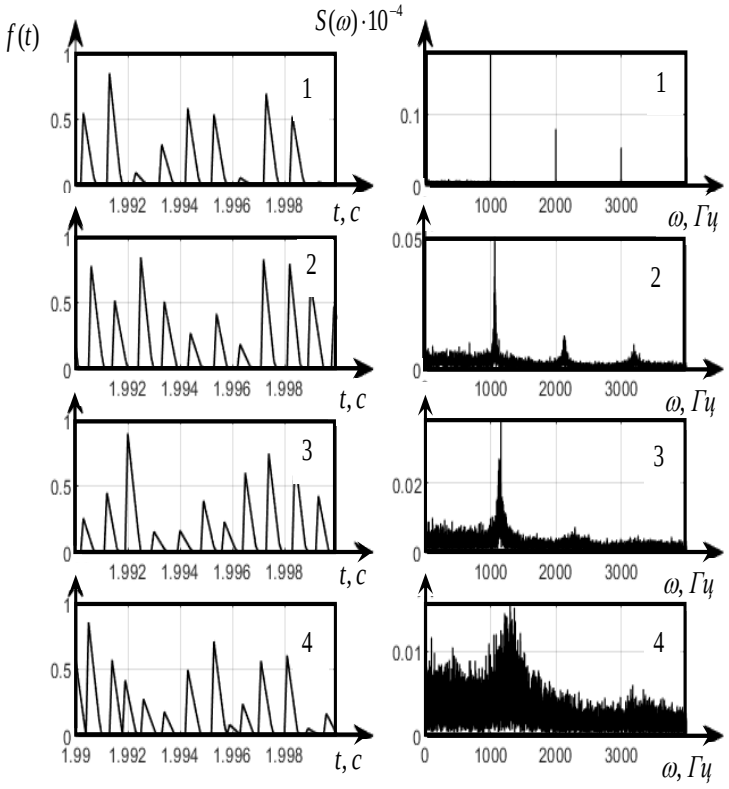


Рис. 5.30 – Преобразование спектров силовой последовательности в зависимости от дисперсии σ_f амплитуды и расстояния между импульсами $\sigma_{\Delta t}$: 1- $\sigma_f = 0{,}5$, $\sigma_{\Delta t} = 0$; 2- $\sigma_f = 0{,}5$, $\sigma_{\Delta t} = 0{,}5$; 3-$\sigma_f = 0{,}75$, $\sigma_{\Delta t} = 0{,}5$; 4- $\sigma_f = 0{,}75$, $\sigma_{\Delta t} = 0{,}75$

Увеличению дисперсии расстояний между импульсами соответствует уширение спектральной линии сигнала в частотной области. 2). Увеличение дисперсии амплитуды импульсов вызывает наложение на спектр сигнала, близкого к «белому» шуму (сравните спектры 1 и 4 на рис. 5.30).

В реальной системе обычно увеличение дисперсии следования и амплитуды импульсов являются взаимосвязанными, так как они формируются двумя взаимосвязанными процессами. Процессом увеличения потенциальной энергии микровзаимодействия и ее выделением. Взаимодействия же во времени и в пространстве являются случайными. При возрастании износа инструмента, также возрастает и общая интенсивность сигнала ВАЭ.

Отметим, что частотный состав ВАЭ, зависит от скорости резания и всех параметров, влияющих на объем пластической деформации в зоне резания. При определении информационного пространства мы исходим из двух положений. Каждый информационный параметр должен быть легко формируемый на основе измерения сигнала ВАЭ измеренного одним измерительным преобразователем (акселерометром, установленным на резце державке). Сигнал вибраций, лежащий в низкочастотной области, является зашумленным шумом, генерируемым самим станком. Поэтому, исходя из помехозащищенности сигнала, целесообразно рассматривать высокочастотную область, лежащую за пределами полосы пропускания колебательных контуров, формируемых взаимодействующими подсистемами. Кроме этого информационные признаки целесообразно сформировать так, чтобы в информационном пространстве началу координат соответствовало численное значение информационного признака равное нулю. К тому же целесообразно его рассматривать в безразмерной форме. К отмеченным пожеланиям добавим и независимость информационного признака от динамической системы резания.

Приведенные данные позволяют сформировать следующие информационные признаки, в совокупности, определяющие информационное пространство $\mathbf{\Pi} \in \Re_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$. Ограничимся случаем, когда измеримым является сигнал ВАЭ в направлении X_1, и для него оценивается текущий спектр $S_{X_1,X_1}(\omega)$.

Параметр Π_1, оценивающий приращение общей дисперсии спектра в частотном окне $\Delta\omega = \omega_i - \omega_s$ по мере развития износа инструмента

$$\Pi_1(w) = \left| \int_{\omega_s}^{\omega_i} S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega)d\omega - \int_{\omega_i}^{\omega_s} S^{(i)}_{X_1,X_1}(\omega)d\omega \right| \{ \int_0^{\infty} S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega)d\omega \}^{-1}, \qquad (5.27)$$

где $S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega)$ – спектр на начальной стадии износа ($w = 0$); $S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega)$ – спектр при износе $w = w_i$. Здесь рассматривается модуль отклонения, так как в различных частотных окнах вариации нормированного к дисперсии спектра могут быть разнонаправленными. Так как все параметры представлены в безразмерной форме, то чувствительность параметра к износу определяется по очевидной зависимости $\delta[\Pi_i(w)] = \partial[\Pi_i(w)]/\partial w$.

Одним из общих оценок информации об износе является параметр $\Pi_2(w)$, оценивающий смещение средней частоты $\omega^{(c)}$ спектра колебаний. Средняя частота определяется по правилу $\int_0^{\omega_c} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega = \int_{\omega_c}^{\infty} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega$. Причем, здесь $S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega)$ есть нормированный к дисперсии спектр. Можно ввести эквивалентный показатель без вычисления $\omega^{(c)}$, определяемый по правилу

$$\Pi_2(w) = \left| \int_0^{\omega_c} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega - \alpha_H \int_{\omega_c}^{\infty} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega \right| \{ \int_0^{\infty} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega \}^{-1}. \qquad (5.28)$$

Здесь на начальном этапе износа безразмерный параметр α_H выбирается таким, чтобы $\int_0^{\omega_c} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega = \alpha_H \int_{\omega_c}^{\infty} S_{X_1,X_1}(\omega)d\omega$.

Как отмечено раньше, частотная область (0 - $\omega^{(\kappa)}$), лежащая в пределах полосы пропускания колебательных контуров, формируемых взаимодействующими подсистемами, является наиболее чувствительной к дополнительным вибрационным возмущениям, которые генерируются самим станком. В связи с этим, введем в рассмотрение еще два параметра.

Параметр $\Pi_3(w)$, оценивающий изменение общего уровня вибраций в высокочастотной области ($\omega^{(\kappa)} - \infty$).

$$\Pi_3(w) = \left| \int_{\omega_k}^{\infty} S^{(i)}_{X_1,X_1}(\omega) d\omega - \int_{\omega_k}^{\infty} S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega) d\omega \right|, \qquad (5.29)$$

где $S^{(0)}_{X_1,X_1}(\omega)$ - нормированный к дисперсии спектр неизношенного инструмента; $S^{(i)}_{X_1,X_1}(\omega)$ - нормированный к дисперсии спектр сигнала ВАЭ инструмента, износ которого достигает значения $w = w_i$.

Огибающая сигнала ВАЭ по мере приближения износа к своему критическому значению, как правило, характеризуется нерегулярными свойствами. Поэтому можно рассматривать также параметр $\Pi_4(w)$, оценивающий нестационарность сигнала ВАЭ. Заметим, что свойства формируемых при резании притягивающих множеств, проанализированные в третьей главе, показывают, что при приближении износа к своему критическому значению уровень хаотичности в притягивающих множествах деформаций возрастает. Для формализации оценивания параметра $\Pi_4(w)$ будем считать, что нам задана временная последовательность сигнала виброускорений $a(t) = d^2X_1(t)/dt^2$, в котором отфильтрована его низкочастотная составляющая, в виде $\mathbf{a^{(э)}(t)} = \{a^{(э)}(\Delta t), a^{(э)}(2\Delta t), a^{(э)}(3\Delta t), ... a^{(э)}(k\Delta t)\}$. Здесь $\Delta t = (\omega_{0,2})^{-1}$ - определяется частотой Найквиста. В нашем случае $\omega_{0,2} = 14 кГц$. Время наблюдения определяется нижней частотой $\omega_{0,1} = 700\ Гц$ анализируемого сигнала, то есть равно 0,0014 с. Таким образом, для оценивания частотных свойств сигнала в диапазоне частот ($\omega_{0,1}$-$\omega_{0,2}$) достаточно иметь массив в 196 отсчетов. Для каждого $\mathbf{a^{(э)}(t)}$ ($t \in (0, T_u)$) определим оценку математического ожидания $M[\mathbf{a^{(э)}(t)}]$, после чего построим новую последовательность $\mathbf{a^{(0)}(t)}$ в вариациях относительно $M[\mathbf{a^{(э)}(t)}]$, и будем ее рассматривать по модулю. Тогда $\mathbf{a^{(0)}(t)} = \{\left|[M(\mathbf{a^{(э)}}) - a^{(э)}(\Delta t)]\right|, \left|[M(\mathbf{a^{(э)}}) - a^{(э)}(2\Delta t)]\right|, ... \left|[M(\mathbf{a^{(э)}}) - a^{(э)}(k\Delta t)]\right|\}$. Оценка $\Pi_4(w)$ формируется следующим образом

$$\Pi_4(w) = M[\mathbf{a^{(0)}(t)}] / M[\mathbf{a^{(э)}(t)}] \ . \qquad (5.30)$$

Очевидно, если отклонения $a^{(э)}(\Delta t)$ от математического ожидания $M(\mathbf{a^{(э)}})$ равны нулю, то оценка $\Pi_4(w) = 0$. При этом необходимо учитывать, что вариации ампли-

туды при формировании эмиссионного сигнала имеют высокую корреляцию с вариациями скважности между импульсами. Таким образом, оценка $\Pi_4(w)$ также удовлетворяет принятым требованиям, она безразмерна, а также возрастает по мере увеличения износа.

Можно рассматривать и другие оценки, основанные на чувствительности частотных характеристик сигнала ВАЭ к варьированию параметров формируемой резанием динамической связи, которые зависят от износа. Например, можно рассматривать оценку Π_5, оценивающую вариацию резонансной частоты подсистемы инструмента $\Omega_{0,1}$ в направлении X_1

$$\Pi_5(w) = \Delta\Omega_{0,1} / \Omega_{0,1}, \tag{5.31}$$

где $\Delta\Omega_{0,1}$ – приращение резонансной частоты $\Omega_{0,1}$ в момент $w = w(k)$ по отношению к частоте, соответствующей износу $w = 0$. Эта оценка также удовлетворяет требованиям к ее свойствам.

5.6.2 Построение решающих правил для разделения информации об износе

Для конкретизации информационного пространства $\Re_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$ необходимо проанализировать чувствительность параметров $\mathbf{\Pi} = \{\Pi_1, \Pi_2, ...\Pi_k\} \in \Re_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$ к износу. В первом (линейном) приближении такая задача может быть решена на основе построения регрессионной модели износа в координатах пространства $\Re_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$. Она строится в два этапа. На первом этапе оценивается чувствительность параметра к приращению износа, то есть для каждого Π_i определяется $\delta[\Pi_i(w)] = \partial[\Pi_i(w)]/\partial w$. После этого выполняется ранжирование параметров по принципу его чувствительности $\delta[\Pi_i(w)]$ к вариациям износа. На втором этапе строится регрессионная модель оценивания износа для l параметров

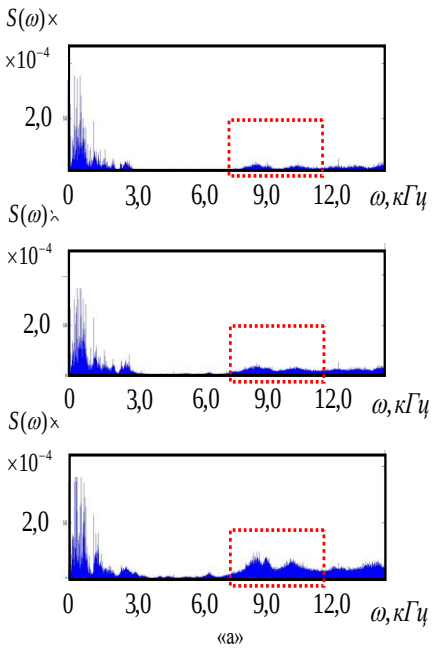
$$w = \sum_{i=1}^{i=l} \alpha_i \prod_i . \tag{5.32}$$

Параметры α_i определялись линейным методом наименьших квадратов из нормальной системы уравнений

$$\mathbf{\Pi^1 \Pi \hat{A} = \Pi^1 w}, \qquad (5.33)$$

где $\mathbf{\Pi}$ - матрица переменных параметров Π_i; $\mathbf{w}$ - матрица диагностируемых параметров, то есть износа w; $\hat{\mathbf{A}}$ - оценки определяемых коэффициентов (α_i). Также определяются остатки в виде дисперсионной оценки

$$\sigma_l = \{w - \sum_{i=1}^{i=l} \alpha_i \Pi_i\}^2 . \qquad (5.34)$$



«a»

«b»

Рис. 5.31 – Пример изменения спектров виброускорений по мере увеличения износа (a), измеренных виброакселерометром (b)

Затем добавляется следующий по ранжированию чувствительности $\delta[\Pi_i(w)]$ параметр Π_{l+1}. Добавление параметров, то есть увеличение размерности пространства $\mathfrak{R}_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$ выполняется до тех пор, пока дисперсия остатков уменьшается. При построении системы диагностики учитывается также простота формирования параметров пространства $\mathfrak{R}_{\mathbf{\Pi}}^{(\mathbf{k})}$. На втором этапе определяются решающие правила разбиения износа на кластеры. Для этого разработано большое количество методов, в том числе основанных на использовании нейросетевых моделях обучения, и пр. [95-104]. Мы для определения решающих правил использовали Байесовское правило построения гиперплоскостей, разделяющих информационное пространство на области (кластеры), нахождение в которых позволяет оценивать принадлежность износа заданной величине с необходимой вероятностью. Приведем пример построения информационной модели диагностирования для случая продольного точения валов приводов. Обрабаты-

вается сталь 20Х инструментом, снабженным твердосплавными пластинами из Т15К6. Для этого случая приведем пример экспериментально измеренного спектра сигнала ВАЭ по мере развития износа (рис. 5.31). Здесь хорошо видно перераспределение нормированных к дисперсии спектров виброускорений по мере увеличения износа инструмента. Это перераспределение положено в основу построения информационного признака $П_2$. На иллюстрации (рис. 5.31 «а») красным пунктиром выделен частотный диапазон, в котором чувствительности ВАЭ к износу максимальна. Это диапазон (8,0-12,0) кГц. После выделения сигнала в этом частотном диапазоне рассматриваются информационные оценки в плоскости $П_2$, $П_4$ (рис. 5.32).

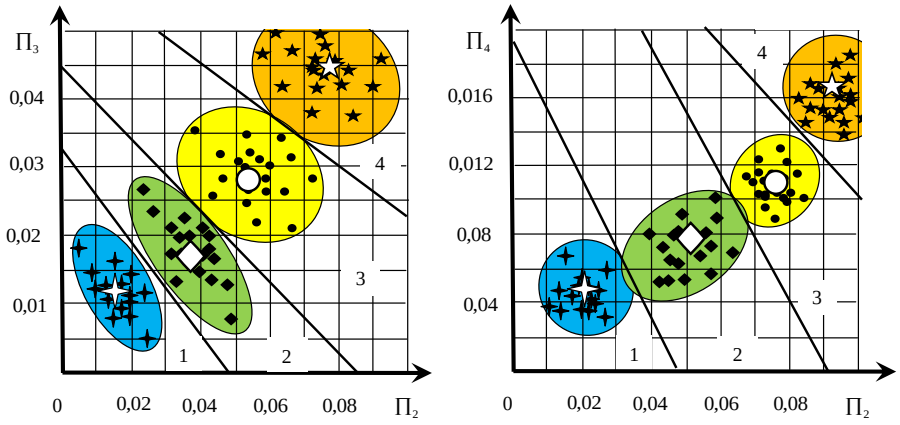


Рис. 5.32 – Распределение информативных признаков в плоскостях $(П_2, П_3)$ и $(П_2, П_4)$. Центры группирования показаны фигурами с белым фоном

Для построения информационной модели диагностики выбраны четыре группы износа инструмента $\{\Delta w_1, \Delta w_2, \Delta w_3, \Delta w_4\}$ по задней грани: $\Delta w_1 \in (0{,}0-0{,}15) мм$; $\Delta w_2 \in (0{,}15-0{,}30) мм$; $\Delta w_3 \in (0{,}30-0{,}45) мм$ и $\Delta w_4 \in (0{,}45-0{,}60) мм$. Определялись центры группирования отображений износа в информационном пространстве и значения дисперсии в вариациях относительно этих центров (рис. 5.32), далее согласно Байесовскому правилу определялись гиперплоскости, разделяющие пространства различных классов износа. Уравнения гиперплоскостей, разделяющих информационное пространство, даны ниже

$$\begin{cases} w_{1,2}(П_2, П_3, П_4) = 0{,}046П_2 + 0{,}033П_3 + 0{,}0185П_4; \\ w_{2,3}(П_2, П_3, П_4) = 0{,}092П_2 + 0{,}045П_3 + 0{,}0486П_4; \\ w_{3,4}(П_2, П_3, П_4) = 0{,}22П_2 + 0{,}063П_3 + 0{,}0562П_4. \end{cases} \quad (5.35)$$

Как уже отмечено, при диагностировании износа можно оценивать и шероховатость поверхности. Во многих случаях достаточно оценивать шероховатость самостоятельно без оценивания износа. Коротко остановимся на этой проблеме. При оценивании микрорельефа необходимо воспользоваться параметрами, принятыми в ГОСТ 25142 – 82 и ГОСТ 2789 – 73. В оценках шероховатости наибольшее распространение получили параметры, определяющие неровности на опорной длине профиля в виде Ra (среднего арифметического отклонение профиля) и Rz (высоты неровностей по десяти точкам). При определении шероховатости на основе необходимо знать, прежде всего, величину базовой длины l. В табл. 5.4 приведены значения для базовой длины, взятые нами из ГОСТ 25142 – 82.

Таблица 5.4 –Базовая длина l в зависимости от величины шероховатости поверхности

Базовая длина *l*, мм	Оценка шероховатости Ra, мкм	Оценка шероховатости Rz, мкм
0,08	До 0,025	До 0,10
0,25	Св. 0,025 до 0,4	Св. 0,10 до 1,6
0,8	Св. 0,4 до 3,2	Св. 1,6 до 12,5
2,5	Св. 3,2 до 12,5	Св. 12,5 до 50,0
8,0	Св. 12,5 до 100,0	Св. 50 до 400

Если пользоваться частотным анализом, то базовая длина $l = \Delta L$ определяет пространственную частоту $\Omega_L = (\Delta L)^{-1}$, начиная с которой необходимо рассматривать оценки шероховатости. Пространственной частоте $\Omega_L = (\Delta L)^{-1}$ при неизменных скоростях резания $V_P = [(V_3)^2 + (V_2)^2]^{0,5}$, соответствует частота колебаний $\Omega = V_P \Omega_L$. Проанализируем возможности рассмотрения таких отображений на примере обработки вала из стали 20Х диаметром D=40,0 мм. Оптимальная скорость резания в этом случае будет 2,4 м/сек, что соответствует частоте вращения заготовки 10 Гц. Дополнительно учтем изложенные выше данные об адекватности взаимосвязи $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ и $\Im(\mathbf{L, X, Y})$. В зависимости от квалитета точности меняются требования к шероховатости поверхности.

Для рассматриваемого примера при квалитете точности (6-7) требования к шероховатости поверхности определяется (2,5-0,63) мкм. Для оценивания этой

шероховатости требуется длина опорной поверхности из табл. 4.2, равная 0,8 мм. Тогда частота, начиная с которой можно оценивать шероховатость, равна примерно 3,0 кГц. Таким образом, частота колебаний, начиная с которой необходимо рассматривать неровности, характеризующие шероховатость, лежит за пределами полосы пропускания взаимодействующих подсистем. Она лежит за пределами частот, при которых функция когерентности между колебаниями и рельефом является значимой. Поэтому анализ притягивающих множеств деформаций, рассмотренный во второй и третьей главах, не применим к прямому прогнозированию шероховатости. Если же повысить класс точности и рассматривать длину опорной поверхности $l = 0{,}25\ мм$, то частота анализируемого сигнала должна быть не менее 10,0 кГц.

Таким образом, микрорельеф поверхности не может определяться только колебательными смещениями, генерируемыми динамической системой резания в приведенных ранее представлениях. Его не представляется возможным непосредственно определить на основе изложенного выше математического инструментария. Однако опосредованно через высокую корреляцию связи изменения шероховатости по мере развития износа оценивание шероховатости возможно, если задано начальное значение шероховатости при нулевом износе. В частотной области, лежащей за пределами полосы пропускания подсистем, взаимодействия формируют силовую эмиссию процесса резания, которая измеряется в некоторой точке преобразующей системе станка. При этом необходимо учитывать, что прохождение акустической волны через стыковые соединения, во-первых, характеризуется нелинейным преобразованием, вносящим искажения в спектр колебаний, во-вторых, стыковые соединения образуют некоторую зону нечувствительности, не позволяющую измерять колебания малой интенсивности [283-288]. Для определения места установки измерительного преобразователя можно воспользоваться оценкой функции когерентности между силовыми воздействиями, приложенными к вершине инструмента, и точкой измерения колебаний [283, 284]. Наиболее перспективным направлением для измерения сигнала ВАЭ является использование

специализированных резцов. В них в точках контакта режущей пластинка и тела резцедержателя установлены пьезоэлементы. В формировании шероховатости принимают участие три группы взаимосвязанных факторов

1. Механическая группа. Это следствия макровзаимодействия инструмента с заготовкой: след его вершины на ее поверхности и пластическое оттеснение материала из зоны резания, которые, в том числе, зависят от технологических режимов резания и износа инструмента.

2. Физико-химическая группа. Формообразование высотных неровностей зависит от молекулярных взаимодействий контактирующих поверхностей, которые приводят к образованию вторичных диссипативных структур, например, срывающемуся наросту. Трибохимический аспект взаимодействия инструмента с заготовкой с применением СОТС изменяет силовую динамику процесса резания, соответственно преобразования на этом уровне будут изменять микрорельеф обработанной поверхности.

3. Динамическая группа. Данная группа обобщает различные параметры и свойства динамики процесса резания, приводящие к изменению сил резания. Здесь следует рассматривать и вибрации и силовую эмиссию в зоне резания, термодинамические эффекты.

Можно продолжить эти перечисления, но важно отметить, что все факторы, способствующие увеличению неровностей, возрастают по мере развития износа, причем возрастают необратимо. Каждое локальное силовое взаимодействие, как правило, оставляют след на формируемой поверхности. Достаточно отметить эффект следов от срывающегося нароста. Так как силовая эмиссия рассматривается в высокочастотной области, то частотные составляющие колебаний, лежащие в полосе пропускания колебательных контуров, «модулирует» все характеристики ВАЭ в высокочастотной области. Все это вызывает нестационарность сигнала ВАЭ.

Корреляция износа с шероховатостью позволяет ее диагностировать по правилам, изложенным выше для диагностики износа. Тогда в информационное пространство при построении модели шероховатости целесообразно ввести дополни-

тельные признаки. Они характеризуют, во-первых, дисперсию сигнала, во-вторых, оценку нестационарности спектра.

5.7 Параметры диагностики и принципы их оценивания в вибрациях и силах

В параграфе приведены общие подходы к анализу отображения состояния динамической системы в изменениях выходных свойств процесса обработки. При этом полагается, что наблюдаемыми являются силы резания в широком частотном диапазоне и вибрации элементов станка. Перечислим дополнительные особенности анализа этих отображений, которые нами названы динамическим мониторингом процессов обработки. Кроме тех правил, которые рассмотрены выше, и они касаются оценивания износа инструмента, прогнозирования эволюции системы, а также параметров геометрического качества в виде скелетных геометрических топологий в таблице 5.5 приведены некоторые дополнительные правила анализа отображений. Данные правила не исчерпывают возможности оценивания состояния процесса резания по другим динамическим характеристикам.

Таблица 5.5 – Информационные признаки отображения состояния процесса резания в динамических характеристиках системы

Диагностируемый параметр, ситуация	**Принцип построения информационной модели**
1. Износ режущего инструмента	Смещения корней характеристического полинома авторегрессионной модели наблюдаемой вибрационной последовательности. Изменения дисперсии распределения корней характеристического полинома относительно центров их группирования. Смещение средней частоты автоспектров виброакустического сигнала. Изменение дисперсии спектральных характеристик, центров группирования корней характеристического полинома авторегрессионной модели, амплитуд и фаз основных осцилляторов. В ходе приработки изменяется статисти-

	ческая характеристика, оценивающая асимметрию колебаний относительно точки равновесия. Например, на основе анализа вероятности превышения колебаниями заданного уровня.
2. Оценивание скорости и интенсивности изнашивания инструмента	Смещение корней характеристического полинома при регрессионном спектральном анализе от единичной окружности к началу координат. Уширение спектральной линии основных осцилляторов, в том числе обусловленных силовой эмиссией коррелирует со скоростью изнашивания.
3. Оценивание критического состояния износа	Формирование хаотических колебаний. Преобразование дискретного в непрерывный спектр вибраций инструмента. Резкое увеличение дисперсии спектральных характеристик.
4. Изменения жесткости закрепления заготовки в шпинделе и заднем центре.	Смещение частот осцилляторов, формируемых подсистемой заготовки по отношению к их эталонным значениям.
5.Оценивание геометрической анизотропии многолезвийного инструмента и поликристаллических алмазных инструментов, регулярной по периоду вращения шпинделя (разнообрабатываемость).	Диаграммы пространственной силовой анизотропии в низкочастотной области, полученные по алгоритмам синхронно – синфазного усреднения наблюдаемых силовых последовательностей, а также на основе отображений Пуанкаре. Уширение спектральной линии сигнала, моделирующего силовую импульсную последовательность. Информационные модели строятся на основе байесовского классификатора, методов группирования на кластеры, компьютерной базы знаний.
6.Оценивание анизотропии динамических характеристик процесса резания, регулярных по периоду вращения шпинделя.	Диаграммы пространственного группирования корней характеристического полинома авторегрессионных уравнений сигнала виброакустической эмиссии в среднечастотном диапазоне (0,5 - 10) кГц, построенные

	по алгоритмам синхронно – синфазного усреднения.
7.Увеличение локализации напряжений и деформаций в приповерхностных слоях режущего инструмента (оценка градиента физико-механических свойств контактируемых поверхностей в нормальном к контактируемой поверхности направлении). Увеличение градиентов напряжений и деформаций в зоне резания приводит к уменьшению деформированного слоя на обрабатываемой детали.	Локализация напряжений и деформаций в приповерхностных областях приводит к смещению средних частот автоспектров в высокочастотную область, а также к смещению корней характеристического полинома в высокочастотную область, при этом уменьшается средняя длительность импульсов силовой эмиссии.
8. Развитие неопределённости координат состояния процесса резания (увеличение энтропии состояния).	Уменьшение функции когерентности между координатами подсистем машины, разделённой процессом резания. Увеличение дисперсии распределения корней относительно центров их группирования.
9. Диагностика смещения точки равновесия динамической системы резания. Оценивание параметров макрогеометрической погрешности.	Смещения корней характеристического полинома АР моделей, априорная информация о матрицах жёсткости подсистем инструмента и заготовки, а также зависимостях сил от технологических режимов. Информационная модель строится как имитационная модель преобразования измеримых координат перемещений исполнительных элементов в координатах «медленных» формообразующих движений инструмента относительно заготовки с учётом оценивания циклических составляющих сил.
10. Диагностика развития увода инструмента при обработке отверстий осевым инструмен-	Статистические оценки последовательностей в окне равном периоду вращения заготовки.

том.	
11. Диагностика разбивки отверстия при сверлении и обработке осевым инструментом.	Статистические оценки последовательностей, построенные по стробоскопическим отображениям Пуанкаре со сдвигом, равным периоду вращения инструмента.
12. Диагностика погрешности формы поперечного сечения обрабатываемого отверстия.	Преобразование сил в траектории деформационных смещений вершины инструмента и заготовки. Для оценивания используются статистические оценки, например, математическое ожидание для последовательностей, построенных на стробоскопических отображениях Пуанкаре со сдвигом, равным периоду вращения заготовки.
13. Оценивание текущих значений шероховатости формируемой поверхности.	Информационная модель шероховатости является композиционной. Она включает регулярную составляющую, определяемую, в основном, величиной подачи на оборот, составляющую, определяемую многообразиями, формируемыми в пространстве состояния подсистемы «быстрых» движений, составляющую, определяемую самостоятельными процессами в зоне резания и составляющую, определяемую эволюционными преобразованиями.
14. Оценивание критических ситуаций при резании, прокручивание детали в зажимном приспособлении, поломка инструмента и выкрашивание режущего лезвия и пр.	Критические ситуации во всех случаях вызывают развитие нестационарности в сигнале виброакустической эмиссии.

5.8 Анализ результатов. Выводы по главе

Приведенные в главе методики и математические модели позволяют их интерпретировать как виртуальные цифровые модели, позволяющие выполнять динамический мониторинг основных выходных свойств процесса резания. В зависимости от существующих на станке возможностей наблюдения (измерения) координат состояния и полноты

виртуальной цифровой модели возможны следующие варианты ее использования в системах мониторинга выходных характеристик обработки.

Если виртуальная цифровая модель является полной и ее параметры идентифицированы, но координаты состояния не наблюдаемы, то с помощью этой модели на стадии подготовки программ ЧПУ имеется возможность прогнозировать параметры геометрического качества изготовления детали, износ и интенсивность изнашивания, а также их изменение вдоль траектории движения инструмента. При условии, что виртуальная модель является полной, но информация о параметрах динамической связи резания является неполной, и наблюдаемы некоторые базовые координаты динамической системы, то виртуальная модель позволяет выполнять динамический мониторинг выходных свойств обработки. Здесь базовой наблюдаемой координатой, как правило, является сила резания. Наконец, можно частично использовать предложенную цифровую модель для целей диагностирования износа и характеристик качества, при условии, что наблюдаем сигнал виброакустической эмиссии.

Введено в рассмотрение понятие скелетной геометрической топологии $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$. Знание матрицы $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ позволяет из нее вычислить различные оценки качества обработанной поверхности, в том числе, утвержденные ГОСТ. Для этого предложено из матриц $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ рассматривать оценки погрешности поперечного сечения, например, на основе рассмотрения последовательностей в матрице $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$, составленной из ее столбцов.

Экспериментально-аналитические исследования адекватности отображения траекторий формообразующих движений в экспериментально измеренных геометрических топологиях с помощью функций когерентности показали, что отображения этих движений в геометрии формируемой резанием поверхности имеет ограниченный частотный диапазон. Еще большие ограничения в частотной области имеют оценки, вычисленные по разработанным математическим моделям. Это связано, в частности, с тем, что в частотной области разработанные математические модели имеют ограниченную область определения.

Приведенные примеры трансформации геометрических топологий за счет эволюции динамической системы резания, обусловленной фазовыми траекториями мощности

необратимых преобразований по произведенной работе по направлению перемещения инструмента, показали возможность не только оценивать текущие значения геометрических параметров детали в ходе обработки, но и прогнозировать их изменение. Это относится и к оценкам износа, а также интенсивности изнашивания.

Для оценивания (диагностирования) выходных параметров процесса резания можно использовать традиционный подход, включающий построение информационного пространства и определение решающих правил, позволяющих в этом пространстве определить различные кластеры по признаку принадлежности к значению диагностируемого параметра. Показано, что все агрегированные координаты этого пространства (информационные признаки) должны быть безразмерными, и они должны иметь нулевые оценки на начальном этапе резания. Предложены различные алгоритмы определения параметров этого пространства для диагностирования износа, макро геометрии и шероховатости. Они проиллюстрированы на примере диагностирования износа.

Приведенные примеры оценивания выходных свойств системы на основе построения виртуального цифрового аналога динамической системы резания открывают новое направление, позволяющее повысить эффективность существующих систем ЧПУ. Оно открывает направление совершенствования станком с ЭВМ ЧПУ более высокого интеллектуального уровня, отдельные фрагменты которого не только проанализированы в лабораторных условиях, но и доведены до промышленного использования. Это направление позволяет повысить выходные свойства системы до предельно достижимых показателей для конкретного оборудования.

Глава 6. Синтез синергетического управления процессом резания

В отличие от известных направлений построения виртуальной цифровой модели (ВЦМ) динамической системы резания в диссертации предлагается модель, которая раскатывает внутреннюю структуру формирования выходных свойств обработки, учитывающую не только взаимовлияние и самоорганизацию подсистем, но и неуправляемые возмущения, а также эволюцию свойств в ходе функционирования. Модель может использоваться для повышения эффективности обработки, при этом цель обработки и критерий эффективности может варьироваться. Кроме этого, согласно современным технологическим направлениям развития науки и техники ВЦМ может быть применима для динамического мониторинга процесса обработки в зависимости от того, какая рабочая информация о координатах состояния системы является доступной для измерения. Следующая задача, стоящая при использовании системно-синергетического подхода к синтезу включает проблему управления, которая рассматривается в настоящей главе. Мы ограничимся случаем управления процессам точения на станках с ЧПУ. Основные материалы по направлению проблематики этой главы опубликованы в работах [289-303]. Вначале рассмотрим общий подход к синтезу синергетического управления и его частным задачам.

6.1 Постановка задачи синергетического управления

При синергетическом синтезе управления необходимо решить несколько задач. Во-первых, определить управляющие параметры. Это параметры, которые должны быть легкодоступными к изменению и при этом входить во все уравнения ВЦМ, чтобы оказывать влияние на динамику системы на всех иерархических уровнях. Традиционно управляющими параметрами выбираются технологические режимы резания и ТИЭС. Затем, на основе моделирования, выбираются траектории исполнительных элементов станка с учетом упругих деформаций системы $\mathbf{L}_{\mathbf{0}}^{(\Phi)}$, далее из них выбираются желаемая терминальная траектория, которая бы удовлетворяла выходным характеристикам обработки и минимум приведенных затрат на изготовление партии деталей.

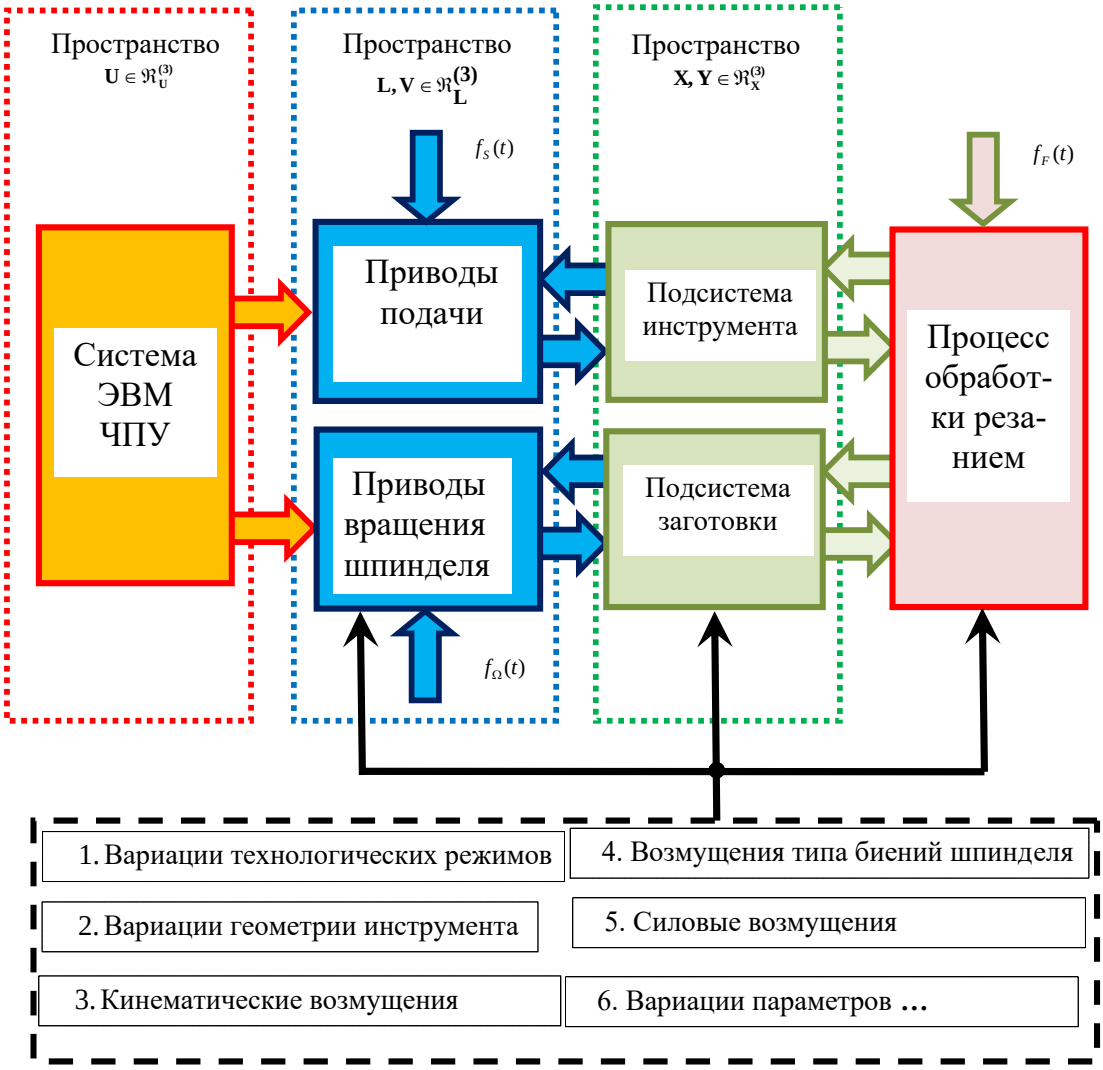


Рис. 6.1 – Структура ДСР при расширенном пространстве состояния управляемой системы

При синергетическом синтезе рассматриваются элементы ДСР во взаимодействии с помощью динамических связей между ними (рис. 6.1). При рассмотрении системы в целом динамические звенья нельзя рассматривать как однонаправленные. Именно их взаимное влияние через естественно формируемые в процессе обработки связи приводит к явлениям самоорганизации и возможности взаимосогласования взаимодействий в направлении цели обработки.

Вначале рассмотрим общую схему синергетического управления процессов резания. Пусть заданы уравнения динамики всех подсистем (1.4), (1.7), (1.8), (1.10), то есть задана ВЦМ системы, а также определены параметры уравнений. Определены и параметризованы также уравнения связей (рис.6.2). Эти уравнения (1.10) представляют не только преобразования входных координат в выходные, но

и зависимость координат состояния каждой подсистемы от взаимодействия с другими подсистемами.

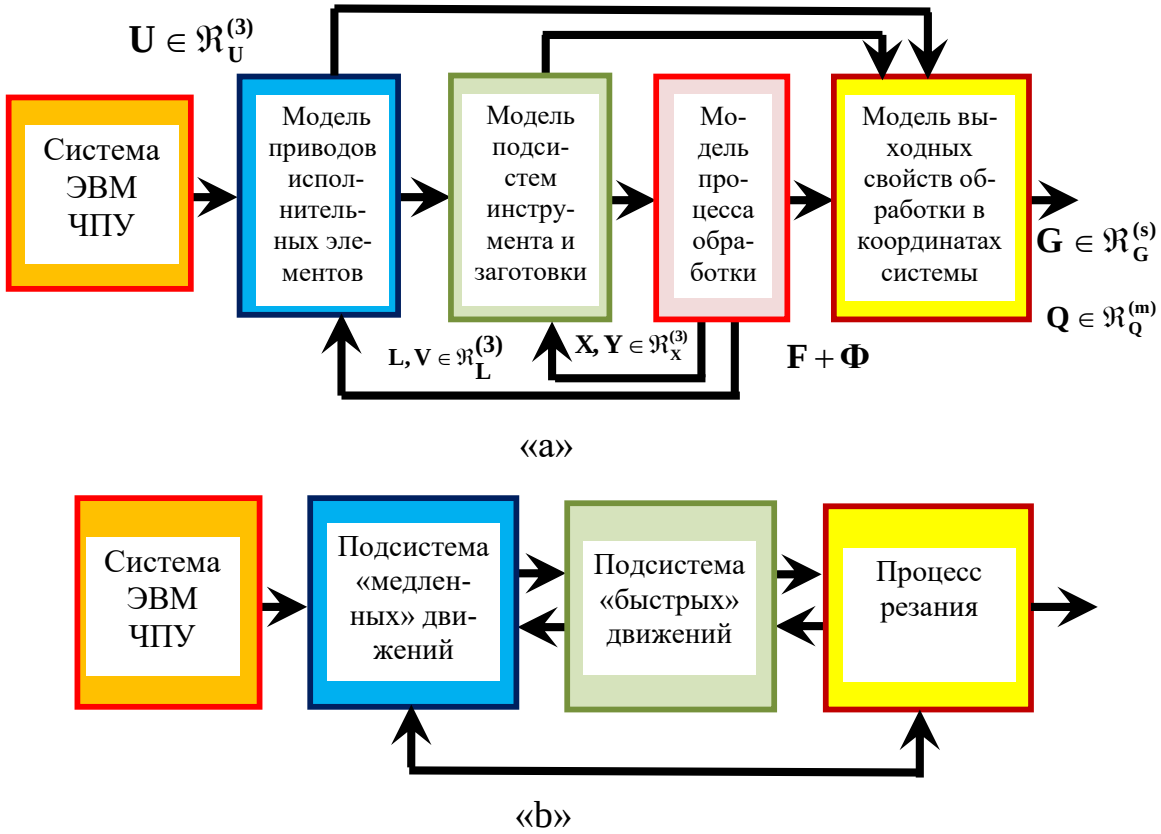


Рис. 6.2 – Схема управляемой динамической системы резания: «a»- взаимодействия между подсистемами по принципу их конструктивных особенностей; «b» - взаимодействия подсистем по принципу «медленности» времени

Конструктивно токарный станок представляет несущую систему, которая считается недеформируемой, в которую конструктивно вписаны подсистемы, обеспечивающие управляемые от ЧПУ траектории исполнительных элементов станка $\mathbf{L}, \mathbf{V} \in \Re_{\mathbf{L}}^{(3)}$. Движения, задаваемые $\mathbf{L}, \mathbf{V}$ задаются управлением $\mathbf{U} \in \Re_{\mathbf{U}}^{(3)}$ и реакцией со стороны процесса резания $\mathbf{F} + \mathbf{\Phi}$ (рис. 6.2 «a») и механических узлов трения кинематики станка. При моделировании реакция от несущей системы, обусловленная трением, не рассматривается, формируемые при этом возмущения можно интерпретировать как силовой шум.

Силы резания (1.10) определяются траекториями формообразующих движений $\mathbf{L}^{(\Phi)} = \mathbf{L} - \mathbf{X} - \mathbf{Y}$ (рис. 6.2 «a»). Деформационные смещения $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \Re_{X}^{(3)}$, рассматриваемые по отношению к несущей системе, в приведенной упрощенной модели фактически являются деформациями. Они при заданных моделях упругих подси-

стем зависят от сил $\mathbf{F}+\mathbf{\Phi}$. На схеме рис. 6.2 «а» они характеризуют вторую формируемую в системе обратную связь. Наконец все координаты пространства состояния ДСР определяют выходные свойства ДСР, законы формирования выходных свойств в координатах состояния подробно рассмотрены в пятой главе.

Рассмотрим схему синергетического синтеза на примере программного управления процессом точения. Пусть определена ВЦМ системы резания в виде системы уравнений с расширенным пространством состояний (1.10) [132-136]. Будем считать заданным множество траекторий $\mathbf{L}_{\mathbf{0}}^{(\Phi)}$, из которых необходимо выбрать желаемую терминальную траекторию. Ее глобальную аттрактовость необходимо обеспечить для всего пространства состояния системы.

В работах [134-136] предложен метод синтеза системы, обеспечивающей асимптотическое притяжение всех траекторий пространства состояния к желаемой терминальной траектории. В этом смысл свойства понижения размерности пространства состояния. Например, если желаемой траекторией является точка, то с течением времени все траектории притягиваются к этой точке, а размерность пространства состояния становится равной нулю. В дальнейшем любая траектория, находящаяся в $\varepsilon-$ окрестности терминальной траектории, забывает свое начальное значение и движется в соответствие с законом терминальной траектории. Это известный принцип понижения фазового объема в диссипативных системах. Предложенный принцип, названный аналитическим конструированием агрегированных регуляторов (АКАР), к рассматриваемой проблематике прямо не применим, так как возможности управления траекториями формообразующих движений ограничены в частотной области и требуют введения в систему внутренних связей, которые на данном этапе нереализуемы. Поэтому в диссертации предлагается иной подход, основанный, во-первых, на асимптотических свойствах решений нелинейных дифференциальных уравнений с малыми параметрами при производных (рис. 6.2 «b») [161, 162], во-вторых, при синтезе выделяются «параметры порядка», которые обеспечивают сходимость заданной траектории и реальной.

При обеспечении свойств аттракторности траектории $\mathbf{L}_0^{(\Phi)}$, мы будем опираться, как упоминалось выше, на возможность изменения технологических режимов $t_P^{(0)}$, $S_P^{(0)}$ и $V_P^{(0)}$. Технологические режимы в этом случае играют роль «параметров порядка» в синергетической парадигме. Тогда в основе синтеза лежит желаемая терминальная траектория $\mathbf{L}_0^{(\Phi)}$, определение на ее основе всех траекторий пространства состояния в силу систем дифференциальных уравнений ВЦМ.

Задача решается в два этапа. На первом этапе определяются соответствующие траектории подсистемы «медленных» движений. Затем анализируется подсистема «быстрых» движений. Совместный их анализ позволяет на основе решения обратных задач динамики определить программу ЧПУ, соответствующие ей технологические параметры такими, что желаемая траектория формообразующих движений соответствует траектории $\mathbf{L}^{(\Phi)}$.

В зависимости от специфики обрабатываемой детали и требований к выходным свойствам системы при синергетическом управлении возможно несколько случаев. Перечислим их.

1. Задана априорная информация о параметрах ВЦМ, она является полной и параметры ДСР не меняются вдоль траектории движения инструмента. Фактически приведенные условия в настоящее время используются при традиционном (подчиненном) принципе управления. Согласование же траекторий в данном случае полагает учет неизменных вдоль траектории упругих деформаций и обеспечении их асимптотической устойчивости.

2. Задана априорная информация о параметрах ВЦМ, она является полной, но параметры взаимодействующих подсистем и формируемой резанием динамической связи изменяются вдоль траектории инструмента. Типичным примером такой системы является продольное точение детали, матрицы жесткости которой изменяются вдоль траектории движения инструмента по заданному закону. К такому же классу относятся детали сложной геометрии, то есть такие, при изготовлении которых необходимо изменять направление суммарной скорости про-

дольного и поперечного суппортов. Фактически п.1 является некоторым упрощением п.2.

3. Если априорно заданы все параметры ВЦМ, то во всех случаях в процессе обработки имеют место эволюционные изменения параметров, формируемой процессом резания динамической связи. Обобщенным показателем изменения параметров динамической связи, как показано в четвертой главе, является износ инструмента. Поэтому все программы ЧПУ в зависимости от текущего износа, строго говоря, должны перестраиваться. Здесь возможно несколько подходов к учету эволюционных изменений системы резания, в том числе, на основе использования алгоритмов распознавания износа, рассмотренных в пятой главе.

4. Наконец, априорная информация о параметрах ВЦМ может быть неполной. Например, отсутствует информация о вариациях припуска, влияющего на силы резания. Здесь представляет интерес случай, когда некоторые координаты пространства состояния системы являются измеримыми. Например, измеримыми являются силы резания. Тогда на основе обеспечения обмена информацией между процессом обработки и его ВЦМ можно предложить синергетические адаптивные методы управления, обеспечивающие повышение качества изготовления деталей.

Перечисленные подходы к синтезу не ограничивают возможности управления выходными свойствами системы. В частности, возможности управления расширяются, если использовать нелинейные эффекты взаимозависимости, например, по алгоритмам вибрационного управления динамикой резания. При всех условиях при управлении процессом резания с учетом эволюции его свойств свойства системы резания характеризуются переходом к своему предельному состоянию, после достижения которого обеспечение требуемых выходных свойств обработки становится невозможным.

6.2 Управление обработкой валов малой жесткости

Системно-синергетический подход к программному управлению для случаев п.1 и п.2 удобно раскрыть на конкретном примере обработки штуцера форсунки топливного насоса для дизельных двигателей. Вначале рассмотрим методику

определения множества $\mathbf{L}^{(\Phi)}$, удовлетворяющего требованиям точности формируемого процессом резания диаметра вала.

Будем считать заданной и параметризированной ВЦМ процесса резания. В модели рассмотрим параметры подсистемы инструмента и заготовки изменяемыми, но по априорно известному закону. Тогда подсистема инструмента, определяемая матрицами $\mathbf{c}^{(X)}, \mathbf{h}^{(X)}, \mathbf{m}^{(X)}$, и подсистема заготовки, заданная матрицами $\mathbf{c}^{(Y)}(L_2)$, $\mathbf{h}^{(Y)}(L_2)$ и $\mathbf{m}^{(Y)}(L_2)$, изменяют свои свойства в продольном направлении L_2. Характеристика изменения обусловлена законом изменения жесткости обрабатываемого вала согласно $c_0(L_2) = c^{(0)} + \alpha_c(50 - L_2)^2$ (5.28). Характеристика $c_0(L_2)$ является медленно изменяющейся траекторией во времени t относительно траектории скорости резания. Задавшись полной информацией для моделирования ВЦМ (рис.6.3), сформулируем целевую функцию управления $\mathbf{U} \in \Re_U^{(3)}$: обеспечение геометрического качества вала в виде постоянства его диаметра $\mathbf{G} = \{G_1, G_2, ...G_s\}^T \in \Re_{\mathbf{G}}^{(s)}$

$$D_0(L_2) = 2\{L_1(0) + X_1(L_2) + Y_1(L_2)\} = const \ , \qquad (6.\ 1)$$

где $L_1(0) = d/2; D_0$ - требуемый диаметр. Здесь (6.1) есть желаемая терминальная траектория для $\mathbf{X} \in \Re_X^{(3)}$ и $\mathbf{Y} \in \Re_X^{(3)}$ пространства формообразующих движений. Она является аттрактором для траекторий исполнительных элементов $\mathbf{L} \in \Re_L^{(3)}$, $\mathbf{V} \in \Re_L^{(3)}$. При этом, важно наложить ограничения на физическое соотношений скоростных траекторий $\mathbf{V} \in \Re_L^{(3)}$ вида $V_{2,\min}(L_2)(\Omega)^{-1} \le S_P^{(0)}(L_2) \le V_{2,\max}(L_2)(\Omega)^{-1}$.

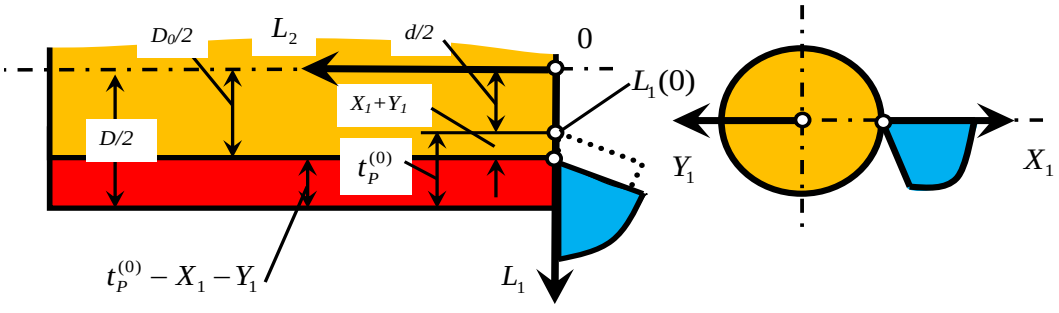


Рис. 6.3 – Схема формирования погрешности упругих деформаций $X_1 + Y_1$

На первом этапе необходимо определить преобразование траекторий $\mathbf{L}(L_2) \in \Re_L^{(3)}$, $\mathbf{V}(L_2) \in \Re_L^{(3)}$ в траектории $\mathbf{X}(L_2) \in \Re_X^{(3)}$ и $\mathbf{Y}(L_2) \in \Re_X^{(3)}$ так, чтобы выполня-

лось условие (1). Вначале не будем рассматривать преобразование $\mathbf{U}(L_2) \in \Re_U^{(3)} \Rightarrow \mathbf{L}(L_2) \in \Re_L^{(3)}$. Тогда

$$\begin{cases} \mathbf{c^{(X)}X = F;} \\ \mathbf{c^{(Y)}}(L_2)\mathbf{Y = F;} \\ F^{(0)} = \rho_0 S_P^{(0)}\{t_P^{(0)}(L_2) - X_1 - Y_1\}, \end{cases} \tag{6.2}$$

где $\rho_0 = \rho\{1 + \mu\exp[-\varsigma(V_3(L_2))]$; $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T = F^{(0)}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T \in \Re_X^{(3)}$. В (6.2) скрыты следующие ТИЭС: скорости $V_2(L_2)$ и $V_3(L_2)$ определяющие величину оборотной подачи $S_P^{(0)}(L_2) = \int\limits_{t-(\omega_3)^{-1}}^{t} V_2(\xi, L_2)d\xi \Rightarrow V_2(L_2)[\Omega(L_2)]^{-1}$, $V_3(L_2) = \pi d\Omega(L_2)$; значение глубины резания $t_P^{(0)}(L_2) = D(L_2)/2 - L_1(L_2)$. Если $D = const$ и $L_1(L_2) = const$, то $t_P^{(0)} = const$. Если определена траектория $V_2(L_2)$, то в силу (6.2)) получаем

$$\begin{cases} (1 + \rho_0 S_P^{(0)} g_{X_1})X_1^* + \rho_0 S_P^{(0)} g_{X_1 1} Y_1^* = \rho_0 S_P^{(0)} t_P^{(0)} g_{X_1}; \\ \rho_0 S_P^{(0)} g_{Y_1} X_1^* + (1 + \rho_0 S_P^{(0)} g_{Y_1})Y_1^* = \rho_0 S_P^{(0)} t_P^{(0)} g_{Y_1}, \end{cases} \tag{6.3}$$

где $g_{X_1} = \dfrac{\begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1}^{(X)} & c_{3,1}^{(X)} \\ \chi_2 & c_{2,2}^{(X)} & c_{3,2}^{(X)} \\ \chi_3 & c_{2,3}^{(X)} & c_{3,3}^{(X)} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} c_{1,1}^{(X)} & c_{2,1}^{(X)} & c_{3,1}^{(X)} \\ c_{1,2}^{(X)} & c_{2,2}^{(X)} & c_{3,2}^{(X)} \\ c_{1,3}^{(X)} & c_{2,3}^{(X)} & c_{3,3}^{(X)} \end{bmatrix}}$; $g_{Y_1}(L_2) = \dfrac{\begin{bmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ \chi_2 & c^{(Y)} & 0 \\ \chi_3 & 0 & c_0^{(Y)}(L_2) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} c_0^{(Y)}(L_2) & 0 & 0 \\ 0 & c^{(Y)} & 0 \\ 0 & 0 & c_0^{(Y)}(L_2) \end{bmatrix}}$ - приведенные податливости, связывающие модуль $F^{(0)}$ с установившимися деформациями X_1^* и Y_1^*. На этом этапе точки X_1^* и Y_1^* считаются устойчивыми. Из (6.3) можно заметить, что X_1^* и Y_1^* зависят от параметров матриц $\mathbf{c^{(X)}}$, $\mathbf{c^{(Y)}}(L_2)$ и от ориентации сил $\boldsymbol{\chi}$. Кроме это, в случае $\chi_1 \to 0$, вариации сил не будут влиять на диаметр вала, так как $g_{Y_1}(L_2) \to 0$. В общем случае

$$\begin{cases} X_1^* = \dfrac{\rho_0 S_P^{(0)} t_P^{(0)} g_{X_1}}{1 + \rho_0 S_P^{(0)} g_{X_1} + \rho_0 S_P^{(0)} g_{Y_1}(L_2)}; \\ Y_1^* = \dfrac{\rho_0 S_P^{(0)} t_P^{(0)} g_{T_1}(L_2)}{1 + \rho_0 S_P^{(0)} g_{X_1} + \rho_0 S_P^{(0)} g_{Y_1}(L_2)}. \end{cases} \tag{6.4}$$

Таким образом, погрешность $\Delta_{X,Y} = X_1^* + Y_1^*$ равна

$$\Delta_{X,Y} = t_P^{(0)} \frac{\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]}{1 + \rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]} = \frac{t_P^{(0)}}{1 + \delta}, \tag{6.5}$$

где $\delta = \{\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]\}^{-1}$. Приведенная зависимость показывает, что все параметры, входящие в уравнения динамики процесса резания, влияют на погрешность изготовления детали, в том числе и физико-механические $g_{X_1}, g_{Y_1}(L_2)$ обрабатываемого материала, динамические характеристики процесса резания ρ и геометрия инструмента χ_i и пр. Кроме этого, (6.5) показывает влияние на погрешность обработки параметров, зависящих от износа инструмента (ρ_0, g_{X_1} и $g_{Y_1}(L_2)$), этот факт более детально будет рассмотрен в следующих параграфах. А пока обратим внимание на то, что если $\delta = \{\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]\} \to \infty$, то $g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2) \to \infty$, тогда $\Delta_{X,Y} = 0$, то есть процесс резания отсутствует, а адекватность полученной модели подтверждается физической реализацией процесса обработки. Тогда, при обеспечении постоянства параметров выражения (6.5), деформационные смещения $\Delta_{X,Y}$ системы будут постоянны. Сместив начальную точку обработки вала $L_1(0) - \Delta_{X,Y} = const$ можно легко нивелировать величину $\Delta_{X,Y}$.

Если же в (6.5) изменяется $g_{Y_1}(L_2)$, тогда для обеспечения условия (6.1) можно вычислить траектории $\mathbf{V}^*(L_2) \in \Re_L^{(3)}$, $\mathbf{L}^*(L_2) \in \Re_L^{(3)}$ таким образом, чтобы $\Delta_{X,Y}(L_2) = const$. Из уравнения (6.5) можно увидеть несколько подходов обеспечения постоянства погрешностей обработки, на основе изменения $t_p^{(0)}$ вдоль заготовки или на основе изменения $S_{\text{p}}(L_2)$ и $V_3(L_2)$. Однако в первом случае на траекторию движения инструмента будут накладываться погрешности, вызванные работой суппорта в зоне нечувствительности к малым смещениям при реверсировании движения. В третьем случае скорость резания традиционно выбирается из условия минимизации интенсивности изнашивания инструмента и, зачастую, остается неизменной в случае обработки вала на заданном участке. Поэтому для обеспечения условия $\Delta_{X,Y}(L_2) = const$ выбирается в изменение скорости подачи в качестве подхода синтезу управления. Закон изменения параметра $S_P^{(0)}$ не трудно вычислить из (6.5)

$$S_P^{(0)}(L_2) = \frac{\Delta_{X,Y}(L_2)}{\rho_0[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)][D/2 - L_1(0) - \Delta_{X,Y}(L_2)]}. \qquad (6.6)$$

Задавшись в точке $L_2 = 0$ величиной $\Delta_{X,Y}(L_2 = 0) = \Delta_0$, не превышающей предельно допустимого отклонения диаметра вала, при условии $t_P^{(0)} = 0{,}5(D-d)$, из (6.6) вычисляется $S_P^{(0)}(L_2 = 0)$, то есть величина первого перемещения вдоль траектории L_2. Фактической начальной координатой положения вершины инструмента по оси L_1 будет тогда $L_1(0) = \{0{,}5(D-d) - \Delta_0\} = const$, а функцию $S_P^{(0)}(L_2)$ представим в виде

$$\mathbf{S_P^{(0)}(L_2)} = \{S_P^{(0)}(0), S_P^{(0)}(1), S_P^{(0)}(2), \ldots S_P^{(0)}(k)\}, \quad \sum_{i=0}^{i=k} S_P^{(0)}(i) = L_{2,0}, \tag{6.7}$$

где $L_{2,0}$ - длина обработанного участка вдоль заготовки, $S_P^{(0)}(i)$-величина подачи на i-м перемещении. В случае постоянства частоты вращения заготовки $\Omega = const$ получаем

$$\mathbf{V_2(L_2)} = \Omega\{S_P^{(0)}(0), S_P^{(0)}(1), S_P^{(0)}(2), \ldots S_P^{(0)}(k)\} = \{V_2(0), V_2(1), V_2(2), \ldots V_2(k)\}. \tag{6.8}$$

С учетом (6.1) и (6.8) совокупность терминальных ТИЭС представимы в виде:

$$\begin{cases} L_1(0) = \{0{,}5(D-d) - \Delta_0\} = const, V_1 = 0; \\ V_2(t) = \{V_2(0), V_2(\Omega^{-1}), V_2(2\Omega^{-1}), V_2(3\Omega^{-1}), \ldots V_2(k\Omega^{-1})\}^T; \\ V_3 = \pi d\Omega = const. \end{cases} \tag{6.9}$$

Им соответствуют траектории X_1^* и Y_1^*, а также X_2^*, Y_2^*.

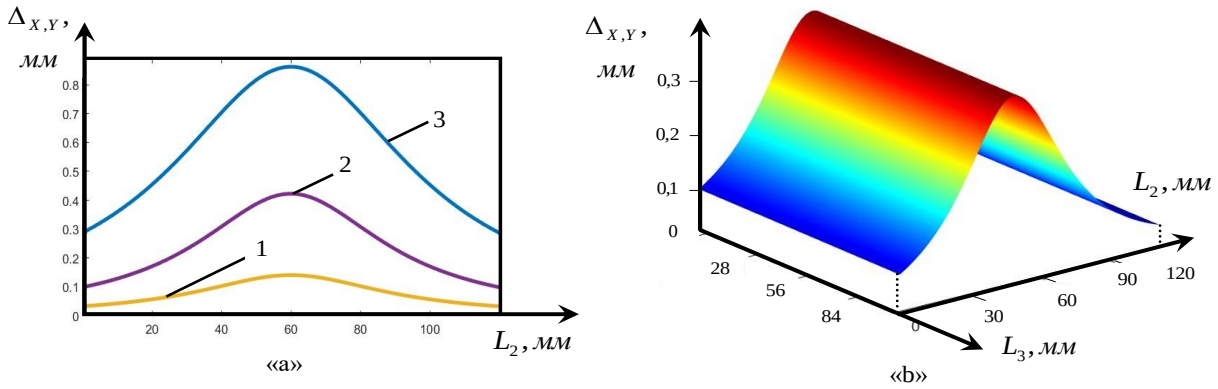


Рис. 6.4 – Упруго-деформационная погрешность диаметра вала $\Delta_{X,Y}$: «a» – при различных величинах подачи (1- $S_P^{(0)} = 0{,}03$ *мм*; 2- $S_P^{(0)} = 0{,}06$ *мм*; 3- $S_P^{(0)} = 0{,}2$ *мм*); «b» – скелетная геометрическая топология $\mathfrak{I}_C\mathbf{(L,X,Y)}$ для кривой «2»

Рассмотрим примеры реализации синтезируемого управления. На рис. 6.4 представлены отклонения $\Delta_{X,Y}(L_2)$ вдоль обработки маложесткого вала с законом изменения

жесткости (5.28) при постоянных режимах резания. Характер изменения $\Delta_{X,Y}(L_2)$ в большей степени отображает зависимость $g_{Y_1}(L_2)$. Это связано с тем, что податливость системы при обработке маложестких заготовок в направлении Y_1 на порядок больше податливости подсистемы инструмента $g_{X_1} \langle\langle g_{Y_1}(L_2)$. Изменение подачи $S_P^{(0)}$ в (6.5) оказывает явно не пропорциональное влияние на отклонения деформаций $\Delta_{X,Y}(L_2)$ вдоль оси L_2 (рис. 6.4, «a»), в отличие от $t_p^{(0)}$, которая непосредственно влияет на погрешность в диаметре обработанного вала. Однако увеличение подачи, в равной степени как и параметра ρ_0 всегда ограничено требованиями к устойчивости ТФД, и если $\delta = \{\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]\} \rangle\rangle 1$, то за счет роста $\rho_0 S_P^{(0)}$ влияние вариаций податливости на $\Delta_{X,Y}(L_2)$ нивелируется, и вариации диаметра заготовки зависят уже от других факторов. Рассмотрим примеры реализаций вышеупомянутых подходов к управлению (рис. 6.5).

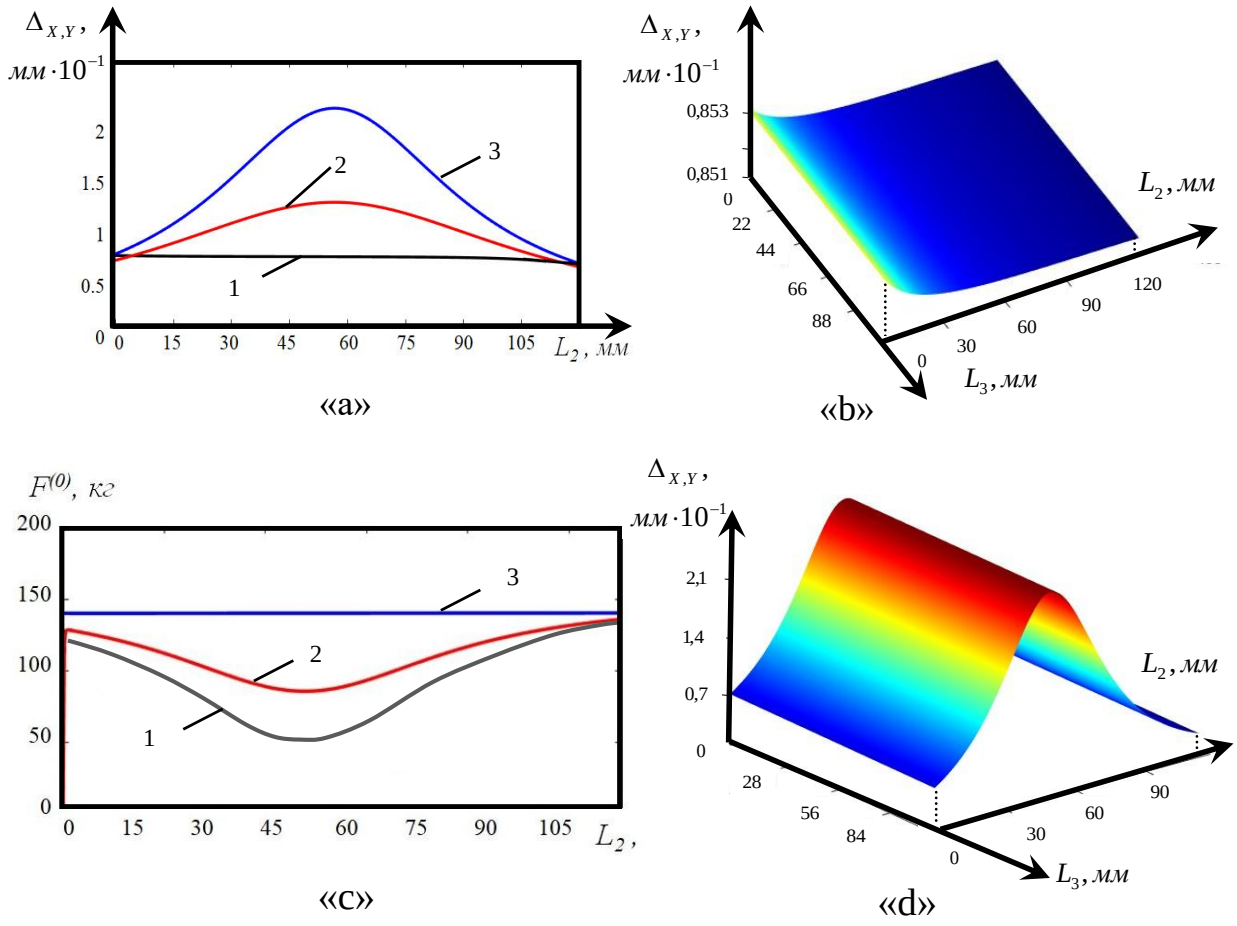


Рис. 6.5 – Результаты различных подходов управления: «a» – отклонения деформационных смещений, «b», «d» - топологии для кривых 1 и 3 соответственно, «c» - изменения сил резания

На иллюстрации кривая «1» соответствует реализации закона управления (6.6), то есть отклонения деформационных смещений стабилизируются за счет изменения подачи. Характеристика «2» демонстрирует пример обработки с постоянными технологическими режимами резания. Случай изменения скорости подачи при стабилизации уже не деформаций, а сил резания $F^{(0)}(L_2)$, представлен кривой «3». Особенностью представленных примеров является влияние формирования внутренней обратной связи в законе управления при обработке маложесткого вала. В случае кривой «2» внутренняя обратная связь отсутствует, целью управления является стабилизация режимов резания, их постоянство. Для кривой «3» мы уже стабилизируем силы резания $F^{(0)}(L_2)$, однако это приводит лишь к увеличению максимальной погрешности диаметра вала. Это, прежде всего, связано с обнулением обратной связи с подсистемами инструмента и заготовки по их упруго-диссипативным свойствам $\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]$.

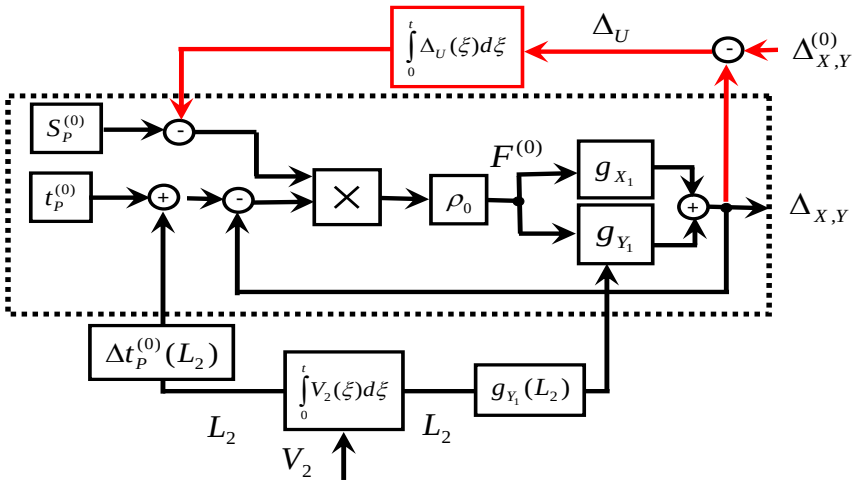


Рис. 6.6 – Структурная схема формирования деформаций $\Delta_{X,Y}(L_2)$ для «медленных» смещений равновесия системы

В отличие от кривой «3» наибольшее изменение в силах резания справедливо для кривой «1», при этом суммарная погрешность от заданных траекторий движения минимальна и постоянна, согласно требованию. Здесь за счет управления формируется внутрисистемная отрицательная обратная связь по $\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]$, стабилизирующая $\Delta_{X,Y}(L_2)$. При этом, можно заметить, что усиление отрицательной обратной связи происходит при возрастании податливости. Для наглядного понимания принципа управления рассмотри структурную схему на рис. 6.6. В ней раскрывается преобразование $t_P^{(0)}$, $S_P^{(0)}$ в суммарные деформации $\Delta_{X,Y}(L_2)$. Пунктиром выделена система резания, на вход которой подаются технологические режимы

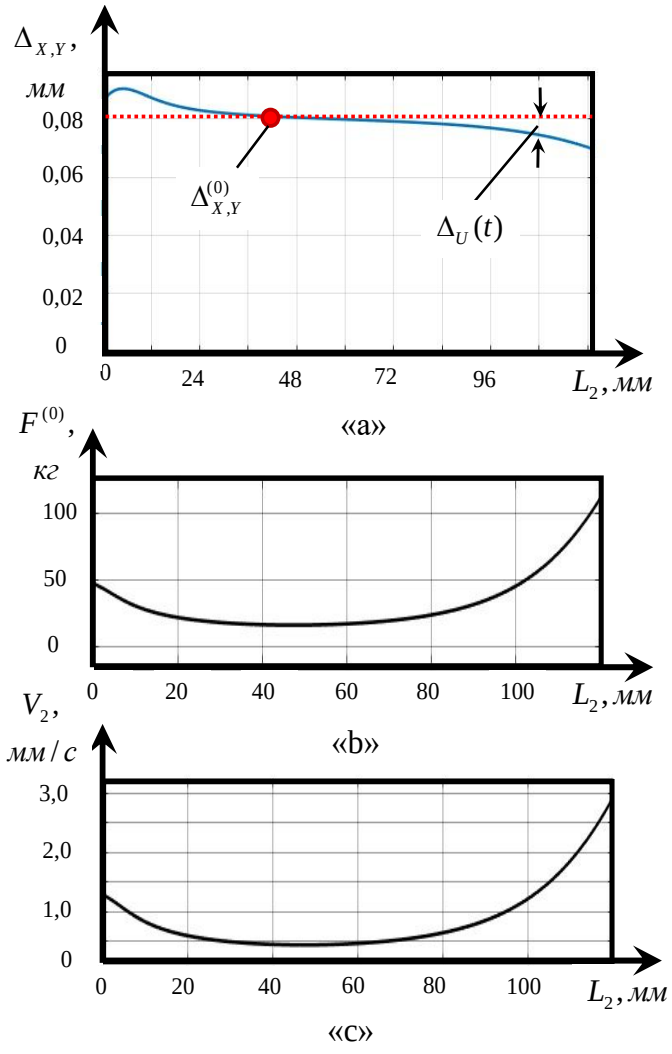


Рис. 6.7 – Определение желаемой траектории $V_2(L_2)$ на основе введения в модель искусственной обратной связи: «a»- траектория остаточной погрешности упругих деформаций; «b», «c» – траекторий сил и скорости по перемещению суппорта

$\Omega = const$, $t_P^{(0)}$ и $S_P^{(0)}$, преобразующиеся системой в деформации. Выход системы – деформационные смещения, изменяется за счет изменения припуска вдоль заготовки $\Delta t_P^{(0)}(L_2)$ и априорно заданного закона изменения податливости $g_{Y_1}(L_2)$ заготовки вдоль L_2, кроме этого $t_P^{(0)}$ учитывает суммарные деформационные смещения в системе резания по направлению L_1. Тогда, для случая стабилизации сил резания (кривая «3», рис. 6.5), при отсутствии обратной отрицательной связи, выделенной красным цветом, изменение технологических режимов резания будет лишь компенсировать влияние возмущения в виде вариации припуска $\Delta t_P^{(0)}(L_2)$, но никак не стабилизировать деформации в системе. Погрешности увеличиваются за счет $g_{Y_1}(L_2)$. Если же вариации припуска являются главным источником возмущений, а $g_{Y_1}(L_2) \to 0$, тогда управление можно осуществить, стабилизируя силы резания путем изменения подачи. При этом закон изменения $\Delta S_P^{(0)}$ в (6.6) можно вычислить на виртуальной цифровой модели процесса резания, если априорно задан закон изменения параметров динамической системы вдоль траектории L_2.

Таким образом, подход в управлении определяется, в том числе, и влиянием возмущающего параметра или их комбинацией. Для этого на ВЦМ можно по-

строить систему дополнительных связей, обеспечивающих регулирование, например, по критерию $\Delta_{X,Y}(L_2) = const$.

Если в ВЦМ вести дополнительную связь, обеспечивающую на модели стабилизацию $\Delta_{X,Y}(L_2) = const$ на основе изменения V_2, то полученная траектория $V_2(L_2)$ или $V_2(t)$ фактически характеризует $\mathbf{L}^{(\Phi)}$. Эту траекторию необходимо только преобразовать в программу ЧПУ на основе использования методов решения обратных задач динамики. На рис. 6.6 и в рассмотренном выше примере (рис. 6.5, кривая «1») закон управления вычислен на основе отрицательной обратной связи (рис. 6.6, красный контур) с астатизмом первого порядка $\Delta_U(t) = \Delta^{(0)}_{X,Y} - \Delta_{X,Y}(t) \to 0$, где $\Delta^{(0)}_{X,Y}$ желаемое значение деформаций вдоль оси вращения заготовки, $\Delta_{X,Y}(t)$ - текущие деформации. Вычисляемый закон изменения фактически $S^{(0)}_P(L_2)$ определяет закон изменения подачи в программе ЧПУ. Важно, чтобы был известен некоторый объем априорной информации о системе, например о дополнительных возмущениях.

Рассмотрим применение ВЦМ для вычисления закона изменения скорости подачи. Цель управления – стабилизация вариаций припуска диаметра заготовки. Контур управления задан астатической обратной связью $\Delta_U(t) = \Delta^{(0)}_{X,Y} - \Delta_{X,Y}(t) \to 0$, закон изменения главного возмущающего параметра задан в виде $g_{Y_1}(L_2) = 0{,}001 + 10^{-6}[50 - L_2]^2$. На рис. 6.7 дан приме реализации управления. Справа и слева от точки видны отклонения от заданной допустимой погрешности $\Delta^{(0)}_{X,Y}$. Это скоростная погрешность, связанная с начальным значением $V_2(L_{20})$ и скоростью ее изменения в зависимости от задающего воздействия или приращения податливости по пути L_2. Каждому вычисляемому закону $V_2(L_2)$ соответствует свое постоянное заданное значение скорости V_3. Задавшись желаемым значением деформационных смещений $\Delta^{(0)}_{X,Y}$, и добавив в модель контур управления по $\Delta_{X,Y}(t)$, с помощью ВЦМ вычисляем желаемую траекторию $V_2(L_2)$ (рис.6.7, «с»), то есть фактически изменение скорости подачи по перемещению L_2 в программе ЧПУ. Это справедливо, когда изменяется не только параметры жесткости подсистемы

заготовки, но и другие параметры системы, что характерно для изготовления деталей сложного геометрического профиля. Тип регулирования в ВЦМ можно задавать сколько угодно сложным лишь бы автоматически вычисляемые желаемые ТИЭС обеспечивали цель управления при априорно заданных изменениях параметров ДСР. Моделирование и анализ ТИЭС с помощью ВЦМ проводится согласно двум критериям: траектории должны быть асимптотически устойчивыми, то есть аттракторами, значение скорости резания должно обеспечивать минимум интенсивности изнашивания инструмента.

6.2.1 Устойчивость терминальных траекторий

При вычислении траектории $V_2(L_2)$ с помощью ВЦМ в предыдущем параграфе система рассматривалась в квазистационарном виде, то есть без учета изменения параметров динамической связи. Полученная нами траектория $\mathbf{L^{(\Phi)}(t) = L(t) + X^*(t) + Y^*(t)}$ обладала следующими свойствами

$$\begin{cases} L_1^{(\Phi)} = L_1(0) - X_1^*(t) - Y_1^*(t) = const, V_1 = 0; \\ L_2^{(\Phi)}(t) = \int_0^t V_2(\xi)d\xi - X_2^*(t) - Y_2^*(t), V_2[L_2(t)]; \\ L_3^{(\Phi)}(t) = V_3 t - X_3^*(t) - Y_2^*(t), V_3 = const. \end{cases} \quad (6.10)$$

Однако с изменением параметров системы, в том числе и технологических режимов будет приводить к смещению точки равновесия для траекторий **X** и **Y**. Смещение точки равновесия непосредственно оказывает влияние на вариации сил резания, представленных в координатах состояния системы, что в режиме реального времени может привести к потере устойчивости. Раскроем особенности механизма потери устойчивости системы при вычисленных ТИЭС $\mathbf{V_0(t)}$, $\mathbf{L_0(t)}$ и ТФД $\mathbf{L^{(\Phi)}(t)}$.

Пусть заданные траектории движения являются «медленными» функциями времени, а траектории $\mathbf{L^{(\Phi)}}$ удовлетворяют требованию $\mathbf{G = \Im_G\{L^{(\Phi)}\} \subset G_0}$. Это справедливо, так как изменения параметров в ДСР также являются «медленными» функциями времени. Для анализа устойчивости необходимо рассмотреть временной период Δt, в пределах которого траектории деформационных смещении, ха-

рактеризуются постоянными значениями для точек равновесия $\mathbf{X}^*(\Delta\mathbf{t}) = const$, $\mathbf{Y}^*(\Delta\mathbf{t}) = const$ и управляющие воздействия $\mathbf{V}_0(\Delta\mathbf{t}) = const$, $\mathbf{L}_0(\Delta\mathbf{t}) = const$, то есть рассмотреть систему с замороженными коэффициентами. Временной участок зададим кратным периоду вращения заготовки $\Delta t = k_T(\Omega)^{-1}$. Тогда

$$S_P^{(T)}(i) = k_T(\Omega)^{-1}V_2(i),\ L_2^{(0)} = \sum_{i=1}^{i=s} k_T(\Omega)^{-1}V_2(i)\,. \qquad (6.11)$$

Пусть период $\Delta t = 5\,c$, при частоте вращения заготовки 20 Гц, $k_T = 100$, что соответствует 100 оборотам. В этом случае параметры ДСР $\mathbf{X}^*(\Delta\mathbf{t})$, $\mathbf{Y}^*(\Delta\mathbf{t})$, $\mathbf{c}^{(X)}(\Delta\mathbf{t})$, $\mathbf{h}^{(X)}(\Delta\mathbf{t})$, $\mathbf{m}^{(X)}(\Delta\mathbf{t})$, $\mathbf{V}_0(\Delta\mathbf{t})$, $\mathbf{L}_0(\Delta\mathbf{t})$ становятся двумерными векторами от дискретных значений Δt, изменяющихся вдоль оси L_2

$$\begin{aligned}
&\mathbf{V}_0(\mathbf{t}) = \{\mathbf{V}_0(\Delta\mathbf{t}), \mathbf{V}_0(2\Delta\mathbf{t}), \ldots \mathbf{V}_0(s\Delta\mathbf{t})\};\\
&\mathbf{X}^*(\mathbf{t}) = \{\mathbf{X}^*(\Delta\mathbf{t}), \mathbf{X}^*(2\Delta\mathbf{t}), \ldots \mathbf{X}^*(s\Delta\mathbf{t})\};\\
&\mathbf{Y}^*(\mathbf{t}) = \{\mathbf{Y}^*(\Delta\mathbf{t}), \mathbf{Y}^*(2\Delta\mathbf{t}), \ldots \mathbf{Y}^*(s\Delta\mathbf{t})\};\\
&\mathbf{m}^{(X)}(\mathbf{t}) = \{\mathbf{m}^{(X)}(\Delta\mathbf{t}), \mathbf{m}^{(X)}(2\Delta\mathbf{t}), \ldots \mathbf{m}^{(X)}(s\Delta\mathbf{t})\};\\
&\mathbf{h}^{(X)}(\mathbf{t}) = \{\mathbf{h}^{(X)}(\Delta\mathbf{t}), \mathbf{h}^{(X)}(2\Delta\mathbf{t}), \ldots \mathbf{h}^{(X)}(s\Delta\mathbf{t})\};\\
&\mathbf{c}^{(X)}(\mathbf{t}) = \{\mathbf{c}^{(X)}(\Delta\mathbf{t}), \mathbf{c}^{(X)}(2\Delta\mathbf{t}), \ldots \mathbf{c}^{(X)}(s\Delta\mathbf{t})\},
\end{aligned} \qquad (6.12)$$

В (6.12) символ $i\Delta\mathbf{t}$ означает, что рассматривается динамика на временном участке $t_i - t_{i-1} = \Delta t = const$., s – количество участков разбиений заготовки на длину, соответствующую 100 оборотам. Параметры подсистемы инструмента ($\mathbf{c}^{(X)}, \mathbf{h}^{(X)}, \mathbf{m}^{(X)}$) изменяются в случае обработки деталей сложного геометрического профиля, а также при обработке на станке или с инструментом с достаточно большим эксплуатационным износом, что влияет на изменение динамических характеристик ДСР. В остальных случаях примем постоянство значений матриц подсистемы инструмента.

При рассмотрении устойчивости, как и во второй главе, удобно рассмотреть общую структурную схему управляемой системы (рис. 6.8). На структурной схеме показаны динамические связи между подсистемами инструмента и заготовки с подсистемой динамики процесса резания, представленной моделью формирования сил $F^{(0)}$. ТИЭС заданы блоком ЧПУ, при этом учитывается их функциональ-

ная связь с траекторией перемещения инструмента вдоль оси вращения заготовки $\Omega(L_2) = const$, $L_1(L_2) = const$, и изменение $V_2(L_2)$ согласно приведенному ранее алгоритму вычисления.

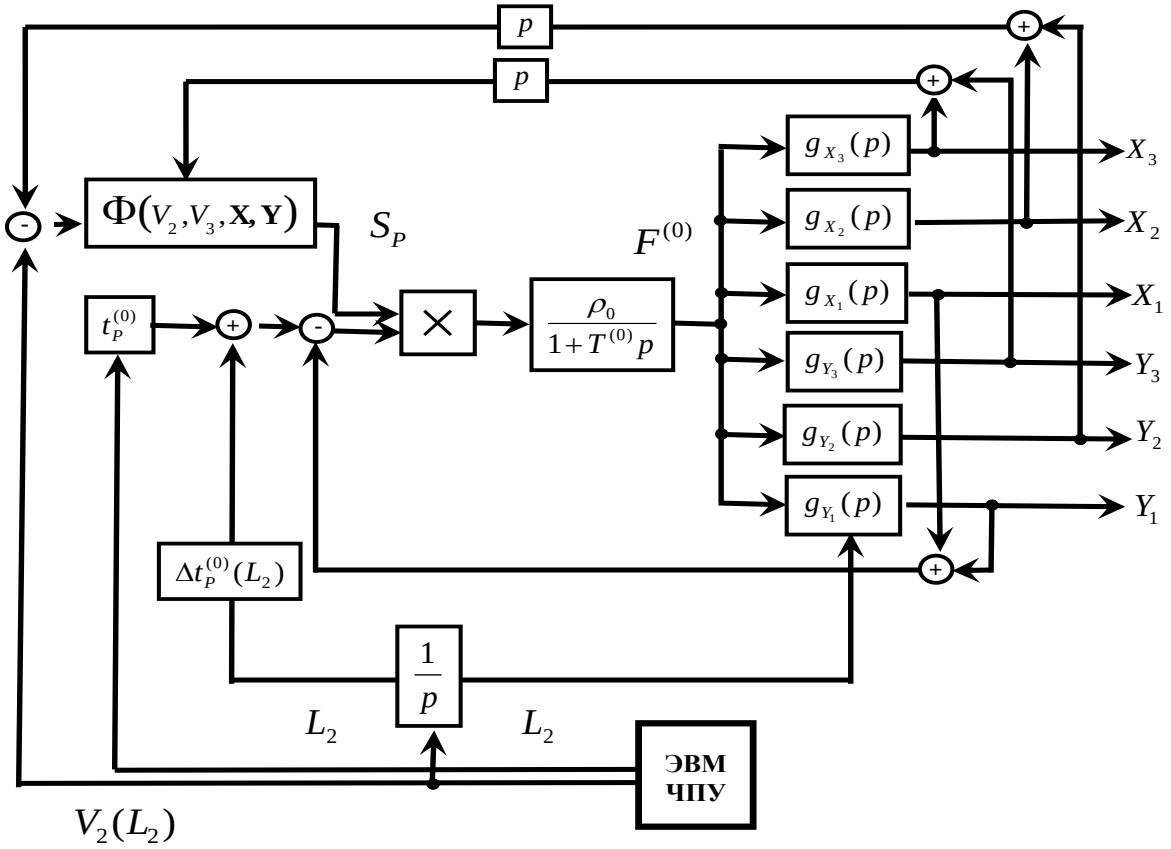


Рис. 6.8 – Структурная схема, раскрывающая анализ свойств системы вдоль программируемой траектории $\mathbf{L}^{(\Phi)}$

Модель реального значения глубины резания учитывает вариации припуска $\Delta t_P^{(0)}(L_2)$, а реальная подача условно задана оператором $\Phi(V_2, V_3, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$. Запаздывание сил резания по отношению к площади срезаемого слоя задается апериодическим звеном. Преобразование сил резания $F^{(0)}(p)$ в деформационные смещения $X_i(p)$ инструмента в изображениях по Лапласу заданы динамическими звеньями, представляющими собой функции податливости

$$\begin{cases} g_{X_i}(p) = \Delta_{X_i}(p)/\Delta_X(p), i = 1,2,3; \\ g_{Y_i}(p) = \Delta_{Y_i}(p)/\Delta_Y(p), i = 1,2,3, \end{cases} \tag{6.13}$$

где $g_{X_i}(p)$ и $g_{Y_i}(p)$ (см. Глава 2 настоящей диссертации). В нашем случае с учетом симметрии упругости и диссипации по направлениям деформаций получаем вы-

ражения для динамических податливостей $g_{Y_i}(p)=\dfrac{\chi_i}{m_0(L_2)p^2+h_0(L_2)p+c_0(L_2)}$, $i=1,3$ и $g_{Y_2}(p)=\dfrac{\chi_i}{mp^2+hp+c}$.

Рассмотрим свойства системы, определяемые состоянием равновесия.

1. В равновесии деформации $X_2(t)=X_2(t-T)$ и $Y_2(t)=Y_2(t-T)$, так как силы резания $\mathbf{F}=const$ и $X_2^*=const$, $Y_2^*=const$. Тогда, справедливо $S_P^{(0)}=S_P^{(*)}=const$ (здесь $S_P^{(*)}$ - значение подачи в состоянии равновесия).

2. Глубина $t_P^{(*)}=t_P^{(0)}-X_1^*-Y_1^*$ в равновесии зависит от координат X_1^* и Y_1^*. Следовательно, глубина резания $t_p^{(*)}$ в точке равновесия $\mathbf{X}^*$ и $\mathbf{Y}^*$ равна

$$t_P^{(*)}(L_2)=t_P^{(0)}\{1-\Delta[S_P^{(0)},\rho,g_{F^{(0)},X_1},g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)]\}, \qquad (6.14)$$

где $\Delta(S_P^{(0)},\rho,g_{F^{(0)},X_1},g_{F^{(0)},Y_1})=S_P^{(0)}\rho\{\dfrac{g_{F^{(0)},X_1}+g_{F^{(0)},Y_1}}{1+S_P^{(0)}\rho(g_{F^{(0)},X_1}+g_{F^{(0)},Y_1})}\}=S_P^{(0)}\rho\{\dfrac{g_{F^{(0)},Y_1}(1+\varepsilon)}{1+S_P^{(0)}\rho g_{F^{(0)},Y_1}(1+\varepsilon)}\}$; $g_{F^{(0)},X_1}$ и $g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)$ податливость в статике, то есть при $p=0$; $\varepsilon=g_{F^{(0)},X_1}/g_{F^{(0)},Y_1}$ - малая величина, так как $g_{F^{(0)},X_1}\langle\langle g_{F^{(0)},Y_1}$. Поэтому при анализе можно воспользоваться выражением $\Delta[S_P^{(0)},\rho,g_{F^{(0)},X_1},g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)]\approx S_P^{(0)}\rho\{\dfrac{g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)}{1+S_P^{(0)}\rho g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)}\}$. В выражении можно заметить, что параметр $\Delta[S_P^{(0)},\rho,g_{F^{(0)},X_1},g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)]$ определяет зависимость глубины резания в состоянии равновесия $t_p^{(*)}$ от изменения траектории податливости подсистемы заготовки вдоль L_2, что непосредственно влияет на устойчивость системы. Ранее было показано, что глубина резания является параметром самовозбуждения системы, при этом с помощью (6.14) становится понятен один из механизмов изменения параметра, потенциально приводящего к потере устойчивости системы. При уменьшении $g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)$ параметр $t_P^{(*)}(L_2)$ будет увеличиваться за счет уменьшения жесткости в системе и соответственно снижению деформаций. И наоборот, что в итоге уменьшит влияние параметра $t_P^{(*)}(L_2)$ на самовозбуждение системы.

Дальнейший анализ требует рассмотрения силы и деформаций в малых вариациях ($f^{(0)}(t)$, **x(t), y(t)**) относительно их значений в равновесии

$$\begin{cases} f^{(0)}(t) = F^{(0)}(t) - F^{(0,*)}; \\ \mathbf{x(t)} = \mathbf{X(t)} - \mathbf{X}^{*}; \\ \mathbf{y(t)} = \mathbf{Y(t)} - \mathbf{Y}^{*}, \end{cases} \qquad (6.15)$$

где $\mathbf{x(t)} = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t)\}^T \in \Re_X^{(3)}$, $\mathbf{y(t)} = \{y_1(t), y_2(t), y_3(t)\}^T \in \Re_X^{(3)}$. Подчеркнем, что в точке равновесия $\mathbf{dx(t)/dt = 0}$ и $\mathbf{dy(t)/dt = 0}$, а $S_P^{(0)} = S_P^{(*)} = const$, тогда влияние запаздывающего аргумента в интегральном операторе формирования подачи будет оказывать влияние только после потери системой устойчивости через время одного оборота.

При анализе устойчивости при обработке вала малой жесткости нужно учесть следующие свойства. 1. $Mod\{g_{Y_i}(j\omega)\}\rangle\rangle Mod\{g_{Y_2}(j\omega)\}$. 2. Справедливо $Mod\{g_{Y_i}(j\omega)\}\rangle\rangle Mod\{g_{X_i}(j\omega)\}, i = 1,3$, то есть суммарные деформации в радиальном направлении определяются в основном **Y**. 3. Так как $Mod\{g_{Y_2}(j\omega)\} << Mod\{g_{X_2}(j\omega)\}$, то в продольном направлении достаточно ограничиться деформациями инструмента $x_2(t)$. 4. Деформационные смещения x_i ,y_i , $i=1,2$ формируют отрицательную обратную связь за счет уменьшения площади срезаемого слоя, но в случае уменьшения $S_P^{(*)}$ эта связь будет ослабевать (рис. 6.9 «а»). Деформации x_3 ,y_3 , образуют положительную обратную связь, однако малая величина угла ϑ нивелирует эту связь. Проанализируем малые вариации деформаций **x(t)** и **y(t)** относительно пунктирной прямой «А-В», характеризующей направление установившегося стационарного движения.

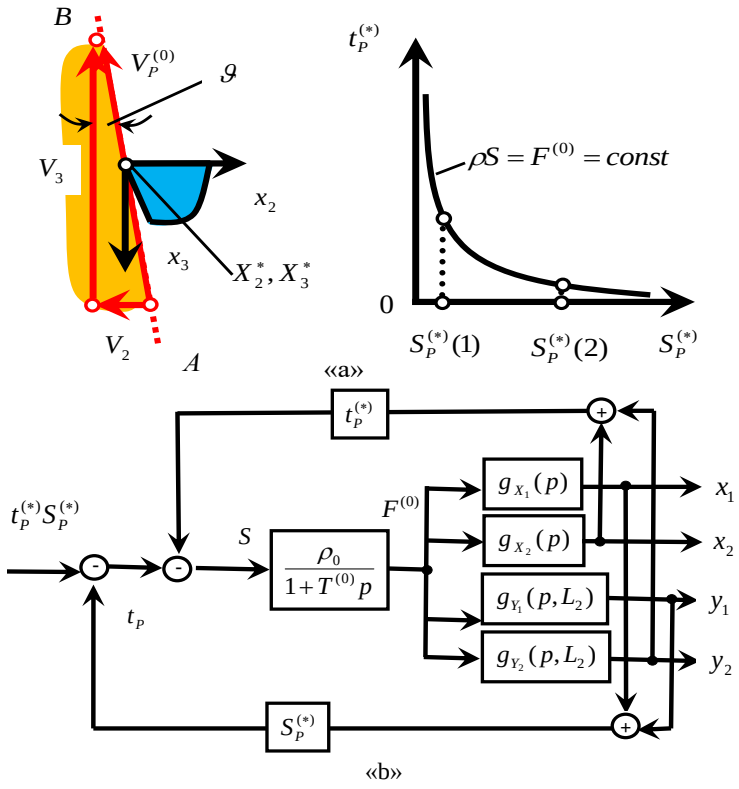


Рис. 6.9 – Упрощенная структурная схема линеаризованной системы

В точке равновесия площадь срезаемого слоя $S_P^{(*)}t_P^{(*)} = S = const$, Очевидно геометрическим местом постоянных значение площади является гипербола, а в зависимости от $S_P^{(*)}$ меняется чувствительность вариаций сил к деформациям $x_2(t)$ и $y_2(t)$ (рис. 6.9 «a»). В этом случае сила резания будет определяться соотношением

$$F^{(0)}(t) = [S_P^{(*)} - x_2(t) - y_2(t)][t_P^{(*)} - x_1(t) - y_1(t) + k^{(S)}(x_3 + y_3)] \ . \qquad (6.16)$$

Произведение деформаций в уравнении представляют собой малые величины и ими можно пренебречь, также как и параметром $k^{(S)}$. Тогда из (6.16) имеем

$$F^{(0)}(t) = \rho_0\{S_P^{(*)}t_P^{(*)} - t_P^{(*)}[x_2(t) + y_2(t)] - S_P^{(*)}[x_1(t) + y_1(t)]\}, \qquad (6.17)$$

При анализе устойчивости системы необходимо рассмотреть линеаризованное представление схемы на рис. 6.8 в вариациях относительно равновесия в виде (рис. 6.9 «b»). Тогда нетрудно будет получить линеаризованное уравнение динамики процесса резания на постоянных режимах

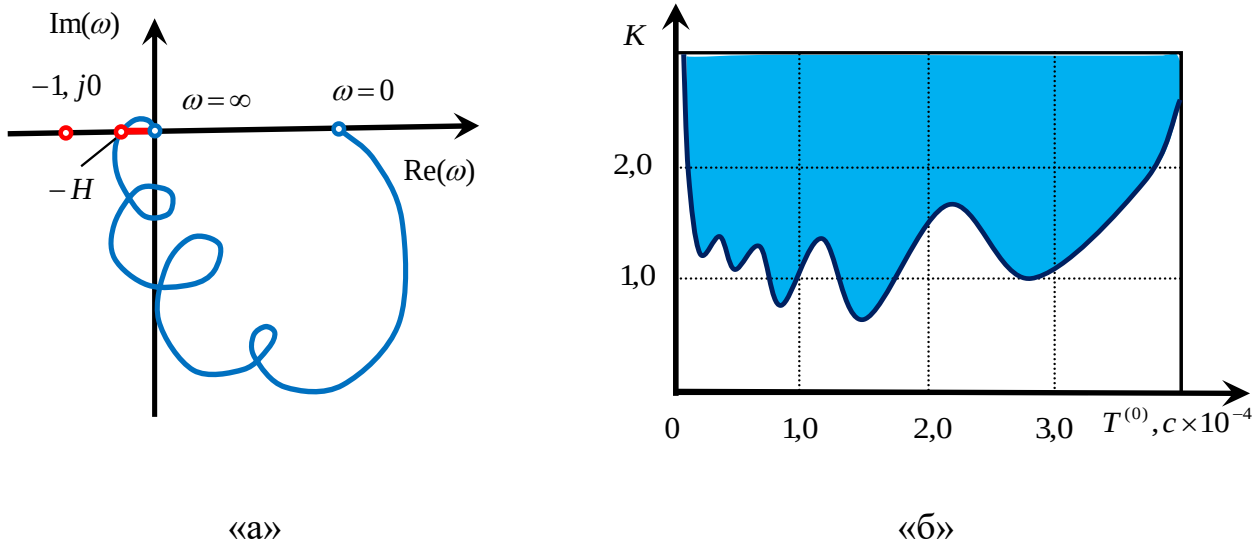
$$1 + \frac{\rho_0}{1 + T^{(0)}p}\{[g_{X_2}(p) + g_{Y_2}(p)]t_P^{(*)}(L_2) + [g_{X_1}(p) + g_{Y_1}(p, L_2)]S_P^{(*)}\} = 0 . \qquad (6.18)$$

На устойчивость (6.18) влияет вариация $t_P^{(*)}(L_2)$ с учетом податливости $g_{Y_1}(p, L_2)$. При оценке устойчивости по корневому критерию можно отметить смещение корней уравнения в правую полуплоскость при уменьшении податливости системы. Кроме этого, оценку устойчивости можно провести в частотной области на основе критерия Найквиста на основе рассмотрения АФЧХ $W(j\omega)$ системы в разомкнутом состоянии

$$W(j\omega) = \frac{\rho_0}{1 + T^{(0)}\omega j}\{[g_{X_2}(j\omega) + g_{Y_2}(j\omega)]t_P^{(*)}(L_2) + [g_{X_1}(j\omega) + g_{Y_1}(j\omega, L_2)]S_P^{(*)}\} . \qquad (6.19)$$

Изменение амплитудной характеристики обладает свойством $Mod\{[g_{X_2}(j\omega) + g_{Y_2}(j\omega)]t_P^{(*)}(L_2) + [g_{X_1}(j\omega) + g_{Y_1}(j\omega, L_2)]S_P^{(*)}\}$ «гребенчатого» фильтра с четырьмя резонансами и тремя антирезонансами. Фаза $Arg\{[g_{X_2}(j\omega) + g_{Y_2}(j\omega)]t_P^{(*)}(L_2) + [g_{X_1}(j\omega) + g_{Y_1}(j\omega, L_2)]S_P^{(*)}\} \in (0, \pi)$. За счет звена апериодического звена в системе при $\omega \to \infty$: $Arg\{W(j\omega)\}_{\omega\to\infty} \to -\frac{3}{2}\pi$. Однако с другой сто-

роны звено $\frac{\rho_0}{1+T^{(0)}\omega j}$ вносит дополнительные затухания в $W(j\omega)$ (рис. 6.10). Из этого следует неоднозначное влияние $g_{Y_1}(j\omega, L_2)$ на устойчивость, так как в отличие от случая, приведенного в анализе (6.18), подвижность корней в комплексной плоскости не ограничена слева, и уменьшение глубины резания за счет увеличения $g_{Y_1}(j\omega, L_2)$ приведет к переходу системы из неустойчивого состояния в устойчивое. В этом случае справедливо на рис. 6.10 «а» $|H|\langle 1$. Затемненная область на рис. 6.10 «b» является неустойчивой.



«а» «б»

Рис. 6.10 – Качественный вид АФЧХ системы, точка равновесия которой является асимптотически устойчивой «а», и типичная кривая области устойчивости в плоскости параметров «$T^{(0)}$ - K »

На рис. 6.10 $K = \rho_0\{[g_{X_2}(0) + g_{Y_2}(0)]t_P^{(*)}(L_2) + [g_{X_1}(0) + g_{Y_1}(0, L_2)]S_P^{(*)}\}$ показывает зависимость устойчивости системы от $t_P^{(*)}(L_2)$ и $S_P^{(*)}$, ρ_0 между подсистемой инструмента и заготовкой, а также от $g_{X1}, g_{Y1}g_{X2}, g_{Y2}$.

Если проанализировать влияние формируемых различных притягивающих множеств деформаций в окрестности точки равновесия при потере ее устойчивости, то использование линеаризованных уравнений в этом случае недопустимо. Необходимо проанализировать полные управления с учетом всех нелинейных функций динамической связи между главной и задней гранями инструмента и заготовкой, а также с учетом эволюционных преобразований в системе. Рассмотрим пример изменения свойств суммарных деформационных смещений системы

$\Delta_{X,Y}^{(0)}$ вдоль L_2 (рис.6.11) для двух значений параметра ρ_0. В первом случае (рис. 6.11 «a») траектория $\Delta_{X,Y}^{(0)}$ является устойчивой вдоль всей длины обработанного участка заготовки *A-B*.

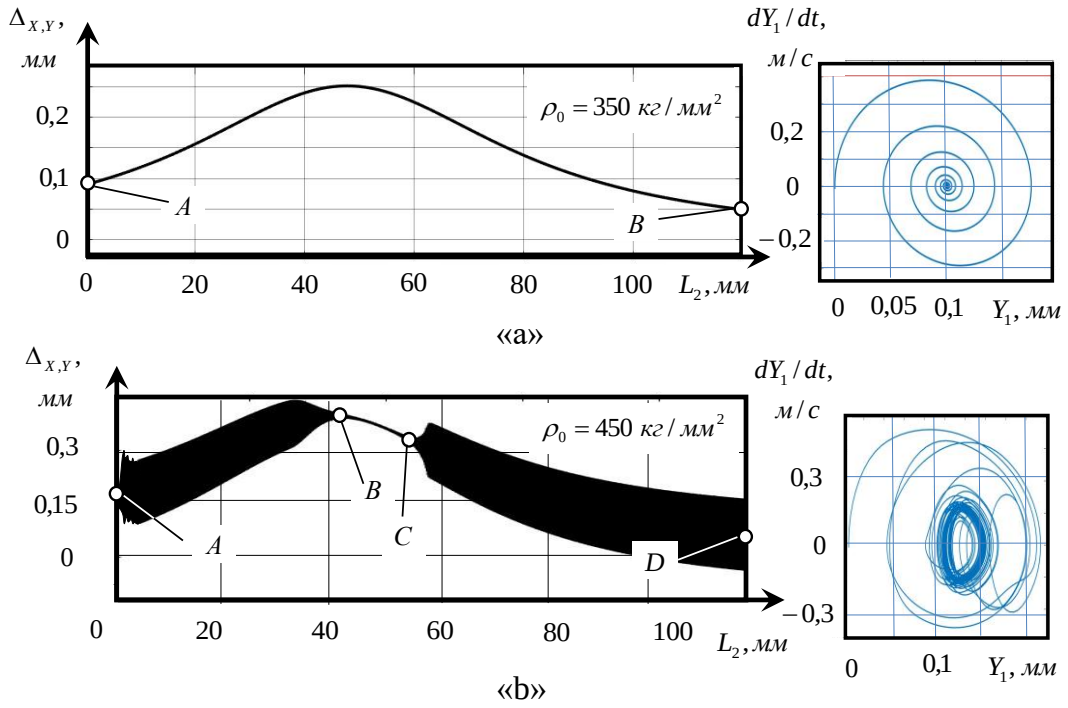


Рис. 6.11 – Пример изменения траектории деформационных при точении вала из стали 45 при: $D = 18\,мм$, $S_P^{(0)} = 0{,}1\,мм$, $t_P^{(0)} = 2{,}0\,мм$ и $V_P^{(0)} = 2{,}0\,м/с$

Во втором случае при $\rho_0 = 450\ кг/мм^2$ наблюдается трехэтапное изменение свойств системы (рис. 6.11 «b»). Первый *«A-B»* и третий *«C-D»* этап динамики процесса резания характеризуется одним типом притягивающего множества – предельным циклом, в то время когда притягивающее множество второго этапа *«B-C»* – устойчивый фокус. Амплитуда предельного цикла зависит от участка траектории L_2. Таким образом, параметры ДСР, заданные значения технологических режимов резания могут влиять на формирование притягивающих множеств и их бифуркацию, которые отображаются в изменении геометрической топологии поверхности детали, так как являются формообразующими траекториями движения вершины инструмента относительно заготовки, и оказывают воздействие на динамику эволюционных процессов в системе.

Необходимо отметить и другие особенности представленного примера. Во-первых, наблюдаемый эффект стабилизации ТФД при увеличении $g_{Y_1}(L_2)$ справедлив в ограниченном соотношении податливостей подсистем «инструмент-заготовка» и диапазонах режимов резания. Во-вторых, наблюдается смещение точки бифуркации в значениях $\Delta^{(0)}_{X,Y}$ при движении от условного центра заготовки к шпинделю – для точки *«B»* оно выше, чем для точки *«C»*. Подобные гистерезисные свойства характерны для нелинейных систем, однако до сих пор не рассмотрены относительно указанных параметров и технологических режимов.

Стабилизация суммарных отклонений в системе $\Delta^{(0)}_{X,Y} = const$ на основе заданного алгоритма изменения подачи $S^{(0)}_P(L_2)$ с учетом характера изменений свойств системы нивелирует указанные эффекты и устойчивость ТФД сохраняется на всем участке обработки. Более того увеличение коэффициента самовозбуждения K за счет ρ_0 (до $\rho_0 \approx 500\,кг/мм^2$) не влияет на устойчивость системы. Таким образом, на основе моделирования системы и вычисления траектории изменения подачи расширяется область допустимых вариаций технологических режимов.

6.2.2 Определение программы ЧПУ

При условии $\Delta^{(0)}_{X,Y} = const$, $V_1 = 0$, $L_1(0) = const$ и $V_3 = \pi D\Omega_3 = const$ ВЦМ и анализ на ее основе сил $F^{(0)}(t)$, **V(t)**, **X(t)** и **Y(t)** позволяет нам определить управления для приводной системы станка согласованное с ТФД и динамическими свойствами ДСР. Фактически появляется возможность определить алгоритм управления серводвигателями и задать его в блоке ЧПУ в пространстве $\Re^{(3)}_L$, $\Re^{(3)}_X$. Воспользовавшись (1.10), имеем

$$\begin{cases} V_1 = 0,\ L_1(0) = const,\ \Omega_{0,1} = 0; & (a) \\ \Omega_{0,2}(t) = T^{(2)}_{ЭМ}T^{(2)}_{Э}\dfrac{d^2\Omega_2(t)}{dt^2} + T^{(2)}_{ЭМ}\dfrac{d\Omega_2(t)}{dt} + \Omega_2(t) + k^{(M)}_2[F^{(0)}(t) + T^{(2)}_{Э}\dfrac{dF^{(0)}(t)}{dt}]; & (b) \\ \Omega_{0,3}(t) = T^{(3)}_{ЭМ}T^{(3)}_{Э}\dfrac{d^2\Omega_3(t)}{dt^2} + T^{(3)}_{ЭМ}\dfrac{d\Omega_3(t)}{dt} + \Omega_3(t) + k^{(M)}_3[F^{(0)}(t) + T^{(3)}_{Э}\dfrac{dF^{(0)}(t)}{dt}], & (c) \end{cases} \quad (6.20)$$

где $k_i^{(M)} = \frac{k_i R_i}{c_e^{(i)} c_M^{(i)}}, i = 2,3$ - коэффициент пропорциональности между модулем силы резания и частотой вращения якоря серводвигателя в $[(кг \cdot с)^{-1}]$; $F^{(0)}(t)$ являются заданными, а решая обратную задачу динамики из (6.20, b, c) необходимо найти функции $\Omega_{0,2}(t)$ и $\Omega_{0,3}(t)$. Здесь можно положить

$$\Omega_2(t) = k_{\Omega_2} V_2(t); \Omega_3(t) = k_{\Omega_3} V_3(t). \quad (6.21)$$

С учетом того, что $V_3 = \pi D \Omega_3 = const$, достаточно определить изменение траектории $V_2(t) = (k_{\Omega_2})^{-1} \Omega_2(t)$ при известных и асимптотически устойчивых траекториях в (6.21) и $F^{(0)}(t)$ в пространстве $\Re_L^{(3)}$.

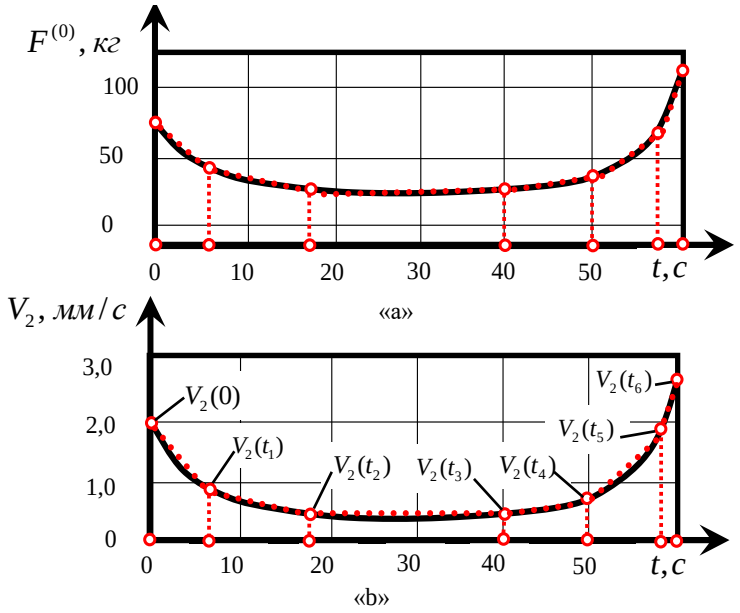


Рис. 6.12 – Пример кусочно-линейной аппроксимации функций $F^{(0)}(t)$ (a) и $V_2(t)$ (b)

Тогда, представив $V_2(t)$ и $F^{(0)}(t)$ на временном отрезке (рис. 6.12) с помощью кусочно-линейной аппроксимации легко найти значения их изменения на опорных промежутках Δt_i, обозначенных красными точками. В этом случае для промежутка (t_i - t_{i+1}) справедливо

$$\begin{cases} F_{\Delta t_i}^{(0)}(t) = F^{(0)}(t_i) - \dfrac{\partial F^{(0)}}{\partial t} t, при: t \in (t_i, t_{i+1}); \\ V_2^{(\Delta t_i)}(t) = V_2^{(\Delta t_i)}(t) - \dfrac{\partial V_2^{(\Delta t_i)}}{\partial t} t, при: t \in (t_i, t_{i+1}), \end{cases} \quad (6.22)$$

где $\frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} = \frac{F^{(0)}(t_i) - F^{(0)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}$; $\frac{\partial V_2^{(\Delta t_i)}}{\partial t} = \frac{V_2^{(\Delta t_i)}(t_i) - V_2^{(\Delta t_i)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}$. Заметим, что $dF_{\Delta t_i}^{(0)}(t)/dt = \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} = \frac{F^{(0)}(t_i) - F^{(0)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}$, $dV_2^{(\Delta t_i)}(t)/dt = \frac{\partial V_2^{(\Delta t_i)}}{\partial t} = \frac{V_2^{(\Delta t_i)}(t_i) - V_2^{(\Delta t_i)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}$. Здесь $d^2 V_2^{(\Delta t_i)}(t)/dt^2 = 0$. Тогда на Δt_i уравнение (6.20 «b») с учетом (6.21) и случая устойчивой динамики подсистемы приводов, будет

$$\Omega_{0,2}(t) = -k_2^{(M)} T_{ЭМ}^{(2)} [\frac{V_2^{(\Delta t_i)}(t_i) - V_2^{(\Delta t_i)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}] + k_{\Omega_2} [V_2^{(\Delta t_i)}(t_i) - \frac{\partial V_2^{(\Delta t_i)}}{\partial t} t] +$$
$$+ k_2^{(M)} [F^{(0)}(t_i) - \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} t - T_Э^{(2)} \frac{F^{(0)}(t_i) - F^{(0)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}]. \quad (6.23)$$

Отметим несколько моментов в методике определения $\Omega_{0,2}(t)$. Выражение (6.23) позволяет несколько учесть не только статику, но и динамику системы в виде ее инерционности. В (6.22) необходимо учесть изменение знака перед частными производными $\frac{\partial F^{(0)}}{\partial t}$ и $\frac{\partial V_2^{(\Delta t_i)}}{\partial t}$ при переходе на временной промежуток увеличения сил и скорости подачи. Наконец, в каждой узловой точке значения производной слева и справа не равны между собой, поэтому при определении функций $F^{(0)}(t)$ и $V_2(t)$ в точках излома необходимо усреднять их производные слева и справа после кусочно-линейной аппроксимации. В результате имеем траекторию изменения скорости вращения привода подачи, изображенную на рис. 6.13 сплошной синей линией, которая определяет программу ЧПУ. Она учитывает инерционность преобразований пространств $\Re_U^{(3)} \Rightarrow \Re_L^{(3)} \Rightarrow \Re_X^{(3)} \Rightarrow \Re_X^{(3)}$, и обеспечивает постоянство диаметра вала на всем протяжении $L_2 = 120\,мм$.

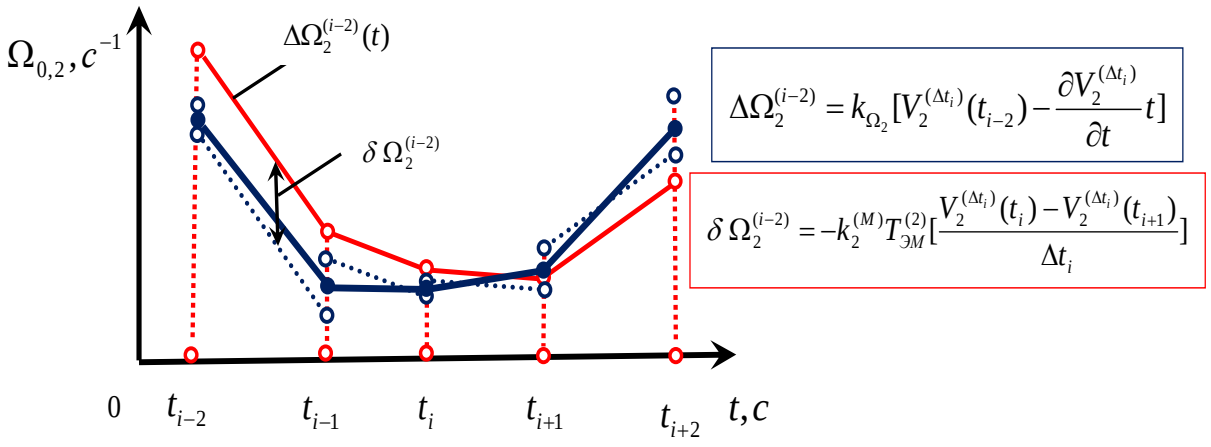


Рис. 6.13 – Схема вычисления траектории $\Omega_{0,2}(t)$

Красная линия на рис. 6.13 характеризуют траекторию, полученную без учета неравенства производных в узловых точках. Заметим, что ее отклонение от усредненной траектории может быть достаточно существенным, в особенности на участках резких изменений скорости подачи. Причем знак погрешности $\delta\,\Omega_2^{(i-2)}$

между двумя траекториями зависит от направления изменения скорости подачи. Этим во многом объясняется несоответствие точек бифуркации на рис. 6.11 при увеличении и уменьшении скорости подачи. Рассмотрим случай, когда $V_3 = \pi D \Omega_3 \neq const$, более того частота вращения шпинделя может не просто определяться управлением системы, она комплексно может зависеть и от сил резания, оказывающих дополнительную нагрузку на вращающийся якорь двигателя в виде момента сопротивления, а также от момента трения в шпиндельном узле. Их суммарное влияние учитывается выражением $k_3^{(M)}[F^{(0)}(t) + T_Э^{(2)} \frac{dF^{(0)}(t)}{dt}]$ в (6.20, *c*), таким образом, в зависимости от коэффициента $k_3^{(M)}$ влияние сил сопротивления на траекторию может быть заметным и его необходимо учесть при моделировании закона управления. Проиллюстрируем методику компенсации влияния $k_3^{(M)}[F^{(0)}(t) + T_Э^{(2)} \frac{dF^{(0)}(t)}{dt}]$ на вращение шпинделя с помощью подхода, описанного для подачи.

Для обеспечения условия $\Omega_3 = const$ необходимо изменять управление $\Omega_{0,3}(t)$ при заданных траекториях сил $F^{(0)}(t)$. Как и раньше, введем в рассмотрение опорные точки по оси времени $t = t_1$, $t = t_2$, $t = t_3 \ldots$ $t = t_n$. Между этими точками закон изменения сил аппроксимируем в виде кусочно-линейной зависимости, как это сделано в (6.23). Потребуем, чтобы $\Omega_3 = const$, тогда на участке $(t_i - t_{i+1})$ уменьшения силы резания имеем закон изменения управления $\Omega_{0,3}(t)$

$$\Omega_{0,3}(t) = \Omega_3 + k_3^{(M)}[F^{(0)}(t_i) - \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} t - T_Э^{(2)} \frac{F^{(0)}(t_i) - F^{(0)}(t_{i+1})}{\Delta t_i}], \qquad (6.24)$$

а на участке увеличения силы резания $(t_s - t_{s+1})$

$$\Omega_{0,3}(t) = \Omega_3 + k_3^{(M)}[F^{(0)}(t_s) - \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} t - T_Э^{(2)} \frac{F^{(0)}(t_s) - F^{(0)}(t_{s+1})}{\Delta t_i}]. \qquad (6.25)$$

Приведенные зависимости (6.21) – (6.25) справедливы при условии, что динамические системы приводов являются асимптотически устойчивыми. В зависи-

мости от параметров ДСР и ее свойств приведенные выше данные необходимо дополнить анализом устойчивости траекторий исполнительных элементов станка.

Для корректной оценки устойчивости приводной системы необходимо учитывать зависимость сил резания от координат состояния системы. В этом случае силы резания в (6.20) будут зависеть от динамики приводов подсистемы инструмента и заготовки. При этом стоит отметить, что траектории движений исполнительных элементов станка следует рассматривать в «медленном» времени, так частотный диапазон скоростей приводной системы на несколько порядков меньше частот колебательных траекторий движения инструмента. Здесь наиболее значимой подсистемой является шпиндельной, и зависимость сил от частоты Ω_3 в этом случае будет формировать положительную обратную связь, как было показано во второй главе и работе [159].

С учетом показанного ранее, примем во внимание зависимость $F^{(0)}(t) = \rho t_P^{(*)} S_P^{(*)}[L_2(t)]$ от L_2 или $F^{(0)}(t) = \rho t_P^{(*)} \cdot V_2[L_2(t)] \cdot (\Omega_3)^{-1}$. При этом анализируя устойчивость выполним замену $\Omega_3^{(0)} = \Omega_3^{(*)} + \omega(t)$.

$$T_{ЭМ}^{(3)} T_Э^{(3)} \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + T_{ЭМ}^{(3)} \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - k_\Sigma [\frac{\omega(t)}{(\Omega_3^{(\circ)})^2} + T_Э^{(3)} \frac{1}{(\Omega_3^{(\circ)})^2} \frac{d\omega(t)}{dt}] = 0, \qquad (6.26)$$

где $k_\Sigma = k_3^{(M)} \rho t_P^{(*)} V_2(L_2)(\Omega_3^{(*)})^{-1}$. Из (6.26) получаем характеристический полином линеаризованного уравнению в вариациях

$$T_{ЭМ}^{(3)} T_Э^{(3)} p^2 + T_{ЭМ}^{(3)} [1 - \varepsilon_T \frac{k_\Sigma}{(\Omega_3^{(*)})^2}] p + [1 - \frac{k_\Sigma}{(\Omega_3^{(*)})^2}] = 0 \ . \qquad (6.27)$$

где $\varepsilon_T = T_Э^{(3)} / T_{ЭМ}^{(3)}$. Практически всегда выполняется условие $\varepsilon_T \langle 1$. Поэтому получаем условие устойчивости формируемых двигателем шпинделя скоростей

$$\frac{k_3 \rho t_P^{(*)} V_2(L_2)}{c_e^{(3)} c_M^{(3)} (\Omega_3^{(*)})^3} \langle 1, \qquad (6.28)$$

позволяющее сделать выводы. Во-первых, уменьшение частоты вращения шпинделя $\Omega_3^{(*)}$ сужает область устойчивых режимов, повышая риск потери устойчивости ТФД ДСР. Во-вторых, рост мощности привода по отношению к мощности процесса резания снижает критическое значение параметра, при котором ДСР теряет

устойчивость. Поэтому проектирование станков требует тщательного согласования динамических характеристик привода со мощностью и свойствами процесса резания. В третьих, существует предельно значение произведения $\rho t_P^{(*)}$, при котором система устойчива. Более того, этот силовой фактор может изменяться в направлении L_2,так как существуют вариации глубины резания за счет изменения припуска и жесткости механической характеристики заготовки в направлении точения. А также влияние оказывают эволюционные процессы, связанные с развитием износа инструмента, изменяющие параметр ρ.

6.3 Коррекция управления в ходе эволюции

Для повышения эффективности автоматизированных систем механообработки необходимо согласование не только динамических характеристик приводной системы с траекториями исполнительных устройств, но и с эволюционными изменениями в системе на всем цикле изготовления деталей.

6.3.1 Моделирование эволюции при обработке партии деталей

Для моделирования эволюции при обработке партии деталей рассмотрим классическую для этой главы постановку задачи. Пусть необходимо изготовить партию деталей в количестве S штук. Обозначим длину обработанной поверхности одной детали как $L_{2,0}$. Тогда общий путь инструмента при изготовлении партии будет $L_{2,\Sigma} = S \cdot L_{2,0}$. Рассматривать будем продольное точение заготовки при $t_P^{(0)} = const$. Скорость подачи и силы резания заданы таким образом, что $\Delta_{X,Y}^{(0)} = const$, их траектории получены на основе алгоритма вычисления, указанного в предыдущем параграфе, при этом $L_1(0) + \Delta_{X,Y}^{(0)} = d/2$. Под эволюционными изменениями, прежде всего, будут рассматриваться изменения, вызванные износом инструмента. Выясним механизм изменения свойств ДСР, а также топологии поверхности детали $\Im_C(X,Y)$, при эволюционных изменениях. Положим, что:

1. В пределах обработки i–ой детали партии S сохраняется постоянство значений параметров динамической связи, так как износ инструмента это моно-

тонный медленный процесс. Случайные выкрашивания инструмента не будут рассмотрены, так как они - специфичные случаи модели износа.

2. Изменение сил резания $F^{(0)}$ в процессе развития износа будет также усреднено в пределах i–ой детали на временных участках кусочно-линейной аппроксимации $\hat{F}_i^{(0)} = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} F^{(0)}(\xi) d\xi$. Тогда силы будут представлены кусочно-постоянной последовательностью $F^{(0)}(t) = \{\hat{F}_1^{(0)}, \hat{F}_2^{(0)}, ... \hat{F}_k^{(0)}\}$ (рис. 6.14) на временных отрезках $t \in (0, t_1)$, $t \in (t_1, t_2)$, $t \in (t_2, t_3)$ …. Например, для отрезка $t \in (t_{l-1}, t_l)$ вычисляя интеграл по методу трапеции имеем $\hat{F}^{(0)} = \frac{F^{(0)}(t_{l-1}) + F^{(0)}(t_l)}{2}$.

3. Скорость V_3 выбирается из принципа обеспечения минимума интенсивности изнашивания инструмента, она остается постоянной при обработке и определяет траекторию движения вершины инструмента $L_3(t) = V_3 t$. Это справедливо, так как при точении всегда выполняются условия $V_3 \rangle\rangle V_2$, $V_3 \rangle\rangle V_1$, $V_3 \rangle\rangle dX_3 / dt$.

4. В общем случае работа $A(t) = F(t) \cdot L_3(t)$ и мощность $N(t) = \frac{d(F(t) \cdot L_3(t))}{dt}$ в механической системе при заданных ее траекториях сил $F^{(0)}(t)$, перемещений $L_3(t)$ и скоростей $V_3(t)$ определяются [197]

$$\begin{cases} N(t) = F^{(0)}(t) \frac{dL_3}{dt} + L_3(t) \frac{dF^{(0)}}{dt}; \\ A(t) = \int_0^t \{F^{(0)}(t) \frac{dL_3}{dt} + L_3(t) \frac{dF^{(0)}}{dt}\}. \end{cases} \quad (6.29)$$

Принимая во внимание допущение «3», на участке сил $\hat{F}_i^{(0)}$ справедливо

$$N = \hat{F}_i^{(0)} V_3; \; A(t) = \hat{F}_i^{(0)} V_3 t. \quad (6.30)$$

Формализация допущений представлена на рис. 6.14. Здесь желтыми прямоугольниками представлена последовательность $F^{(0)}(t) = \{\hat{F}_1^{(0)}, \hat{F}_2^{(0)}, ... \hat{F}_6^{(0)}\}$. Работа A также представлена в виде последовательности $A = \{A_1, A_2, ... A_6\}$.

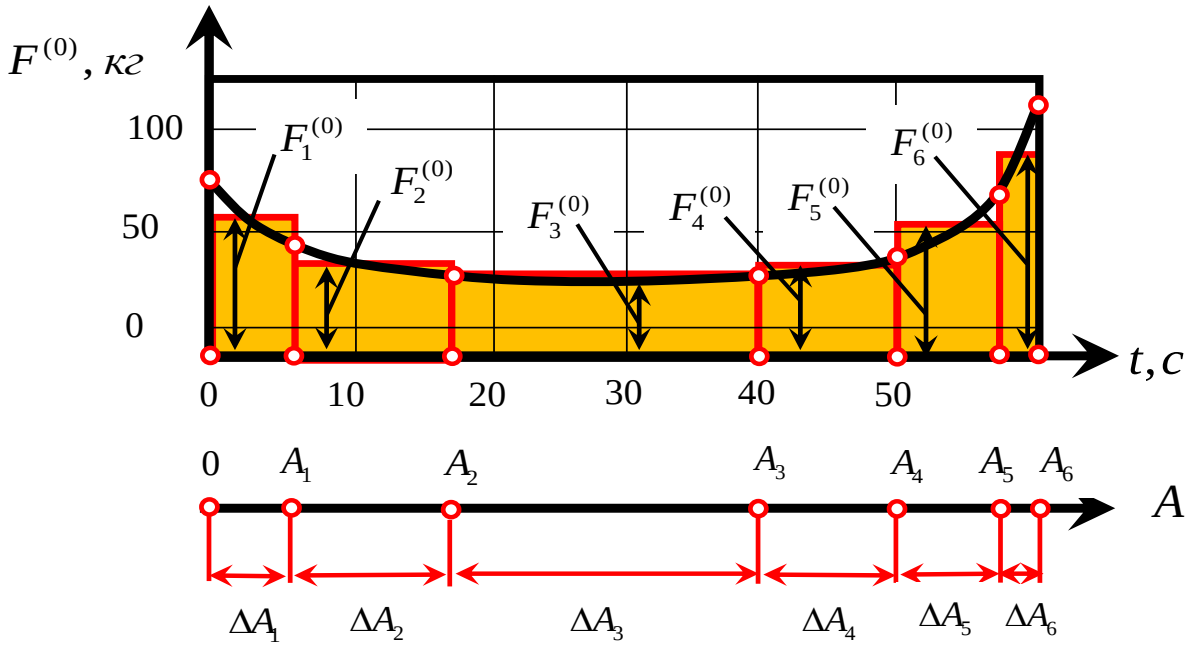


Рис. 6.14 – Схема формирования последовательности сил при точении первой детали

Оценка скорости изнашивания инструмента при обработке полной одной поверхности, иначе *i*-ой детали с учетом (4.10) определяется выражением

$$\begin{aligned} v_6^{(t)}(A_6) &= \alpha_1 \hat{F}_6^{(0)} V_3 - \alpha_2 V_3(\lambda_1)^{-1}\{F_6^{(0)} - F_1^{(0)}\exp[-\lambda_1(A_6)] + \\ &+ (F_1^{(0)} - F_2^{(0)})\exp[-\lambda_1(A_6 - A_1)] + (F_2^{(0)} - F_3^{(0)})\exp[-\lambda_1(A_6 - A_2)] + \\ &+ (F_3^{(0)} - F_4^{(0)})\exp[-\lambda_1(A_6 - A_3)] + (F_4^{(0)} - F_5^{(0)})\exp[-\lambda_1(A_6 - A_4)] + \\ &+ (F_5^{(0)} - F_6^{(0)})\exp[-\lambda_1(A_6 - A_5)]\} + \alpha_2 \mu_v V_3(\lambda_2)^{-1}\{F_6^{(0)} - F_1^{(0)}\exp[\lambda_2(A_6)] + \\ &+ (F_1^{(0)} - F_2^{(0)})\exp[\lambda_2(A_6 - A_1)] + (F_2^{(0)} - F_3^{(0)})\exp[\lambda_2(A_6 - A_2)] + \\ &+ (F_3^{(0)} - F_4^{(0)})\exp[\lambda_2(A_6 - A_3)] + (F_4^{(0)} - F_5^{(0)})\exp[\lambda_2(A_6 - A_4)] + \\ &+ (F_5^{(0)} - F_6^{(0)})\exp[-\lambda_1(A_6 - A_5)]\}. \end{aligned} \qquad (6.31)$$

При обработке l поверхностей, каждая из которых имеет s кусочно-линейных участков аппроксимации, имеем $n = s \times l$ участков изменения работы, на которых сила $F_i^{(0)}$ аппроксимируется постоянной величиной.

Обобщая (6.31) на случай $i = n$, имеем

$$v_n^{(t)}(A_n) = \alpha_1 \hat{F}_n^{(0)} V_3 - \alpha_2 V_3(\lambda_1)^{-1}\Phi^{(a)}(A, F^{(0)}) + \alpha_2 \mu_v V_3(\lambda_2)^{-1}\Phi^{(p)}(A, F^{(0)}), \qquad (6.32)$$

где $\Phi^{(a)}(A, F^{(0)}) = F_n^{(0)} - F_1^{(0)}\exp(-\lambda_1 A_n) - \sum_{i=2}^{i=n-1}\{(F_{i-1}^{(0)} - F_i^{(0)})\exp[\lambda_1(A_{i-1} - A_n)]\}$ - составляющая оператора (4.10), определяющая адаптационную составляющую эволюции износа;

$\Phi^{(p)}(A, F^{(0)}) = F_n^{(0)} + F_1^{(0)}\exp(\lambda_2 A_n) + \sum_{i=2}^{i=n-1}\{(F_{i-1}^{(0)} - F_i^{(0)})\exp[-\lambda_2(A_{i-1} - A_n)]\}$ - составляющая

интегрального оператора, определяющая деградационную составляющую эволюции; $\alpha_1 \hat{F}_n^{(0)} V_3$ - мощность необратимых преобразований.

Можно также положить, что если кусочно-постоянные участки сил резания равны $F_{i-1}^{(0)} = F_i^{(0)} = F^{(0)}$, то усредненная скорость изнашивания при обработке *i*-ой детали равна

$$v_n^{(t)}(A_n) = \alpha_1 \hat{F}_n^{(0)} V_3 - \alpha_2 V_3 (\lambda_1)^{-1} \{F^{(0)}[1 - \exp(-\lambda_1 A_n)]\} + \\ + \alpha_2 \mu_v V_3 (\lambda_2)^{-1} \{F_n^{(0)}[1 - \exp(\lambda_2 A_n)]\}. \quad (6.33)$$

Для моделирования и анализа эволюции ДСР необходимо найти зависимость, определяющую изменение параметров динамической связи при развитии износа инструмента. Так как моделирование ДСР выполняется во времени, то необходимо и скорость износа $v_s^{(t)}(A_s)$ и сам износ выразить $w(A_s) = \int_0^{A_s} v_s^{(t)}(\xi) d\xi$ в функции времени. Ранее обсуждалось, что масштаб изменения работы во времени определяется коэффициентом $\hat{F}_i^{(0)} V_3$. Если при этом усреднить значение сил по всей последовательности обработок одной детали (рис.6.14), то получим соотношение

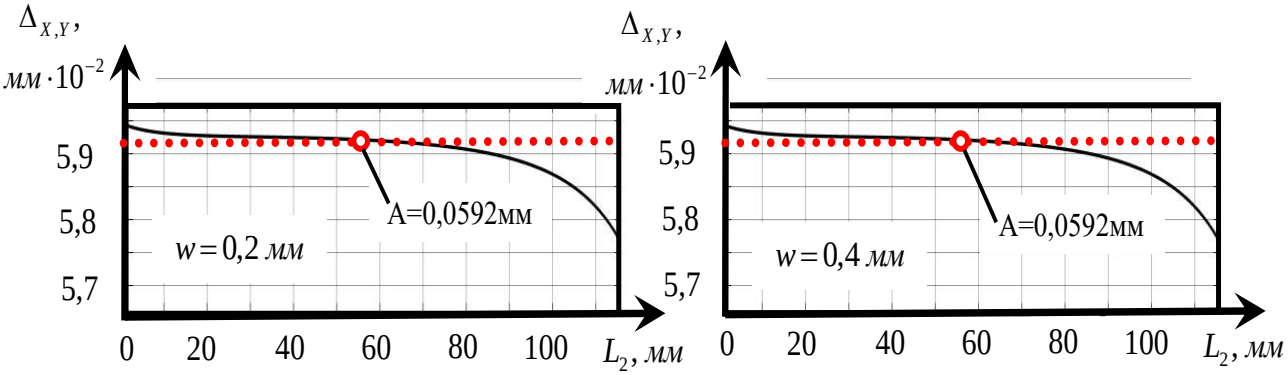
$$t_s = \sum_{i=1}^{i=s} \frac{\Delta A_i}{\hat{F}_i^{(0)} V_3} \ . \quad (6.34)$$

Таким образом, соотношение задает отсчеты времени для основных траекторий, описывающих динамику процесса резания. Рассмотрим методику построения алгоритма управления с учетом эволюционных изменений в ТФД при задаче стабилизации $\Delta_{X,Y}^{(0)} = const$. Стабилизация деформаций выполняется по ранее вычисленному закону изменения скорости подачи $V_2(L_2)$. Параметры динамической связи для каждой стадии износа инструмента *w* представим в таблице 6.1. Результатами моделирования изменения траекторий $\Delta_{X,Y}^{(0)}$ в ВЦМ и соответствующих геометрических топологий $\Im_c(\mathbf{X, Y})$ в ходе эволюции представлены на рис. 6.15 и рис. 6.16.

Таблица 6.1 – Изменение параметров формируемой резанием динамической связи от износа инструмента

$w, мм$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\rho, кг/мм^2$	300	310	380	420	500	600	720	900
$T^{(0)}, c\times10^{-3}$	0,2	0,3	0,6	1	2,2	3,5	6,2	9
$\rho_0, кг/мм$	20	21	25	31	39	50	65	80
χ_1	0,5	0,5	0,54	0,54	0,54	0,44	0,4	0,4
χ_2	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7
χ_3	0,5	0,7	0,7	0,6	0,6	0,55	0,6	0,6

Точка «А» соответствует целевому значению деформаций $\Delta_{X,Y}(L_2)$. Отклонение вызвано скоростной ошибкой, суммарно отклонение по всей траектории $\Delta^{(0)}_{X,Y}$ не превышает 1,5%, а изменение знака соответствует изменению знака приращения жесткости вдоль L_2. На различных стадиях износа наблюдаются как устойчивые участки траектории $\Delta^{(0)}_{X,Y}$ (рис. 6.15), так и потеря устойчивости (рис. 6.16). На рис. 6.15 видно, что для устойчивого участка $\Delta^{(0)}_{X,Y}$ характерно образование гладкой топологии $\mathfrak{I}_c(\mathbf{X,Y})$ с незначительной линейной погрешностью и практически отсутствующими погрешностями микрорельефа.



«а»

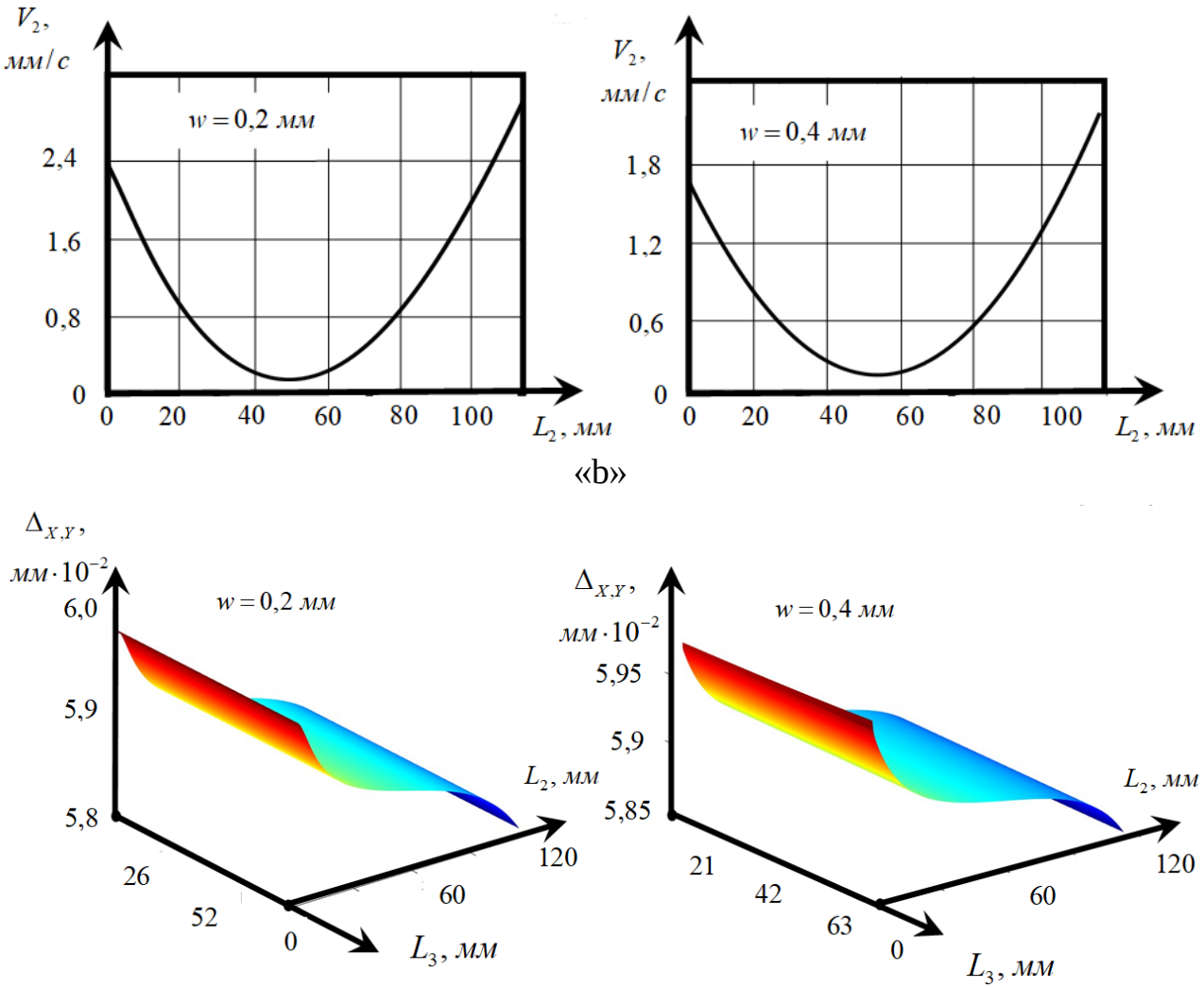


Рис. 6.15 – Изменение выходных характеристик качества процесса резания при различном износе: а) траекторий суммарных деформаций $\Delta_{X,Y}(L_2)$, б) заданный закон изменения продольной скорости $V_2(L_2)$

В отличие от рис. 6.15 на рис. 6.16 приведены полные траектории $\Delta^{(0)}_{X,Y}$ и поверхности $\Im_c(\mathbf{X, Y})$ для износа инструмента по задней грани $w = 0{,}6$ *мм*. Здесь при потери устойчивости в начале участка $\Delta L_2(1)$ наблюдается формирование предельного цикла, его отображение в геометрической топологии представлено на рис. 6.16, «c». Стоит отметить, что параметры притягивающего множества меняются с течением времени и по амплитуде и по частоте рис. 6.16, «b». Участок $\Delta L_2(2)$ характеризуется бифуркациями предельного цикла с последующим вырождением в хаотические колебания (рис. 6.16, «d»).

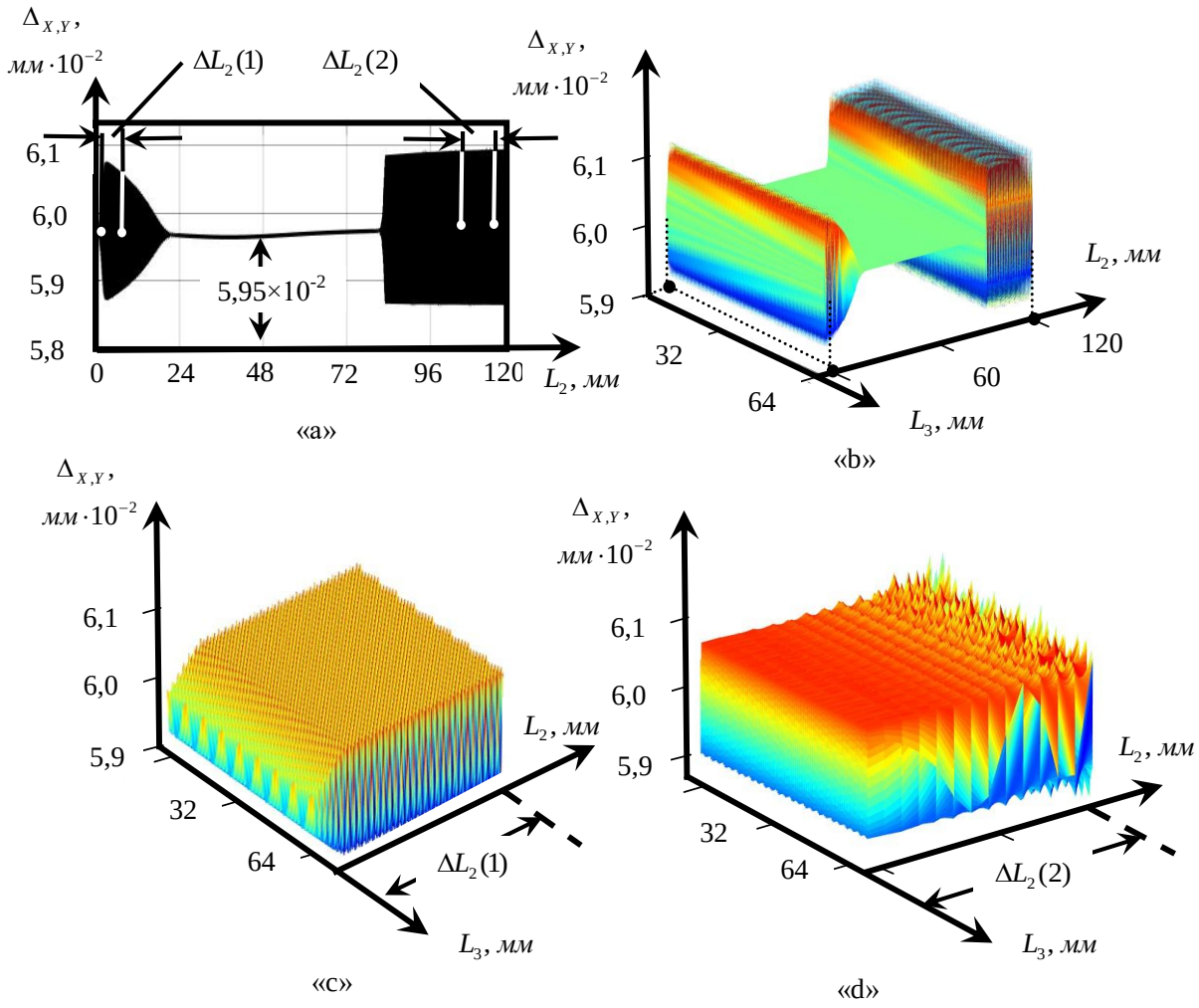


Рис. 6.16 –Траектория суммарных деформаций $\Delta_{X,Y}(L_2)$ («a»), полная их топология «b» и фрагменты по оси L_2 («c» и «d»)

Таким образом, в процессе эволюции меняется не только износ инструмента, но свойства динамической системы резания в целом. При дальнейшем развитии износа система теряет устойчивость в целом, в этом случае обработка невозможна. Терминальное значение износа инструмента в примере при глубине резания *2 мм* соответствует $w = 0{,}6\ мм$. Однако в случае аналогичных начальных параметров динамической связи и ДСР, но с глубиной $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$, полная потеря устойчивости наблюдается при износе $w = 0{,}8\ мм$.

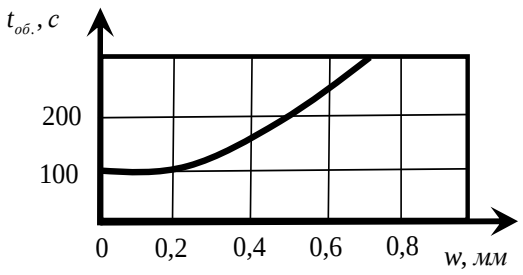


Рис. 6.17 – Изменение времени обработки одной поверхности в ходе эволюции

Отметим также, что со стороны практиков, критический износ инструмента может определяться требованиями к качеству обработанной поверхности, а не потерей устойчивости системы. Длительность обработки одной поверхности (детали) в рассмотренной задаче с учетом эволюции износа будет возрастать (рис. 6.17), так как для стабилизации деформаций необходимо уменьшать скорость подачи. Время переустановки инструмента определяется конструктивными особенностями станка

6.3.2 Определение оптимальных координат переключения циклов обработки

При обработке партии из «n» деталей общий путь $L_{2,\Sigma}$ режущего инструмента определяется суммой (рис.6.18)

$$L_{2,\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} L_{2,i} \ , \qquad (6.35)$$

где $L_{2,\Sigma} = \{L_{2,1}, L_{2,2}, ...L_{2,n-1}\}$ ($L_{2,1} = l_1$, $L_{2,2} = l_1 + l_2$, $L_{2,3} = l_1 + l_2 + l_3$, … $L_{2,n-1} = L_{2,\Sigma} - L_{2,n-1}$). Каждый участок $L_{2,i}$ определяется суммой затрат на процесс резания и на замену инструмента. Кроме этого, функционал должен учесть фазовые траектории $V_{2,i}(L_{2,i})$, так как в них учитывается изменение свойств ДСР при влиянии эволюционных процессов, в частности, износа.

Процесс изготовления партии детали является циклически-эволюционным и включает в себя этапы: переналадка инструментальной подсистемы, процесс резания, достижение минимума эффективности обработки и вновь переналадка инструментальной подсистемы. Совокупность идентичных технологических циклов (рис. 6.18) образует супер-цикл обработки, то есть цикл изготовления партии деталей. Каждый цикл характеризуется траекторией изменения скорости подачи и начинается всегда с одной и той же скорости $V_{2,0} = const.$, так как свойства подсистемы инструмента и заготовки на начальном пути резания предполагаются постоянными.

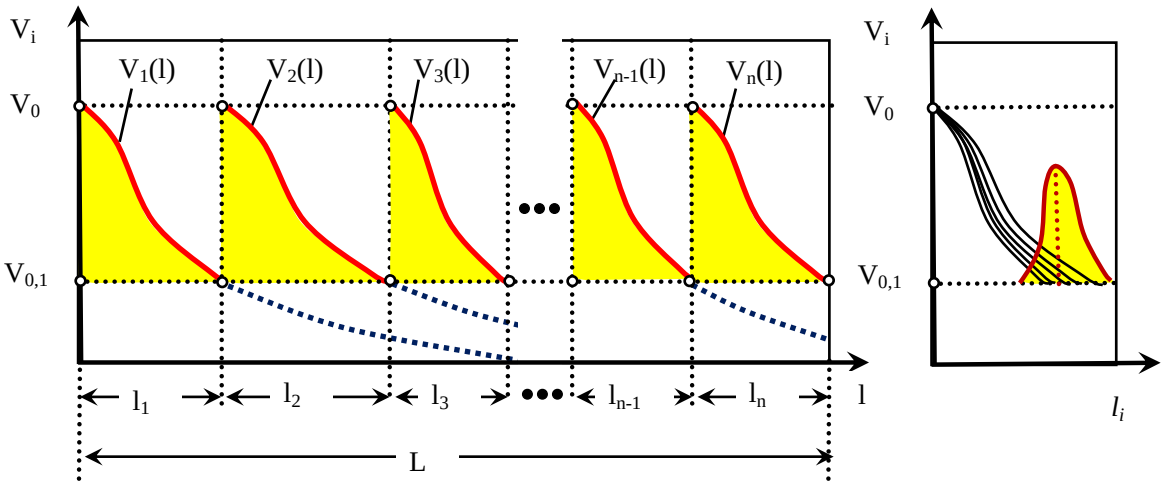


Рис.6.18 – Схема определения координат переключения циклов обработки

Затраты « $З$ » на изготовление n деталей представим в виде суммы обобщённой стоимости времени работы станка, с учетом его амортизации, и стоимости времени его простоя при переналадке инструмента. Зная, что функции скорости по пути будут заданными $V_i(l_i)$ затраты $З$ можно представить в виде

$$З = \Im(l_1, l_2, ...l_n) = c_1 \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^{l_i} \frac{d\xi}{V_i(\xi)} + (n-1)c_2 , \qquad (6.36)$$

где c_1 - стоимость работы станка в единицу времени в $[руб/мин]$; c_2 - стоимость простоя при замене инструмента $[руб/мин]$. Решение задачи сводится к вычислению таких координат l_i, при которых затраты $З \Rightarrow \min$.

Определим координаты переключения с использованием функционала (6.36) так, чтобы $\Im(l_1, l_2, ...l_n) = \min$.так, чтобы дополнительно обеспечивать условие (6.35). С учетом заданных множеств $\mathbf{l} = \{l_1, l_2, ...l_n\}$ и $V_i(l_i) \in \aleph_0$ суммарное машинное время обработки будет

$$T(\mathbf{l}) = \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^{l_i} \frac{d\xi}{V_i(\xi)} = \Im(\mathbf{l}) . \qquad (6.37)$$

Ему соответствует средняя скорость $\hat{V}(l_1, l_2, ...l_n) = (L_{2,\Sigma})^{-1} \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^{l_i} V_i(\xi) d\xi$. Тогда при обработке партии деталей одновременно должны выполняться два условия

$$\begin{cases} L_{2,\Sigma} = \hat{V}\sum_{i=1}^{i=n}\int_0^{l_i}\frac{d\xi}{V_i(\xi)};\ldots\ldots"a" \\ L_{2,\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} l_i.\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots"b" \end{cases} \qquad (6.38)$$

Равенство этих условий представляет собой замкнутую кривую пересечения гиперповерхности (6.38 «a») и гиперплоскости (6.38 «b») (рис. 6.19). Однако минимальному времени соответствует точка касания гиперповерхности и гиперплоскости. Тогда при условии $\Im(l_1,l_2,\ldots l_n)=\sum_{i=1}^{i=n}\int_0^{l_i}\frac{d\xi}{V_i(\xi)}$ справедливо

$$\partial\Im(l_1,l_2,\ldots l_n)/\partial l_i \equiv \partial L(l_1,l_2,\ldots l_n)/\partial l_i\,. \qquad (6.39)$$

При рассмотрении малого приращения в точке касания гиперповерхности $\Im(l_1,l_2,\ldots l_n)$ и гиперплоскости $L(l_1,l_2,\ldots l_n)$ условие (6.38) преобразуется в

$$\begin{cases} d\{\hat{V}\sum_{i=1}^{i=n}\int_0^{l_i}\frac{d\xi}{V_i(\xi)}\}/dl_i = \hat{V}/\{V_i(l_i)\}; \\ d\{\sum_{i=1}^{i=n} l_i\}dl_i = 1. \end{cases} \qquad (6.40)$$

Правые части в (6.40) представляют безразмерные величины, а $\hat{V}$ для рассматриваемой точки есть величина постоянная. Поэтому в точке касания

$$V_i(l_i)=V_s(l_s),\quad i,s \Rightarrow 1,2,3\ldots n\,. \qquad (6.41)$$

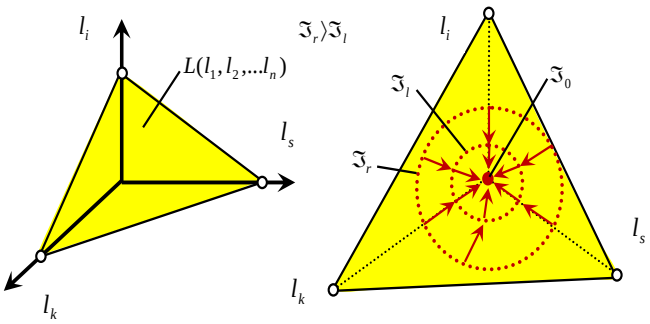


Рис.6.19 – Схема, поясняющая пересечение гиперплоскости $L(l_1,l_2,\ldots l_n)$ и гиперповерхности $\Im(l_1,l_2,\ldots l_n)$

Условие (6.41) можно сформулировать так: необходимым условием оптимальности переналадок инструментальной подсистемы станка является равенство минимальных скоростей подачи. Это краевое условие, связывающее решения задач оптимального управления для отдельных циклов в единую оптимальную траекторию для всей партии.

Это положение принимает во внимание физические и экономические требования к оптимальности. Физические условия оптимальности соответствует траек-

тория скорости $V_i(l_i)$, каждой точке перемещения которой соответствует минимальная интенсивность изнашивания. Эти условия нужно дополнить экономическими требованиями, зависящими от n. Наши исследования и выполненное цифровое моделирование показывают, что зависимость $V_3(L_3)$ можно аппроксимировать в виде [297]

$$V^{(i)}(l_i) = V_0 \exp[-\alpha_i l_i], \quad l_i \in (0, \frac{4}{\alpha_i}), V^{(i)}(l_i) \in \aleph_0, \tag{6.42}$$

где V_0 - начальное значение скорости в $[м/с]$; α_i - параметр в $[м^{-1}]$.

Будем считать аппроксимацию (6.42) справедливой и использовать в дальнейших рассуждениях. Для моделирования (6.42) можно рассматривать множество траекторий, имеющих математическое ожидание $M[\alpha_i] = \hat{\alpha}$ и дисперсию σ_α [297]. Тогда имеем

$$\hat{3}(n) = \hat{\Im}(n) = \frac{c_1}{V_0 \hat{\alpha}} [\exp(\hat{\alpha} \frac{L}{n}) - 1] + (n-1)c_2. \tag{6.43}$$

Очевидно, что (6.43) при варьировании n имеет минимум, которому соответствует оптимальная минимальная скорость $V_{0,1} = V_0 \exp(-\frac{\hat{\alpha} L}{n_0})$. Рассмотрим пример для точения вала D=8 мм из стали 08Х15Н24В4ТР. Инструментальная подсистема имеет резцедержавку, в которой установлены пластинами фирмы SANDVIK Coromant из твердого сплава GC2015, форма пластины - «W». Технологические режимы: глубина $t_P^{(0)} = 2{,}0 мм$; начальная подача $S_P^{(0)} = 0{,}1 мм/об$; начальная скорость резания $V_0 = 1{,}2 м/с$. Длина вдоль оси – 38 мм, путь резания одной детали – 9,5 м, общий путь *L=840 м* [297]. Параметры α, характеризующие оптимальную скорость резания по пути: $\hat{\alpha}_1 = 0{,}1\, м^{-1}$, $\hat{\alpha}_2 = 0{,}01\, м^{-1}$. Величина дисперсии этого параметра: $\sigma_i = 0{,}1\hat{\alpha}_i$. На графике представлено решение задачи оптимизации количества технологических циклов *n* обработки партии деталей (рис.6.20). Красными маркерами и пунктиром выделена оптимальная траектория, показывающая наиболее экономически эффективное число переналадок инструмента с учетом изменения их относительной стоимости. Оптимальное значение *n* также суще-

ственно зависит от технологического параметра $\hat{\alpha}$, характеризующего интенсивность износа инструмента.

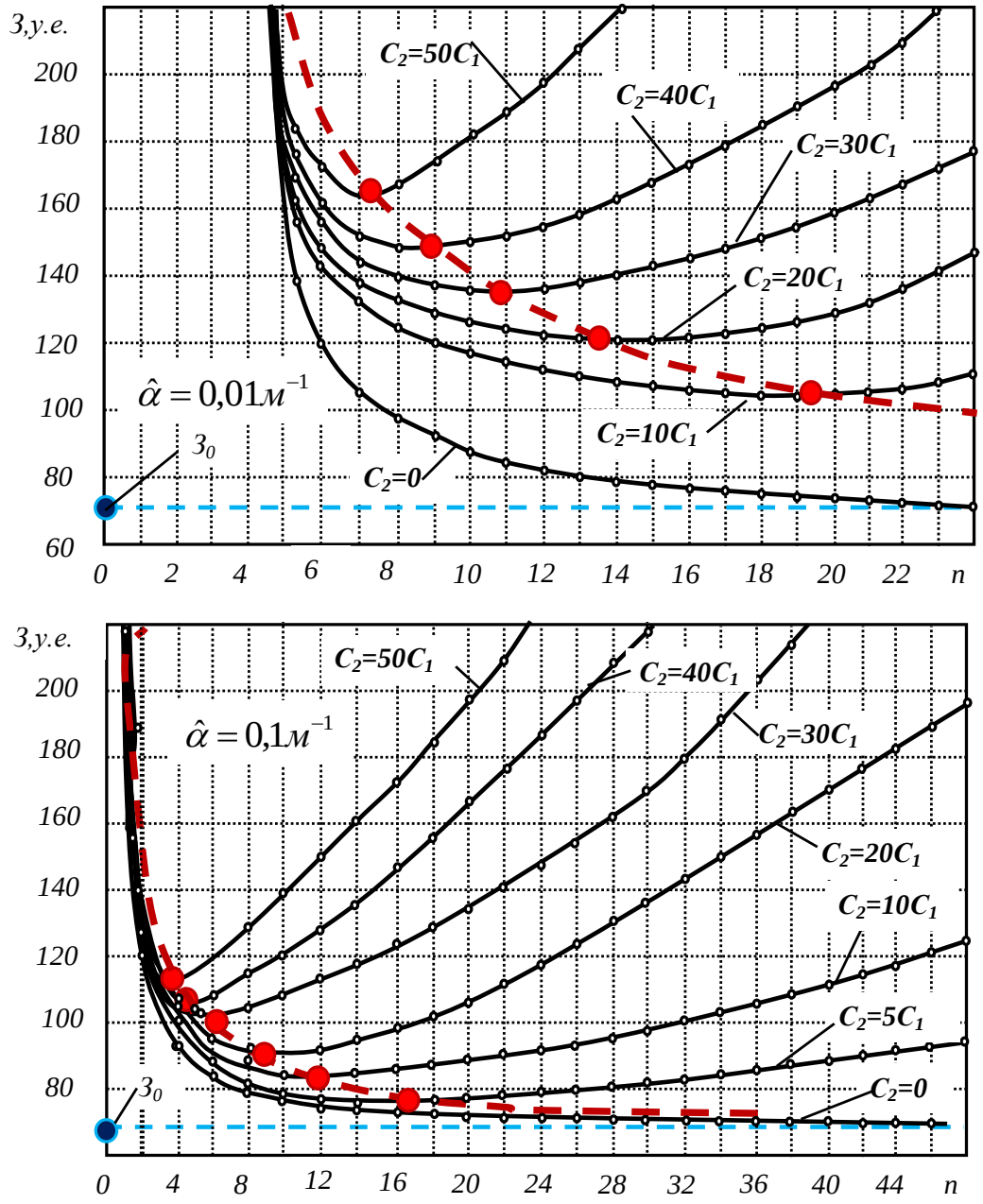


Рис. 6.20 – Изменение стоимости изготовления партии из ста деталей в условных единицах для различного количества циклов обработки [297]

Поскольку решением является, как правило, нецелое число, для практической реализации выбирается ближайшее целое значение, доставляющее минимум функционалу затрат. Представленный пример иллюстрирует принцип оптимизации для случая детерминированных параметров, когда траектории изменения режимов резания в каждом цикле постоянны и соответствуют своим математическим ожиданиям $\hat{\alpha}$. В реальной системе множество $l_i \in \aleph^{(l)}$ также характеризуется

случайным гауссовым распределение, так как зависит от $\alpha_i \in (\hat{\alpha} - 3\sigma_\alpha, \hat{\alpha} + 3\sigma_\alpha)$. На рис. 6.21 $a = V_{1,0}(\hat{\alpha} - \sigma_\alpha)$, $b = V_{1,0}(\hat{\alpha})$, $c = V_{1,0}(\hat{\alpha} + \sigma_\alpha)$.

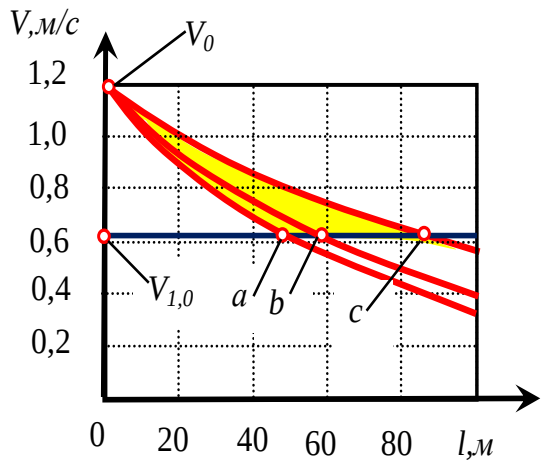


Рис.6.21 – Связь координат переключения с изменениями α

Можно заметить, что различным положениям координаты l_i, соответствует всегда одинаковая координата скорости. Это положение было ранее доказано. Таким образом, замену инструмента необходимо производить не по координате перемещения, а в скоростях $V_{1,0} = const$, что формулирует новую теоретическую основу для методики построения управления в ДСР. Данные гипотезы позволяют формализовать стратегию управления не только в терминах минимизации износа инструмента, но и в разрезе оптимального использования ресурсов при изготовлении партии деталей. То есть достигается технологически и экономически эффективное состояние процесса резания, иначе биоптимальность процесса.

В результате реализуется синергетический принцип управления, при котором учитываются естественные эволюционные свойства системы. Эффективность предложенного метода будет рассмотрено далее как для асимптотически устойчивых ТФД, так и для случая возмущенной динамической системы.

6.3.3 Эффективность синергетического управления

Оценка эффективности синергетического принципа управления рассмотрена, прежде всего, в показателях качества поверхности детали. Учтем, что обработка вала заготовки происходит в несколько проходов, и в каждом новом проходе будет наблюдаться изменение исходных условий. Геометрические вариации припуска, оставленные после прохода, будут влиять на состояние ДСР в текущий момент. Учет только этого обстоятельства может вызывать в системе как эффект саморегулирования траектории движения вершины инструмента, так и вносить

дестабилизирующее ее отклонение и, соответственно, итоговых показателей качества макро- и микрорельефа.

Рассмотрим пример «наследственного» изменения точности диаметра маложесткой заготовки при постоянных режимах. Пусть диаметр заготовки в продольном направлении остается постоянным $D(L_2) = const$. Глубина резания для каждого прохода также остается неизменным параметром $t_P^{(0)} = const$ (рис. 6.22), ограниченным сверху требованием к устойчивости процесса резания. Податливость заготовки в радиальном направлении $g_{Y_1}(L_2)$ задается в виде $g_{Y_1}(L_2) = g_0 - \alpha_L[L_2 - L_{2,0}]^2,\ g_0 \rangle \alpha_L[L_2 - L_{2,0}]^2$ и остается неизменной для всех проходов, что, строго говоря, является допущением, так как в реальности $g_{Y_1}(L_2)$ только возрастает с каждым проходом.

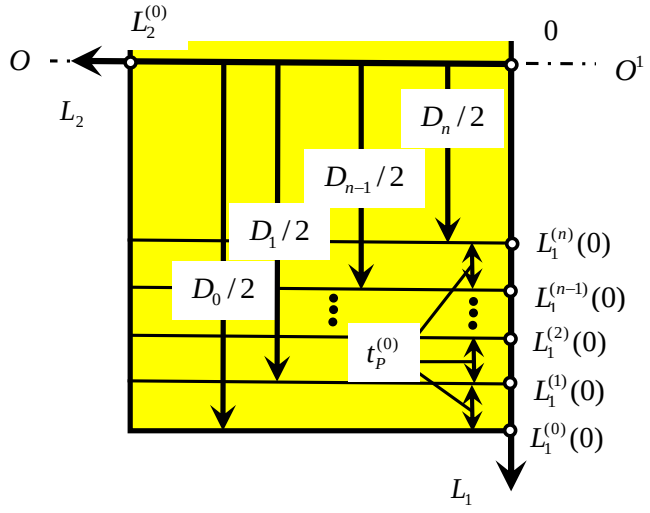


Рис. 6.22 – Схема последовательности выполнения проходов при продольном точении вала с неизменными технологическими режимами

Начальная координата вершины инструмента при каждом проходе определяется точкам $L_1^{(1)}(0)$, $L_1^{(2)}(0)$, …, $L_1^{(n)}(0)$ (рис. 6.22). При этом без учета упругих деформаций справедливо $L_1^{(i-1)}(0) - L_1^{(i)}(0) = t_P^{(0)} = const$. Следуя (6.5), вычислим траектории, характеризующие изменение диаметра $D_i(L_2), i = 1,2,3,...n$. Так как $t_P^{(0)} = const$, то отклонение диаметра определяется упругими деформациями $\Delta_{X,Y}(L_2)$, изменяющимися вдоль L_2, а также величиной припуска, оставленного на предыдущем обороте. Тогда, как нетрудно показать, для диаметра $D_i(L_2)$ имеем

$$D_i(L_2) = 2\{L_1^{(i)} + t_P^{(0)}\Delta(L_2)\sum_{s=1}^{s=i-1}[\Delta(L_2)]^{(s-1)}\}, \qquad (6.54)$$

где $\Delta(L_2) = \dfrac{\rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]}{1 + \rho_0 S_P^{(0)}[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]}$. Если параметры $(\rho_0, S_P^{(0)}, [g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)])$ изменяются в широком диапазоне, то $\Delta(L_2)$ варьируется на отрезке $\Delta(L_2) \in (0,1)$. Или в

общем случае при $i \to \infty$ ряд $\sum_{s=1}^{s=\infty}[\Delta(L_2)]^{(s-1)} = \frac{1}{1-\Delta(L_2)}$ является сходящимся при условии, что $\Delta(L_2) \in (0,1)$. Это условие справедливо для любых положительных параметров, входящих в $\Delta(L_2)$. Причем, скорость сходимости зависит от $\Delta(L_2)$. Она возрастает при $\Delta(L_2) \to 0$. Проанализируем условия сходимости ряда $\sum_{s=1}^{s=\infty}[\Delta(L_2)]^{(s-1)}$ и влияние параметров на погрешность диаметра.

1. Если жесткости возрастают, то $D_i(L_2) \to 2L_1^{(i-1)} - 2t_P^{(0)} = 2L_1^{(i)}$. В этом случае погрешность диаметра стремится к нулю. При заданной жесткости $\Delta(L_2)$ возрастает в зависимости от ρ_0 и $S_P^{(0)}$. Поэтому вариации, например, величины подачи вызывают изменение $\Delta(L_2)$. Причем зависимость погрешности от этих параметров является нелинейной. Заметим, что чувствительность погрешности к вариациям ρ_0, $S_P^{(0)}$ и $[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]$ возрастает при малых $\Delta(L_2)$. Таким образом, при уменьшении общей погрешности диаметра при $\Delta(L_2) \to 0$, ее чувствительность к вариациям параметров возрастает.

2. Повышение податливости подсистем ДСР приводит к эффекту накопления погрешности диаметра в каждом проходе. Анализ данного процесса показал, что существует критический порог упругих деформационных смещений $\Delta(L_2) = 0{,}5$, при котором погрешность диаметра возрастает в соответствие с последовательностью: $0{,}5t_P^{(0)}$, $0{,}75t_P^{(0)}$, $0{,}875t_P^{(0)}$, … Если $\Delta(L_2) \rangle 0{,}5$, то погрешность уже превышает величину $t_P^{(0)}$ и система может потерять устойчивость. Если начальная погрешность меньше этого порога, например, $\Delta(L_2) = 0{,}1$, процесс демонстрирует свойство стабилизации – результирующая погрешность быстро сходится к пренебрежимо малой величине и не вносит ощутимой погрешности в последующих проходах. Обработка в реальных условиях представляет собой стохастический процесс, где случайные вариации параметров ρ_0, $S_P^{(0)}$ и $[g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]$ порождают случайный процесс изменения упругих деформаций, напрямую влияющих на формирование геометрии детали, ее диаметра. Классический метод снижения влияния этих изменений относится к технологическому разделению процесса на черновые, по-

лучистовые и чистовые проходы с поэтапным снижением режимов. Эта эмпирическая стратегия реализована компанией SANDVIK Coromant и представлена в обширных каталогах, регламентирующих использование специализированного инструмента, необходимые режимов резания и условия обработки. Это большая база знаний, формализующая технологию обработки, но не учитывающая особенности динамики подсистем ДСР.

3. При обработке маложестких валов необходимо учитывать сходимость $\mathbf{\Delta(L_2)} = \{[\Delta(L_2)]^0, [\Delta(L_2)]^1, [\Delta(L_2)]^2, ...\}$. В случае обработки вала с податливостью $g_{Y_1}(L_2) = g_0 - \alpha_L[L_2 - L_{2,0}]^2$, $g_0 \rangle \alpha_L[L_2 - L_{2,0}]^2$, максимум функции $g_{Y_1}(L_2)$ будет в точке $L_2 = L_{2,0}$. Следовательно, условия сходимости отклонения диаметра и его неопределенность при флуктуациях являются наихудшими.

Рассмотрим пример изменения отклонений диаметра маложесткого вала $\Delta D(L_2)$ обусловленные деформациями Δ_{X_1,Y_1} при обработке на постоянных режимах в несколько проходов (рис. 6.23). Закон изменения жесткости $c_{Y_1}(L_2)$ на рис. 6.23 «a» определяется выражением: $c_{Y_1}(L_2) = 50 + 10^{-2}[L_2 - 50]^2$, на рис. 6.23 «b»: $c_{Y_1}(L_2) = 20 + 10^{-2}[L_2 - 50]^2$. На рис. 5.23 «c» для наглядности представлены увеличенные погрешности рисунка 6.23 «b». На иллюстрациях кривые $\Delta D(L_2)$ смещаются вверх по мере увеличения номера прохода. На рис. 6.23 «c» номера проходов обозначены цифрами. По мере увеличения числа проходов погрешность, обусловленная упругими деформациями, асимптотически приближается к некоторой предельной кривой $\Delta D_0(L_2)$, расположенной вверху. Причем скорость приближения к ней зависит от податливости подсистемы заготовки $g_{Y_1}(L_2)$. Полученные зависимости справедливы в рамках допущения о постоянстве закона изменения податливости системы $g_{Y_1}(L_2)$. Синтезированная в соответствии с синергетической методикой траектория скорости подачи обеспечивает в данных условиях стабилизацию упругих деформаций на постоянном уровне. Данное свойство открывает теоретическую возможность полной компенсации погрешности на последнем проходе за счет коррекции положения инструмента.

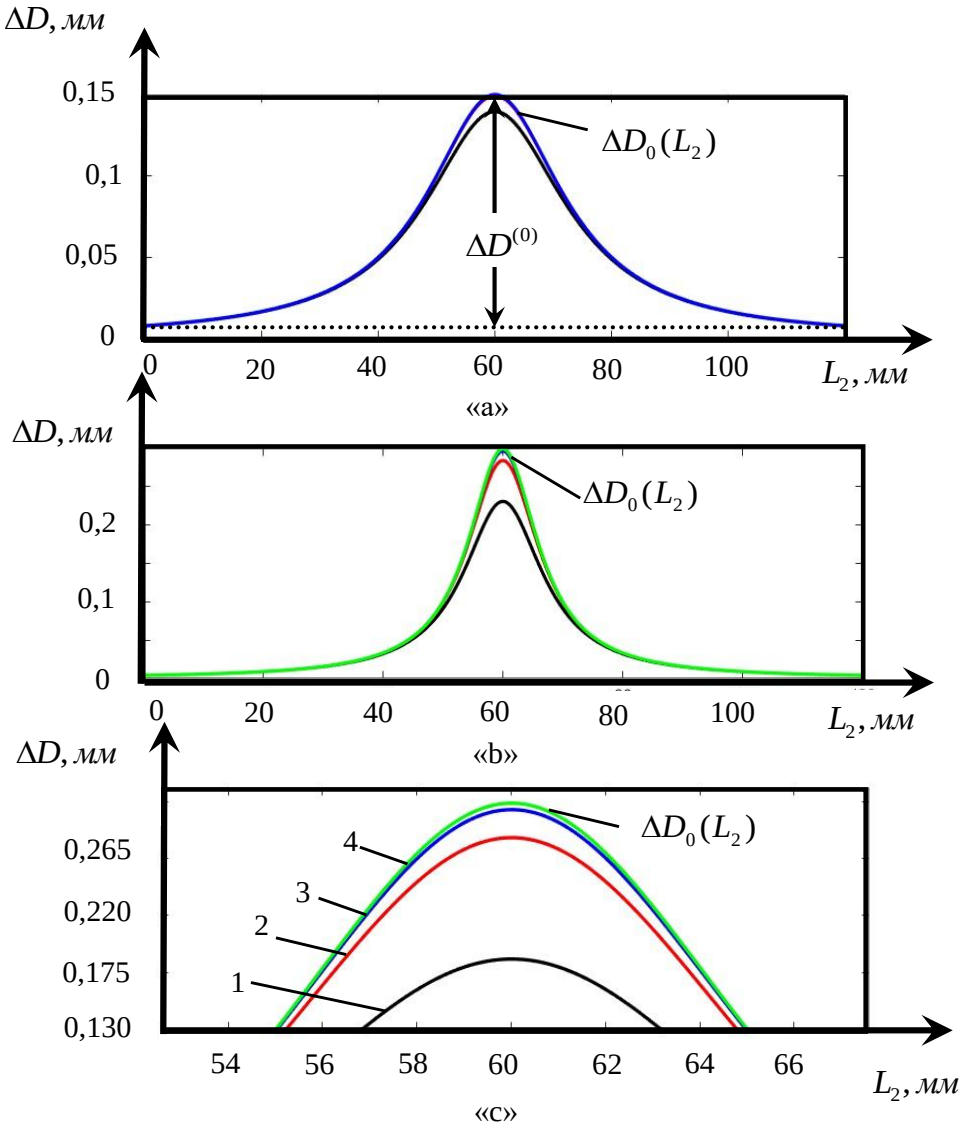


Рис. 6.23 – Погрешности диаметра при продольном точении вала в несколько проходов

Однако практическая реализация данного тезиса обладает фундаментальными ограничениями, обусловленными следующими свойствами реального процесса.

1. Режимы резания должны подбираться таким образом, чтобы погрешность последующих проходов $\Delta D^{(0)}$ уменьшалась, а после последнего (терминального) удовлетворяла требованию $\Delta D^{(0)} \in \Delta D^{(T)}$. Для этого необходимо на каждом i–ом проходе выбрать рациональную совокупность режимов $t_P^{(0)}(i)$ и $S_P^{(0)}(i)$, при которой терминальное значение $\Delta D^{(T)}$ удовлетворяло требованиям к качеству.

2. В реальных условиях для обеспечения $\Delta D^{(0)} \in \Delta D^{(T)}$ приходится выполнять множество проходов на различных режимах, соответствующих черновой,

получистовой и чистовой обработок, определяемых на основе опыта. Каждый из проходов увеличивает функция $g_{Y_1}^{(i)}(L_2)$ за счет уменьшения диаметра вала.

3. ДСР является эволюционной и изменение её параметров определяется диссипацией энергии необратимых преобразований. При условии устойчивости фазовых траекторий *N(A)*, их поведение модулируется параметром $\rho_0(A,N)$, функционально связанным с мощностью диссипативных процессов относительно совершенной механической работы. В случае потери устойчивости в окрестности траектории формируются аттракторы деформационных смещений (детально изученные ранее). Влияние данных аттракторов на системные свойства ДСР носит неоднозначный характер, однако в большинстве случаев оно приводит к деградации показателей качества обработанной поверхности. Кроме того, наблюдается эффект динамического смещения точки равновесия ТФД, что вызывает систематическое отклонение текущего диаметра от номинального значения.

Следствием изложенного является необходимость итеративной коррекции параметров уравнения (6.54) после каждого технологического прохода на основе данных актуального состояния системы

$$D_i(L_2) = 2\{L_1^{(i)} + t_P^{(0)}(i)\Delta^{(i)}(L_2)\sum_{k=1}^{k=i-1}[\Delta^{(i)}(L_2)]^{(k-1)}\}, \qquad (6.55)$$

где $\Delta^{(i)}(L_2) = \dfrac{\rho_0[A(i),N(i)]S_P^{(0)}(i)[g_{X_1} + g_{Y_1}^{(i)}(L_2)]}{1+\rho_0[A(i),N(i)][S_P^{(0)}(i)[g_{X_1} + g_{Y_1}^{(i)}(L_2)]}$; i - номер прохода

На рис. 6.24 и 6.25 представлены результаты различных стратегий управления, в ходе эволюции ДСР, в частности, при влиянии изменения износа по задней грани инструмента w. где показана динамика выходных параметров системы в функции от износа инструмента. Рис. 6.24 демонстрирует результаты для синергетического подхода к управлению, рис. 6.25 – для традиционной стратегии с постоянными режимами резания. В первом случае необходимо определить траекторию $V_2[L_2(t)]$, при которой выполняется условие $\Delta_{X_1Y_1} = \Delta_{X_1,Y_1}^{(0)} = const$ (рис. 6. 24 «а»), неизменное для каждого прохода. Для этого на ВЦМ управляемой ДСР создадим

регулятор, обеспечивающий стабилизацию $\Delta_{X_1Y_1}$ по каналу $V_2[L_2(t)]$. С учетом нелинейности ДСР, регулятор будет вычислять желаемую траекторию $V_2[L_2(t)]$.

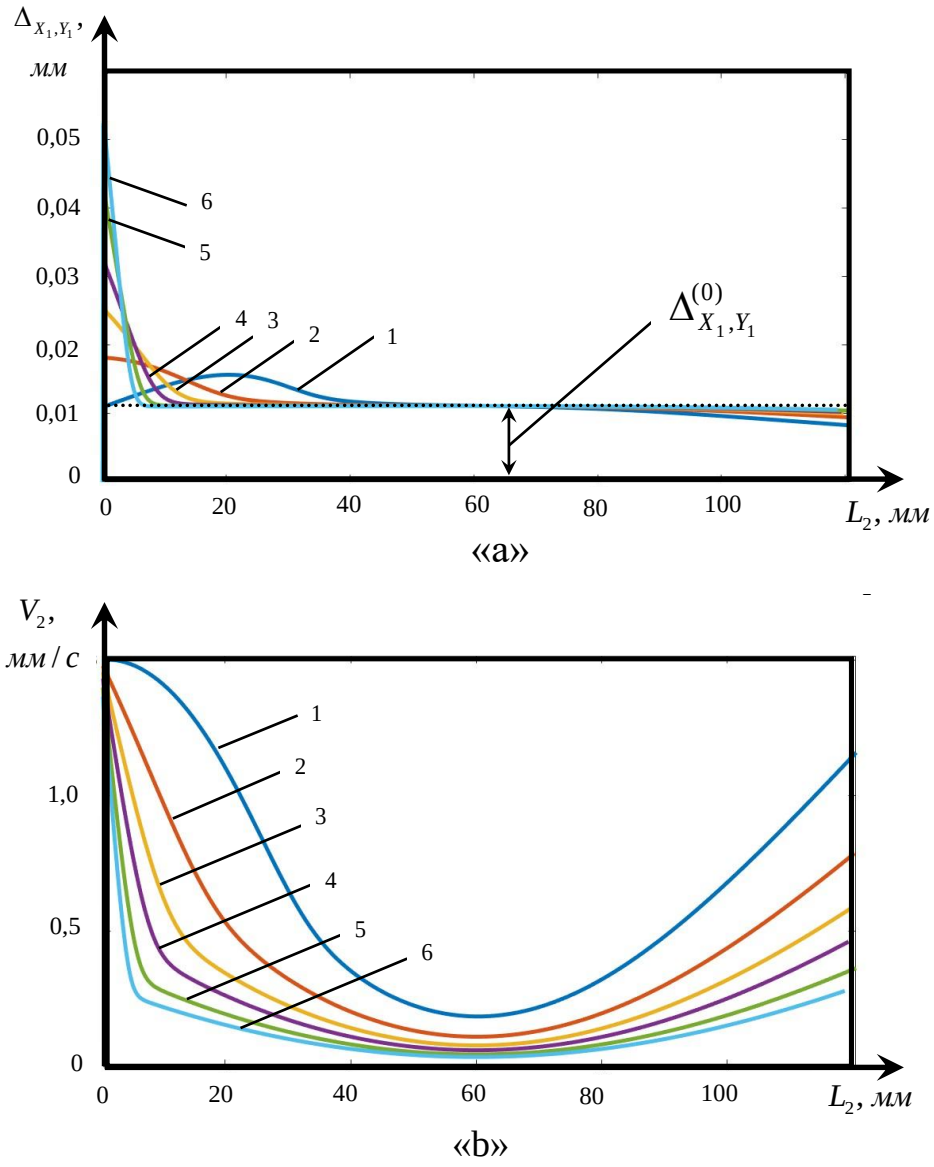


Рис. 6.24 – Изменение деформационных смещений («a») и скорости подачи («b») при синергетическом управлении: 1- износ $w = 0{,}05$ *мм*; 2- $w = 0{,}1$ *мм*; 3- $w = 0{,}2$ *мм*; 4- $w = 0{,}4$ *мм*; 5- $w = 0{,}6$ *мм*; 6- $w = 0{,}8$ *мм*

Использование постоянных режимов приводит к бифуркации системы при износе $w = 0{,}4$ *мм*. Тогда траектория $\Delta_{X_1Y_1}$ теряет устойчивость, формируя аттракторы, которые искажают геометрию обрабатываемой поверхности (рис. 6.25, «a»). Дальнейшее развитие износа ($w = 0{,}6$ *мм*) вызывает рост амплитуды деформационных смещений до значений, превышающей технологический допуск. При этом по всей поверхности формируется нерегулярный рельеф, являющийся прямым отра-

жением нерегулярной структуры аттракторов в $\Delta_{X_1Y_1}$ (рис. 6.25 «d») и изменения погрешности в макро-геометрии. На рис. 6.25 «e» - «h» представлены геометрические топологии для различных участков поверхности детали при $w = 0{,}6\ мм$. Для этого используется разбиение всей траектории $\Delta_{X_1Y_1}$ на отдельные блоки.

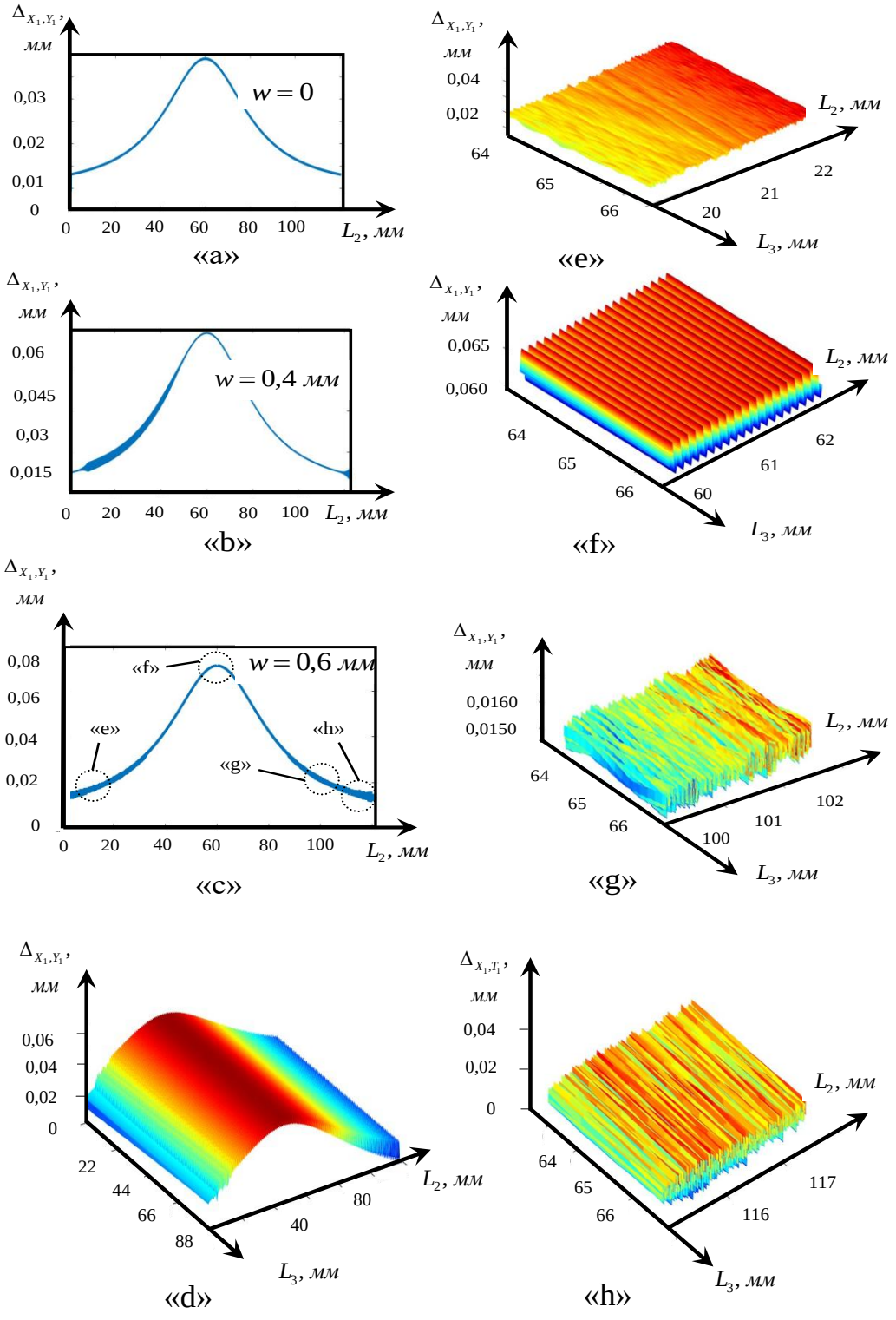


Рис. 6.25 – Изменение траекторий по мере развития износа («a»-«d») и их отображения в геометрических топологиях («e» - «h»)

В геометрической топологии (6.56) приведен пример разбиения, выделенный прямоугольником. Тогда строки в $\Im_C(\mathbf{L},\mathbf{X})$ определяют порядок оборотов за время пути L_2, а столбцы погрешности вдоль окружности за каждый оборот

$$\Im_C(\mathbf{L},\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \Delta_i(\Delta t) & \dots & \Delta_i[(s-1)\Delta t] & \Delta_i(s\Delta t) & \Delta_i[(s+1)\Delta t] & \dots & \Delta_i(2s\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i[(k-1)T+\Delta t] & \dots & \Delta_i[(k-1)\Delta_i T+(s-1)\Delta t] & \Delta_i[(k-1)T+s\Delta t] & \Delta_i[(k-1)T+(s+1)\Delta t] & \dots & \Delta_i[(k-1)T+2s\Delta t] \\ \Delta_i(kT+\Delta t) & \dots & \Delta_i[kT+(s-1)\Delta t] & \Delta_i[kT+s\Delta t] & \Delta_i[kT+(s+1)\Delta t] & \dots & \Delta_i(kT+2s\Delta t) \\ \Delta_i[(k+1)T+\Delta t] & \dots & \Delta_i[(k+1)T+(s-1)\Delta t] & \Delta_i[(k+1)T+s\Delta t] & \Delta_i[(k+1)T+(s+1)\Delta t] & \dots & \Delta_i[(k+1)T+2s\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_i(lT+\Delta t) & \dots & \Delta_i(lT+s\Delta t) & \Delta_i(lT+s\Delta t) & \Delta_i(lT+s\Delta t) & \dots & \Delta_i(lT+2s\Delta t) \end{bmatrix}. \quad (6.56)$$

Фрагментарный анализ особенно полезен при рассмотрении маложестких деталей, у которых порядок максимальной погрешности $\Delta_{X_1Y_1}$ превышает порядок амплитуд вдоль траектории. Проанализируем эффективность синергетического подхода к синтезу управляющих программ для станков с ЭВМ ЧПУ на примере детали с эскизным чертежом на рис. 6.26 «a». Технология обработки реализуется в два этапа. На первом этапе выполняется точение заготовки диаметром 32 мм с предварительно высверленным отверстием глубиной 144 мм и диаметром 2,5 мм. Точение осуществляется вдоль линии «A-C» (рис. 6.26 «b») до диаметра 25 мм в три прохода (рис. 6.26 «c»).

На черновом проходе удаление материала происходит на глубине $t_P^{(0)} = 2{,}0\ мм$ при $S_P^{(0)} = 0{,}25\ мм/об$. Получистовой проход ограничивается глубиной резания $t_P^{(0)} = 1{,}0\ мм$, при $S_P^{(0)} = 0{,}15\ мм/об$. На финальном этапе чистового точения $t_P^{(0)} = 0{,}5\ мм$, $S_P^{(0)} = 0{,}1\ мм/об$. Скорость резания была в пределах $V_P \in (3{,}9;1{,}5)\ м/с$, при неизменной частоте вращения заготовки $\Omega = 20 Гц$. После первого этапа максимальная погрешность в диаметре детали не превышает 0,01 мм, ей соответствует износ инструмента по задней грани 0,6 мм. Продолжение обработки тем же инструментом не позволяет обеспечить требуемое качество поверхности. Второй этап охватывает обработку участка «B-C» (рис. 6.26 «d») за шесть последовательных проходов. Первые два прохода выполняются с глубиной резания 2,5 мм и 1,5 мм соответственно при подаче 0,25 мм/об. Следующие три прохода (третий-пятый) реализуются с уменьшающейся глубиной резания (0,5; 0,4; 0,1 мм) при

подачи 0,1 мм/об. Завершающий проход проводится без съема материала $t_P^{(0)} = 0{,}0\ мм$ для компенсации упругих деформаций. Обработка ведется при постоянной частоте вращения *20 Гц*, что обеспечивает переменную скорость резания в диапазоне $V_P \in (2{,}6;1{,}8)\ м/с$ в зависимости от текущего диаметра. Суммарное время обработки составляет $T_\Sigma = 368{,}8\ с$, из которых *148,8 с* приходится на первый этап и *228 с* – на второй.

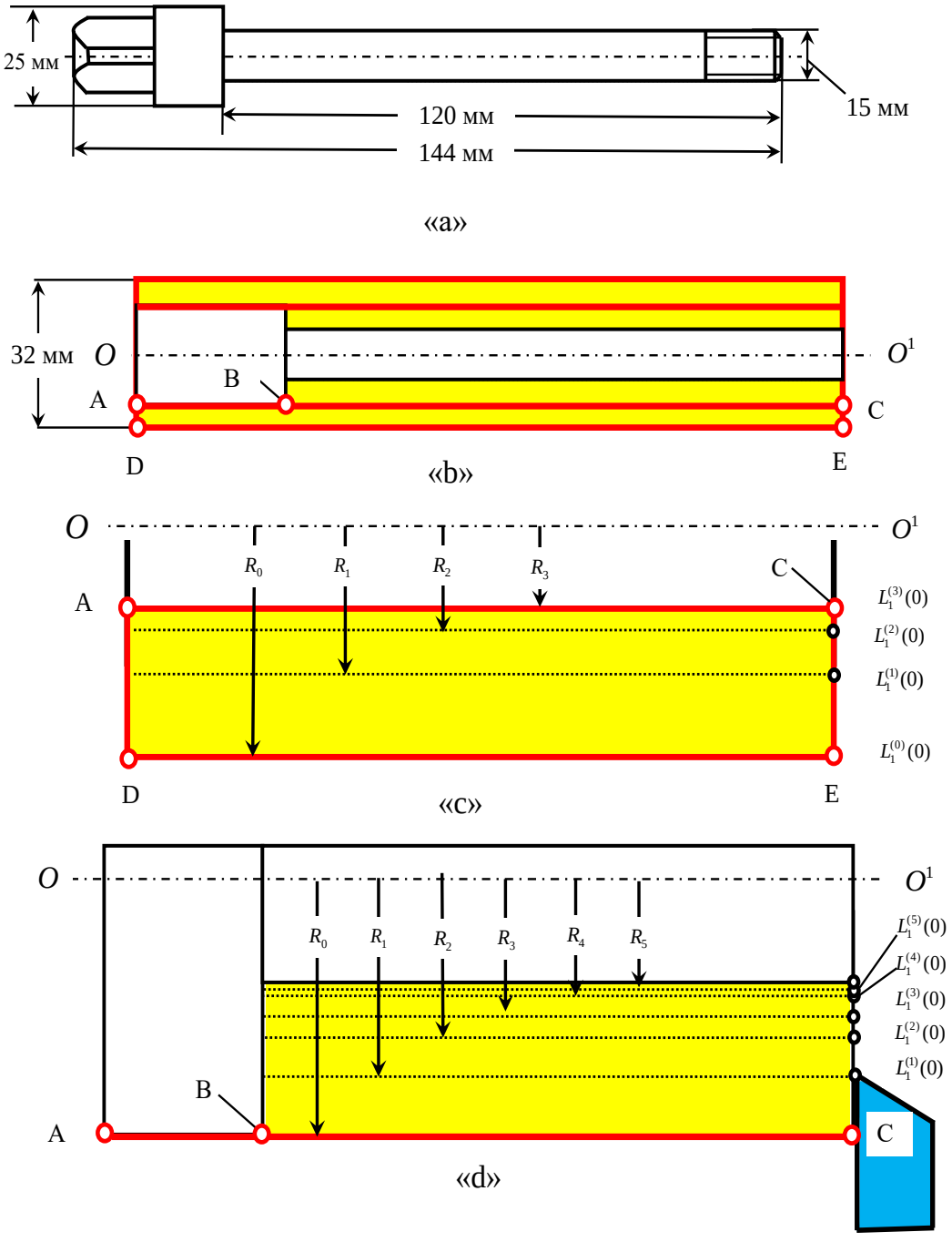


Рис. 6.26 – Эскиз обрабатываемой детали типа штуцер и этапы обработки

В рамках синергетического подхода полагается, что существует множество $\mathbf{V}^{(\aleph)}(\mathbf{L_2}) = \{V_1^{(\aleph)}(L_2), V_2^{(\aleph)}(L_2), V_3^{(\aleph)}(L_2)\}^T \subset \aleph$, которое удовлетворяет $\Delta_{X_1Y_1} = \Delta_{X_1,Y_1}^{(0)} = const$. В этом множестве определяется терминальная траектория, удовлетворяющая требованию минимизации затрат на изготовление партии деталей. На каждом i-ом проходе значения $L_1^{(i)}(0)$ и $V_2[L_2^{(i)}(0)]$ остаются неизменными. В пределах i-го прохода выполняются условия $\Delta_{X_1,Y_1}^{(\max.)}$

$$\begin{cases} \Im^{(i)} = \int\limits_0^{L_2^{(0)}} \dfrac{d\xi}{V_2^{(i)}(\xi)} = \min, V_2^{(i)}(L_2) \in \aleph^{(i)}; & "a" \\ V_2^{(i)}[L_2(0)] \le V_2^{(\max)}; & "b" \\ t_2^{(0)}(i) = L_1^{(i-1)}(0) - L_1^{(i)}(0) \le t_P^{(\max)}; & "c" \\ \Delta_{X_1,Y_1} = \Delta_{X_1,Y_1}^{(0)} = const, & "d" \end{cases} \qquad (6.57)$$

где $V_2^{(\max)}$ и $t_P^{(\max)}$ - предельные значения скорости подачи и глубины резания.

Для компенсации эволюционных изменений в динамической связи выбранные режимы корректируются на каждом переходе к $i+1$-му проходу. При анализе (6.57) необходимо отметить, что при заданном $L_1^{(i)}(0)$ критерий оптимальности $\Im^{(i)} \to 0$ при $V_2^{(i)} \to \infty$. Физическая реализуемость (6.57, «a») обеспечивается граничными условиями (6.57 «b» и «c»), кроме этого, условие (6.57 «d»), диктует требование к геометрической топологии. Из выпуклости множества ограничений $L_1^{(i)}(0)$, $V_2^{(i)}(0)$, следует, что траектория скорости, оптимальная по быстродействию для неклассических вариационных задач, должна достигаться на его границе [304-306]. Поэтому условие (6.57 «b») определяет необходимую функцию скорости подачи. Тогда по изложенной выше методике, зная закономерность изменения свойств и параметров ДСР с каждым проходом вдоль заготовки, можно вычислить единственную траекторию $V_2(L_2)$ для заданных начальных условий $V_2^{(i)}[L_2(0)]$, $t_2^{(0)}(i)$ с учетом ограничений (6.57). Оптимизация производства партии деталей ведется по критерию минимальных приведенных затрат (п. 6.3.2). И выше было показано, что в рамках подхода стабилизация деформаций позволяет сохранять устойчивый процесс даже при износе инструмента до $w = 0{,}8\,мм$. В результате, выбирая максимальное устойчивое значение глубины резания, и стабилизируя по-

грешности Δ_{X_1,Y_1}, наследственная погрешность в диаметре обработанной детали минимизируется. И дополнительные «выравнивающие» проходы с уменьшающейся $t_P^{(0)}$.

Таким образом, синергетическая парадигма построения программы ЧПУ позволяет снизить количество проходов практически в два раза и учитывать эволюцию параметров системы при переходе на следующий проход. Исследование приведено для обработки маложестких деталей малого диаметра, при постоянной частоте вращения заготовки. Перспективным направлением повышения эффективности является дополнительная оптимизация скорости резания по закону минимизации износа, предполагающему её снижение по мере развития изнашивания. Однако этот подход не реализован в рамках данной работы, поскольку расчётные оптимальные скорости резания превышают максимально допустимые значения частоты вращения шпинделя.

На рис. 6.27 показаны диаграммы эффективности алгоритма управления при синергетическом подходе. Путь резания показан по траектории движения вершины инструмента.

«a» «b»

Рис. 6.27 – Эффективность использования синергетической концепции построения программ ЧПУ: «a» на первом этапе обработки, «b» – на втором этапе обработки

Данные, приведенные на рис. 6.27, показывают преимущество синергетического алгоритма: при традиционной обработке износ инструмента происходит в 1,5 раза быстрее на первом этапе и в 3,5 раза — на втором. В целом синергетический подход позволяет снизить износ в 1,8 раза. Эффективность метода возрастает при обработке деталей с априорно известными изменениями динамических параметров.

6.4 Использование рабочей информации о координатах

В основу синтеза, рассмотренного в предыдущем параграфе, положена априорная информация о зависимости жесткости заготовки от траектории. Однако априорная информация о координатах состояния принципиально не может быть полной [142]. Поэтому определение рабочей информации о доступных измерению координатах ДСР позволяет повысить эффективность обработки. В этом случае, за счет обмена информацией между ЭВМ ЧПУ и процессом резания обнаруживаются новые направления не только уточнения параметров ВЦМ, но и повышения точности и надежности обработки. Сложность создания такой системы заключается, прежде всего, в необходимости модернизации и усложнения станка без нарушения его свойств. В узлы станка необходимо встроить измерительный интерфейс. Сегодня научно-техническая мысль станковедения стоит на пороге создания такой системы, которая будет характеризовать следующий этап уровня цифровизации станка.

На сегодняшний день существует широкая номенклатура решений для такой интеграции. Шведская компания SKF предлагает подшипниковые узлы со встроенными датчиками для оценки локальных деформаций вала. Компактные силомерные системы на пьезоэлектрических преобразователях, минимально влияющие на жёсткостные характеристики станка разработала фирма Kistler. Хорошо себя зарекомендовавшие во всем мире измерительные системы для регистрации колебаний и анализа сигналов акустической эмиссии (АЭ) представлены компанией Brüel & Kjær. Таким образом, технологические предпосылки для перехода к адаптивным системам управления, основанным на обработке информации о состоянии ДСР, уже сформированы.

6.4.1 Повышение эффективности управления на основе построения адаптивной системы ЧПУ

Организация информационного обмена между технологической системой станка, контроллером ЧПУ и виртуальной цифровой моделью (ВЦМ) формирует

новую парадигму повышения эффективности управления выходными параметрами обработки (рис. 6.28).

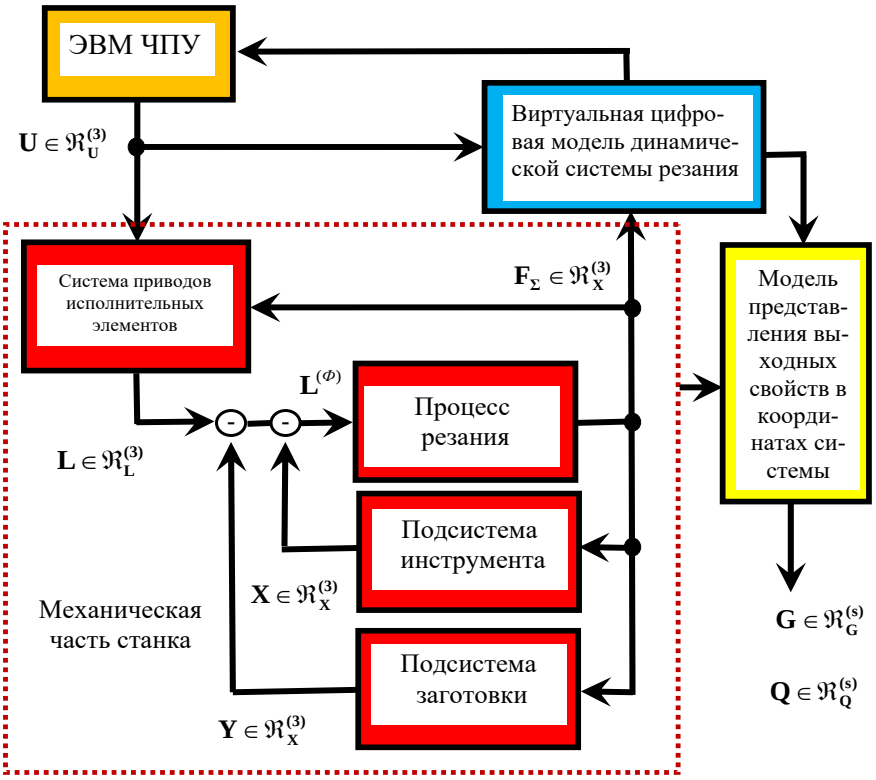


Рис.6.28 – Упрощенная блок-схема взаимосвязи станка ЭВМ ЧПУ и ВЦМ

На представленной блок-схеме ВЦМ рассчитывает траектории формообразующих движений $\mathbf{L} \in \Re_L^{(3)}$, $\mathbf{X} \in \Re_X^{(3)}$, $\mathbf{Y} \in \Re_X^{(3)}$ и сопутствующие им силы резания $\mathbf{F}_\Sigma \in \Re_X^{(3)}$ по заданным управлениям $\mathbf{U} \in \Re_U^{(3)}$, часть которых измерима в реальном времени. При взаимодействии подсистемы инструмента и заготовки эти траектории преобразуются в $\mathbf{L}^{(\Phi)}$, а в механической системе станка возникают силы резания $\mathbf{F}_\Sigma$. В механическом аспекте силы $\mathbf{F}_\Sigma$ оказывают и обратное влияние на траектории $\mathbf{L}^{(\Phi)}$. Кроме этого, взаимодействие является источником и других процессов, например, тепловыделения, который количественно характеризует мощность необратимых преобразований и позволяет применять уравнение Вольтера (5.10) для прогноза эволюции системы.

В случае измеримых сил резания $\mathbf{F}_\Sigma$, ВЦМ позволяет получить наблюдаемые оценки деформаций по осям X и Y, а также траектории $\mathbf{L}^{(\Phi)}$, так как траектории $\boldsymbol{L}$ суппорта и шпиндельной группы определяются программно в системе

ЧПУ. Таким образом, представленная обобщенная схема взаимосвязи станка ЭВМ ЧПУ и ВЦМ является основой для прогнозирования выходных характеристик обработки и развития эволюционных изменений параметров динамических связей.

Проиллюстрируем данный подход на примере задачи обеспечения заданного диаметра вала $\Delta_{X_1Y_1}$=*cons*. при изменяемой жесткости, выраженной в функции податливости подсистемы заготовки. Деформации рассчитываются по выражению

$$\Delta_{X_1Y_1}(L_2) = F^{(0)}\{g_{F^{(0)},X_1}(L_2) + g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)\}, \qquad (6.58)$$

где $g_{F^{(0)},X_1}(L_2)$, $g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)$ - заданные и известные функции приведенной податливости. Тогда закон изменения сил, определяет программу ЧПУ

$$F^{(0)}(L_2) = \frac{\Delta^{(0)}_{X_1,Y_1}}{\{g_{F^{(0)},X_1}(L_2) + g_{F^{(0)},Y_1}(L_2)\}} \quad , \qquad (6.59)$$

где $\Delta^{(0)}_{X_1,Y_1}$ - это целевое значение погрешности деформаций. Сила $F^{(0)}(L_2)$ зависит не только от **V(t)**, но и от дополнительных возмущений и эволюции, поэтому система ЧПУ должна обеспечивать управление силой резания, ее стабилизацией при заданном изменении свойств системы вдоль заготовки, а не управление скоростью ***V(L₂)***. Таким образом, обладая полной информацией о свойствах ДСР, сила влияет на выходные параметры качества обработки и определяет **L**, **X** и **Y**, а также другие выходные свойства системы. На этом примере рассмотрим архитектурные различия адаптивной и традиционной систем ЧПУ (рис. 6.29).

Традиционная система (рис. 6.29, «a») реализует ТИЭС через подчинённое регулирование скоростей привода по программным траекториям. Адаптивная система (рис. 6.29, «b») дополняет кинематическое управление силовым контуром, где закон подчинённого регулирования обеспечивает поддержание программно заданной силы $\mathbf{F_\Sigma(L)}$.

Текущее значение глубины резания $t_P^{(L)}(L_2)$ определяется по закону

$$t_P^{(L)}(L_2) = t_P^{(0)} + \Delta t_P(L_2), \qquad (6.60)$$

где $\Delta t_P(L_2) = \Delta t_P^{(0)}[1-(L_{2,0})^{-1}L_2]$. В случае точения маложесткого вала жесткость в точке крепления заготовки в шпинделе существенно выше, чем жесткость в области заднего центра.

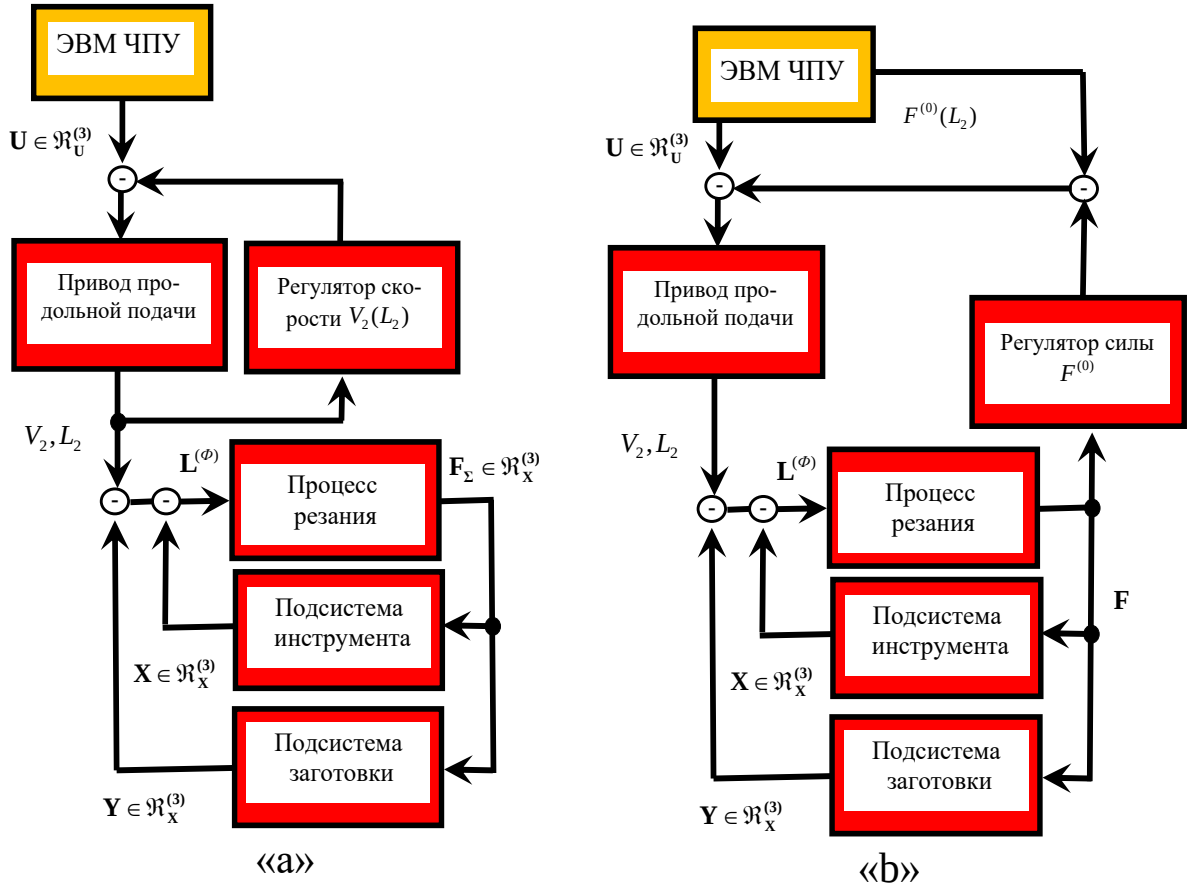


Рис. 6.29 – Схема традиционной «a» и адаптивной «b» подсистем программного регулирования траекториями продольных перемещений

Таким образом, максимальное приращение припуска $\Delta t_P(L_2)$, определяющего глубину $t_P^{(L)}(L_2)$, находится в начале обработки при $L_2 = 0$. В его конце $\Delta t_P(L_{2,0} = 120\ мм) = 0$. Вследствие этого образуется конусность, которая и определяет изменение припуска на каждом проходе. Сравним два алгоритма управления для этого случая. В первом будем компенсировать вариации припуска вдоль заготовки с помощью синергетического управления. Во втором учитывается обратная связь по силе резания, которые программируются в траекториях L_2, то есть использует дополнительно информацию о силах резания. Для наглядности рассмотрен и третий случай изменения погрешности диаметра вала при обработке с

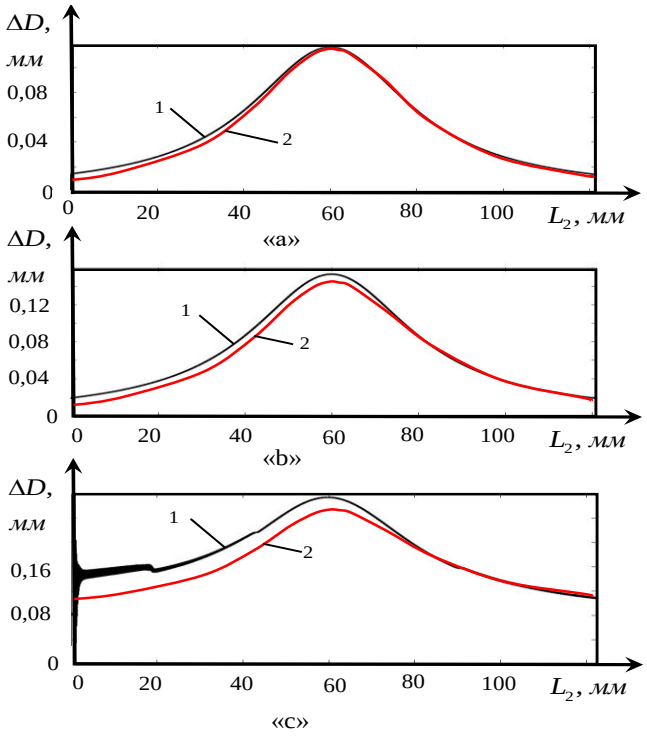


Рис. 6.30 Изменение диаметра формируемого резанием вала, изображенного на рис. 6.25 в ходе эволюции параметров, оцениваемой величиной износа w: 1 – с учетом вариации припуска; 2- вариации припуска отсутствуют. Величина износа по задней грани инструмента: «a» - $w = 0{,}05$ *мм*; «b» - $w = 0{,}3$ *мм*; «c» - $w = 0{,}6$ *мм*

$V_2 = const$. Кривые «1» вычислены с учетом $\Delta t_p(L_2)$, кривые «2», – без вариаций припуска.

На иллюстрациях видно как дополнительные вариации припуска не только влияют на погрешность диаметра заготовки, но и приводит к потере устойчивости и образованию различных притягивающих множеств при развитии износа инструмента. Что, в свою очередь, отображается в топологии $\Im_C$. Так же заметен эффект вследствие которого образуется конусное формообразование заготовки за счет нивелирования влияния вариаций припуска при приближении инструмента к шпиндельному узлу из-за повышения жесткости системы в целом. В итоге при $L_2 \to 120$ *мм* кривые отклонения диаметра практически совпадают.

Проанализируем этот же пример для двух подходов управления. Оценка эффективности адаптивных алгоритмов управления проводилась на основе серии цифровых экспериментов. На рис. 6.31 приведены примеры траекторий деформаций. Погрешность диаметра вала $\delta(L_2) = |\Delta D(L_2) - \Delta D_0|$. Можно также рассматривать среднее значение, определяемое по правилу $\hat{\delta} = \frac{1}{L_0}\int_0^{L_0} |\Delta D(\xi) - \Delta D_0| d\xi$, а также среднеквадратическое отклонение (дисперсионную оценку) $\sigma_{\Delta D} = \frac{1}{L_0}\int_0^{L_0} \frac{|\Delta D(\xi) - \Delta D_0|^2}{\hat{\delta}^2} d\xi$. В некоторых случаях также ограничивается максимальное отклонение диаметра от

заданного значения. Прежде всего, отметим главные особенности траекторий, формирующих диаметр. На рис. 6.31 «a» синей пунктирной линией показано значение требуемого диаметра ΔD_0, вариации относительно которого характеризуют погрешность диаметра.

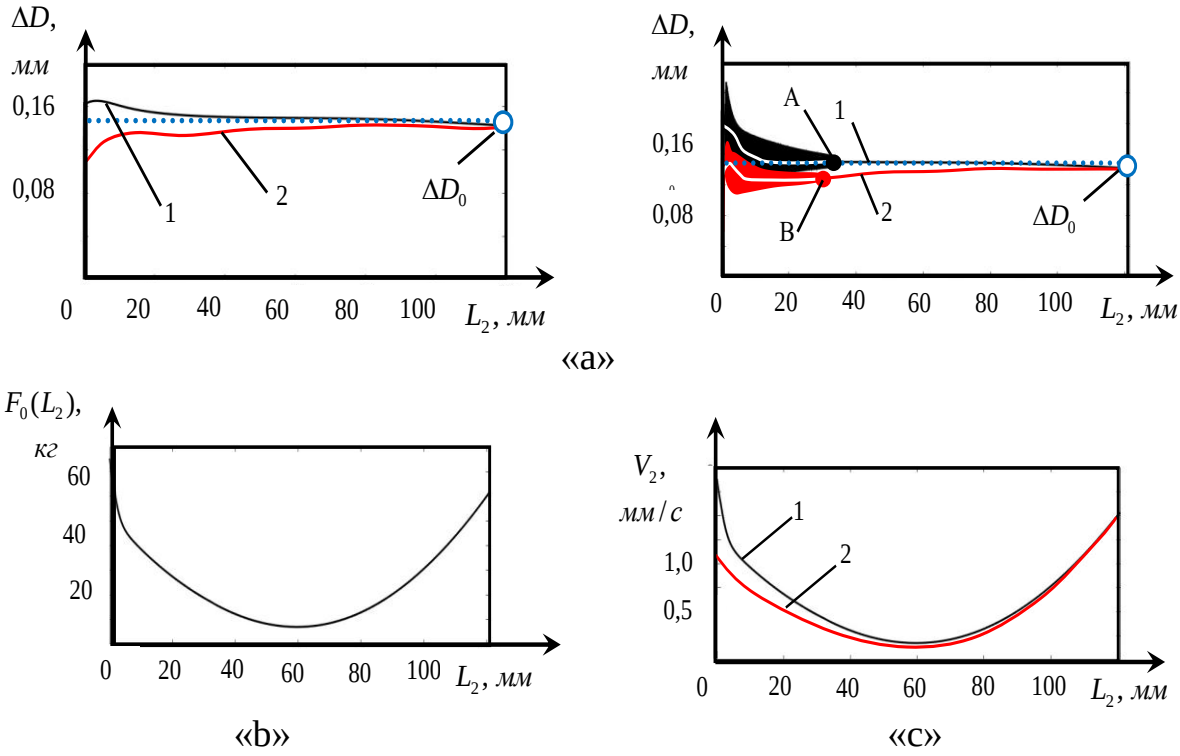


Рис. 6.31 – Примеры траекторий, иллюстрирующих эффективность адаптивного алгоритма: траектории отклонений для двух алгоритмов «1» и «2» («a»), траектории силы, которой соответствуют постоянные значения («b») и пример траекторий скоростей подачи («c») для случая адаптивного (1) и синергетического (2) алгоритмов

Верхние кривые на рис. 6.31 «a» соответствуют обработке неизношенным инструментом ($w\langle 0{,}2\ мм$). Нижние кривые относятся к обработке инструментом, износ которого достигает $w \to 0{,}6\ мм$. В последнем случае белым фоном выделены постоянные составляющие деформационных смещений, а темными красной и черной точками показаны точки бифуркаций деформационных смещений. На рис. 6.31 «b» показана траектория желаемого изменения силы $F^{(0)}(L_2)$, при которой деформации остаются неизменными, как и диаметр вала. Фактически это программы изменения силы $F^{(0)}(L_2)$ вдоль траектории L_2. На рис. 6.31 «c» дан пример изменения скорости подачи вдоль перемещения суппорта по оси L_2. Погрешность диаметра определяется двумя факторами. Во-первых, она зависит от влия-

ния припуска, во-вторых, она определяется переходными процессами системы стабилизации сил, управление которыми осуществляется скоростью подачи. Не останавливаясь на деталях, приведем результаты цифрового моделирования, позволяющие сравнить три алгоритма управления (рис. 6.32).

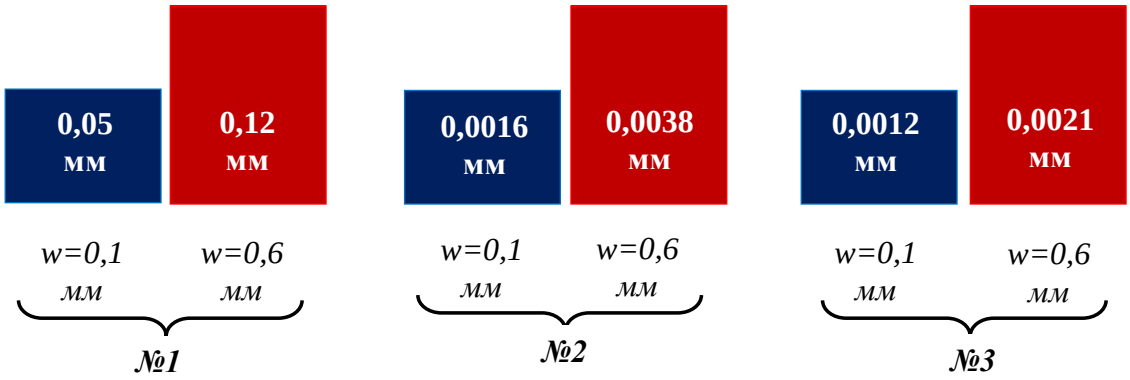


Рис. 6.32 – Изменение параметра $\hat{\delta}$ при различных алгоритмах управления

Алгоритм №1 (традиционный) реализует управление с постоянными технологическими режимами. Алгоритм №2 (синергетический) использует априорную информацию о зависимости жёсткости заготовки вдоль продольной оси в качестве базиса для синтеза управления ТИЭС. Алгоритм №3 (адаптивный) основывается на программном задании и стабилизации силы резания вдоль траектории инструмента за счет регулирования скорости подачи.

6.4.2 Оценивание критических состояний процесса точения

Вне зависимости от стратегии управления важно проводить контроль измеряемых координат ДСР. Он необходим для своевременного выявления критических ситуаций, которые обобщенно можно разделить на два класса критических состояний. **Функциональный предел обработки,** при котором происходит исчерпание ресурса ТИЭС для обеспечения требуемого качества с установленным инструментом. Технологический отказ, связанный с поломкой инструмента, прокручиванием заготовки, программные сбои ЧПУ при инициации команд управления, исключающим возможность продолжения обработки. Оценка критических состояний может осуществляться на основе анализа выходных характеристик эф-

фективности процесса точения, например, качества формируемой топологии или износа инструмента.

В начале рассмотрим случай, когда априорно заданы матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов подсистем инструмента и заготовки $\mathbf{m^{(X)}}$, $\mathbf{m^{(Y)}}$,$\mathbf{h^{(X)}}$, $\mathbf{h^{(Y)}}$, $\mathbf{c^{(X)}}$, $\mathbf{c^{(Y)}}$; измеряются силы $\mathbf{F_\Sigma(t)} \in \Re_{\mathbf{X}}^{(3)}$ в частотном диапазоне, превышающем полосу пропускания колебательных контуров, формируемых взаимодействующими подсистемами [141]. В качестве примера остановимся на оценивании геометрической топологии. Для этого выберем временной промежуток ΔT_0, в котором определяются параметры геометрической точности. Этому промежутку соответствует отрезок пути по оси L_2. Представим $\mathbf{F(t)} = \{F_1(t), F_2(t), F_3(t)\}^T = F_0(t)\{\hat{\chi}_1, \hat{\chi}_2, \hat{\chi}_3\}^T$. Здесь угловые коэффициенты рассматриваются усредненными на ΔT_0 по закону скользящего среднего

$$\hat{\chi}_i = \frac{1}{\Delta T_0} \int_{t-\Delta T_0}^{t} \chi_i(\xi) d\xi, i = 1.2.3 \ , \tag{6.61}$$

где $\chi_i = \dfrac{F_i(t)}{\{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (F_3)^2\}^{0,5}}, i = 1,2,3$, $F_i(t)$ - измеряемая в реальном времени составляющая силы резания. Модуль силы $F_0(t)$ определяется по закону $F_0(t) = \{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (F_3)^2\}^{0,5}$. Тогда постоянная составляющая отклонения диаметра вала $\Delta D(0)$ на отрезке ΔT_0 вычисляется по закону

$$\Delta D(0) = 2\{F_0(0)[g_{X_1}(0) + g_{Y_1}(0)]\}, \tag{6.62}$$

где $F_0(0) = \dfrac{1}{\Delta T_0} \int_0^{\Delta T_0} F_0(\xi) d\xi$ - среднее значение силы за время ΔT_0; $g_{X_1}(0)$ и $g_{Y_1}(0)$ - значения податливости подсистем при постоянных силах. Переменным составляющим сил соответствуют деформации $\mathbf{\delta X(t) = X(t) - X(0)}$ и $\mathbf{\delta Y(t) = Y(t) - Y(0)}$. Тогда для оценивания условия $\mathbf{G} = \{G_1, G_2, ...G_s\}^T \in \Re_{\mathbf{G}}^{(\mathbf{s})}$ можно ввести в рассмотрение две трубки траекторий деформаций. Одна из них определяется постоянными составляющими $\Delta(0)_{X_1,Y_1} \in (\{X_1^{(\max)}(0) + Y_1^{(\max)}(0)\}, \{[X_1^{(\min)}(0) + Y_1^{(\min)}(0)]\})$, вторая, - переменными их составляющими. Они анализируются в вариациях относительно $\Delta(0)_{X_1,Y_1}$. Обо-

значим их $\delta\Delta(t)_{X_1,Y_1}$. Условие $\mathbf{G}=\{G_1,G_2,...G_s\}^T \in \Re_{\mathbf{G}}^{(s)}$ в частотном диапазоне деформаций, определяемом частотными свойствами измерительного преобразователя сил, характеризуется ограничениями $\boldsymbol{\delta\Delta(t)}_{\mathbf{X_1,Y_1}} \in (\left|\delta\Delta^{(\max)}(t)_{X_1,Y_1}\right|, \left|\delta\Delta^{(mim)}(t)_{X_1,Y_1}\right|)$. Выход траекторий деформаций за пределы сформированных трубок характеризует достижение критического состояния процесса резания.

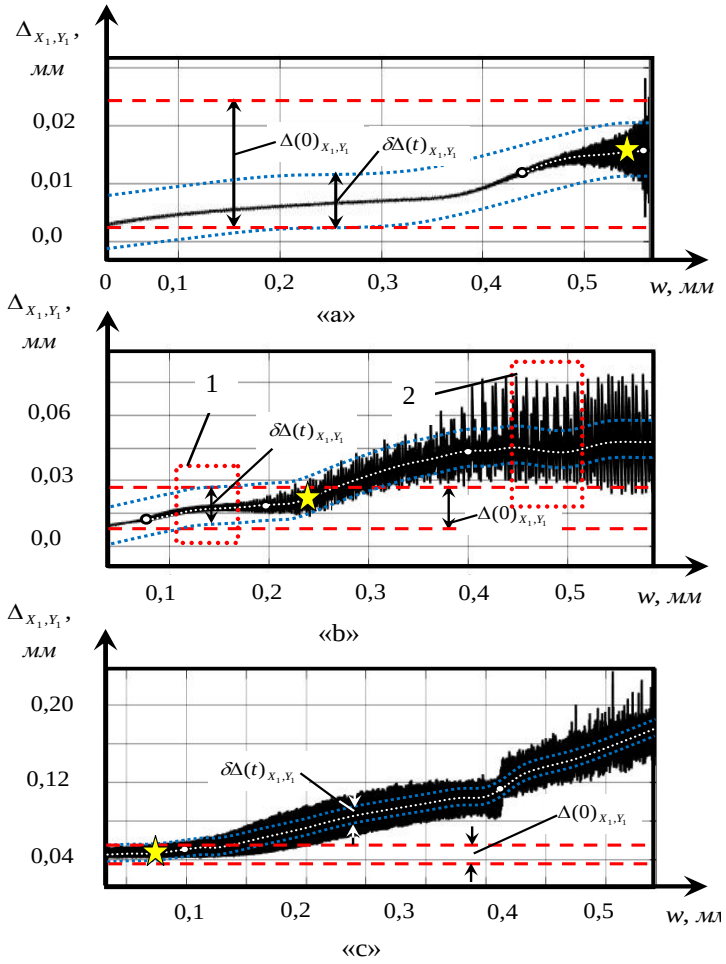


Рис. 6.33 – Пример определения трубок траектория деформационных смещений при продольном точении вала неизменного диаметра в ходе эволюции системы; «a» – глубина резания $t_P^{(0)}=0{,}5\ мм$; «b» – глубина резания $t_P^{(0)}=1{,}5\ мм$; «c» – глубина резания $t_P^{(0)}=2{,}5\ мм$

Для демонстрации метода построения и применения трубок допустимых вариаций деформаций при оценке критических состояний рассмотрим процесс точения жёсткого вала ($D=42{,}0\ мм$) из жаропрочной стали 10ГН2МФА с постоянными режимами резания. На рис. 6.33 представлены эволюционные траектории, отражающие монотонное изменение параметров динамической связи системы и упругих деформаций при прогрессирующем износе инструмента. Что на практике соответствует изменению диаметра вала заготовки. Стоит отметить и влияние $t_p^{(0)}$ на изменение траектории, ранее было показано, что ее увеличение пропорционально влияет на уровень самовозбуждения в системе. На рис. 6.33 точки бифуркаций отмечены белым. Границы множества смещений равновесия $\boldsymbol{\Delta(0)}_{\mathbf{X_1,Y_1}} \in (\{X_1^{(\max)}(0)+Y_1^{(\max)}(0)\},\{[X_1^{(\min)}(0)+Y_1^{(\min)}(0)]\})$ – горизонтальной красной

пунктирной линией, нижняя часть которой равна $\{[X_1^{(\min)}(0)+Y_1^{(\min)}(0)]\}$. По мере совершения работы происходит нарастание износа инструмента и монотонное изменение параметров подсистем заготовки и инструмента. Следовательно, нижняя ветвь множества допустимых состояний $\mathbf{\Delta(0)_{X_1,Y_1}}$ расположена на его нижней границе, тогда как верхняя граница определяет предельно допустимое увеличение диаметра. Границы множества $\mathbf{\delta\Delta(t)_{X_1,Y_1}}$ обозначены синими точечными кривыми. Нарушение любого из указанных ограничений свидетельствует о достижении ДСР предельного состояния, что на рис. 6.33 отмечено жёлтыми звездами. В зависимости от глубины резания терминальное состояние системы, после достижения, которого обработку необходимо прекратить, может принципиально изменяться. В нашем случае оно зависит от износа и предельное значение износа $w^{(\max)}$ соответственно равно $w^{(\max)}=0{,}6мм$ (рис. 6.33, «a»), $w^{(\max)}=0{,}25мм$ (рис. 6.33, «b») и $w^{(\max)}=0{,}08мм$ (рис. 6.33, «c»). Для этих случаев были вычислены скелетные геометрические топологии (рис. 6.34). Геометрические топологии $\mathfrak{I}_{\mathbf{C}}$ позволяют визуализировать как общую геометрию детали, так и её локальные фрагменты. На рис. 6.34 «b» представлены по два характерных фрагмента на участках 1 и 2, демонстрирующих рельеф обработанной поверхности. Следует отметить, что одинаковые количественные оценки отклонения от идеальной поверхности могут соответствовать различным качественным показателям при использовании функциональных оценок над стационарными полями. В качестве критериев критического состояния могут выступать сложные оценки, рассмотренные в главе 5. В частности, при использовании байесовского классификатора (рис. 5.32) переход между кластерами износа может служить основанием для адаптивного переключения управляющих программ, адаптированных под различные состояния инструмента. Перечислим также особенности анализа критических ситуаций **второго класса.** Оценивание поломки инструмента и прокручивания заготовки отображаются в резкой нестационарности и всплеске деформационных смещений и сил, а также в изменении после этого спектральных характеристик в рассматриваемой коорди-

нате. Такие же нестационарные всплески сил образуются при прокручивании детали в зажимном приспособлении.

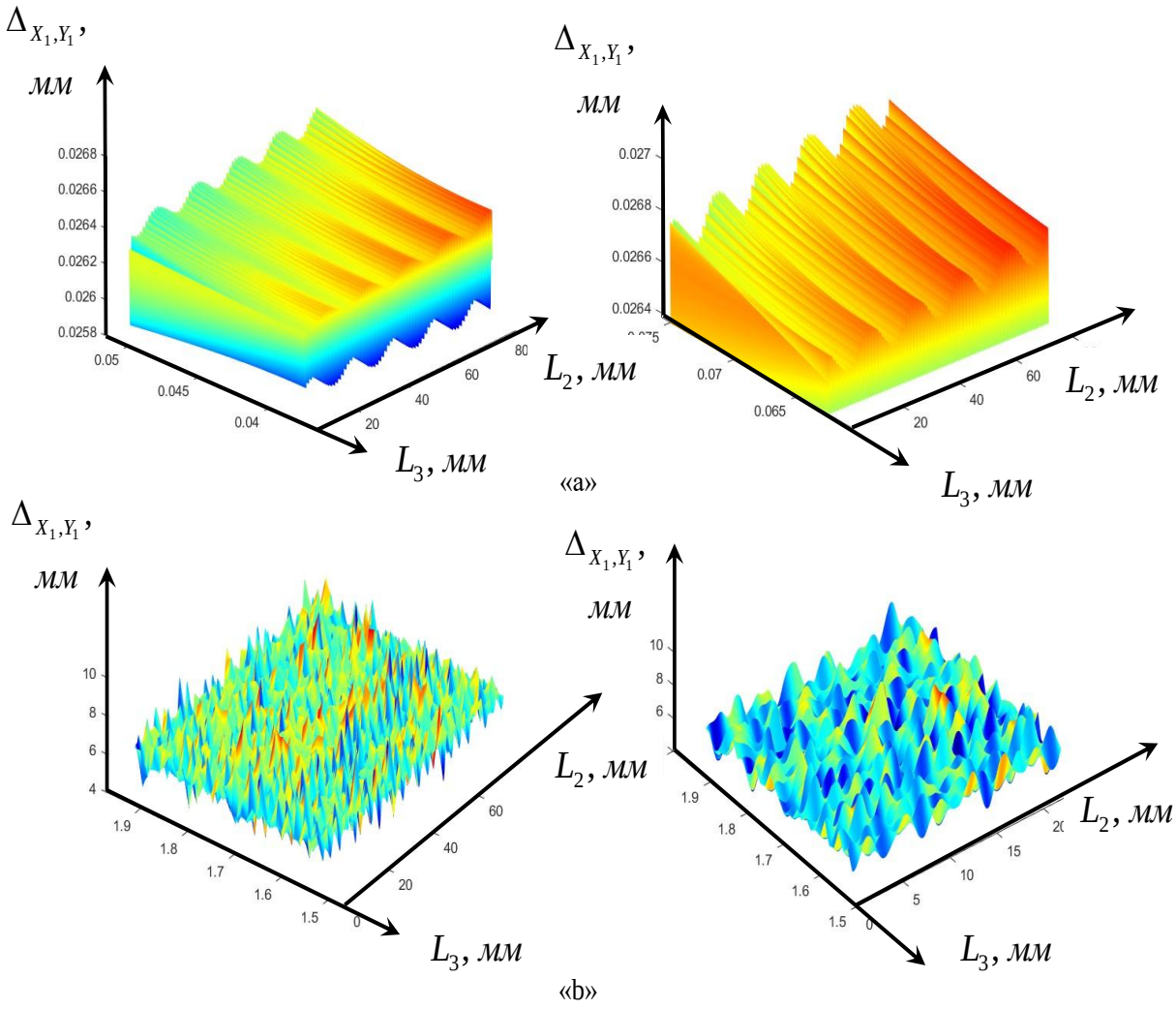


Рис. 6.34 – Примеры геометрических топологий формируемой резанием поверхности, определенные на различных стадиях эволюции и на различных участках поверхности одной и той же детали

Можно также предложить простой способ оценки сбоя в системе программного регулирования заключающиеся в анализе соответствия сигнала ВАЭ всем файлам программы ЧПУ, в которых осуществляется обработка. В общем случае использование дополнительных источников информации о наблюдаемых координатах состояния ДСР позволяет повысить надежность обработки на основе рассмотрения всех изложенных в пятой главе алгоритмов диагностирования.

6.4 Влияние периодических возмущений

При продольном точении наиболее существенны периодические возмущения в направлении, нормальном к оси заготовки. Это, прежде всего, радиальное биение шпинделя и кинематические возмущения от приводов. Аналогичное влияние на ДСР периодические вариации припуска. В дальнейшем анализе возмущения различной физической природы будут сведены к двум обобщённым типам. Радиальные биения шпинделя, вызывающие периодические колебания глубины резания $t_p^{(0)} + \Delta t_0 \sin(\Omega_t t)$, и кинематические возмущения, вызывающие дополнительные периодические изменения скорости подачи $V_2^{(0)} + \Delta S_0 \Omega_S \cos(\Omega_S t)$. Здесь Δt_0, - амплитуды дополнительных периодических возмущений в *мм*.

Кроме этого будем считать, что частота вращения заготовки $\Omega = const$, и рассматривается точение на постоянных режимах $V_2^{(0)} = const$, $t_2^{(0)} = const$ (рис. 6.35). Здесь $\Delta t_P(t) = \Delta t_0 \sin(\Omega_t t)$, $\Delta S_P(t) = \Delta S_0 \sin(\Omega_S t)$.

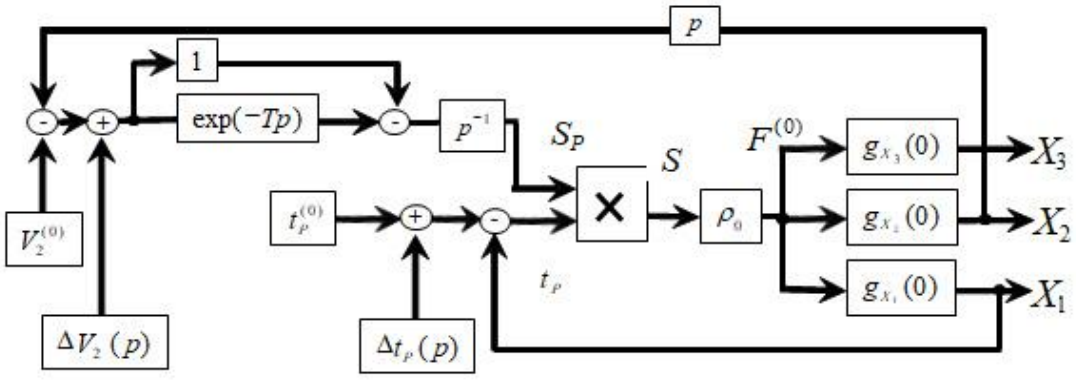


Рис. 6.35 – Структурная схема, раскрывающая преобразование радиальных биений заготовки и кинематических возмущений в низкочастотные деформации

Функции $\Delta S_P(t) = \Delta S_0 \sin(\Omega_S t)$ соответствует скорость $\Delta V_2(t) = \Delta S_0 \Omega_S \cos(\Omega_S t)$ (рис. 6.36). При анализе деформаций X_1 в окрестности $t_P^{(0)}$ и $S_P^{(0)}$, можно рассмотреть линеаризованное представление. Здесь нелинейной является мультипликативная форма зависимости площади срезаемого слоя S от подачи и глубины резания. На дополнительные возмущения наложим ограничения

$$\begin{cases} t_P^{(0)} \rangle \Delta t_0; \\ V_2^{(0)} \Delta S_0 \Omega_S, \end{cases} \qquad (6.63)$$

то есть кинематические возмущения не вызывают изменения знака суммарной скорости продольной подачи, а радиальные биения не приводят к выходу инструмента из зоны резания. Тогда справедливо линеаризованное представление о формировании площади срезаемого слоя S, и структурную схему на рис. 6.35 с учетом ее эквивалентного преобразования можно представить в виде рис. 6.36.

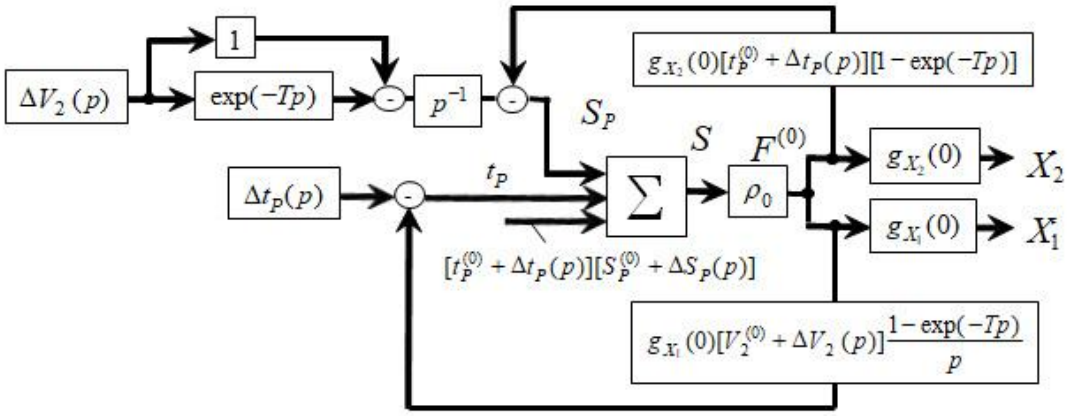


Рис. 6.36 – Схема преобразования радиальных биений и кинематических возмущений в низкочастотные деформации

В этом случае мы можем использовать метод преобразования Лапласа и воспользоваться правилами эквивалентных преобразований структурных схем. Проанализируем структурную схему линеаризованной ДСР в низкочастотной области. Вначале рассмотрим два предельных случая.

1) Положим, $\Delta V_2(t) \neq 0$, $\Delta t_P(t) = 0$, то есть существуют только кинематические возмущения. Тогда на дискретном множестве частот $\boldsymbol{\Omega_0}$ равных или кратных частоте вращения заготовки функция $\Delta V_2(t)$ на $X_1(t)$ обнуляется. Следовательно, на частотах $\boldsymbol{\Omega_0}$ кинематические возмущения не влияют на погрешность диаметра.

2) Положим, $\Delta V_2(t) = 0$, $\Delta t_P(t) \neq 0$, то есть существуют только возмущения типа радиальных биений шпинделя. Если не учитывать две параллельных отрицательных обратных связей, то деформации отличаются от возмущений на коэффициент, зависящий от упругости и давления стружки. Две параллельных отрицательных обратных связей вызывают внутреннее управление, направленное на уменьшение влияния возмущений. Эти обратные связи характеризуются функциями влияния, зависящими от частоты. На частотах $\boldsymbol{\Omega_0}$ эти обратные связи обнуляют-

ся. Тем самым на них должно наблюдаться увеличение амплитуды деформаций и погрешность диаметра.

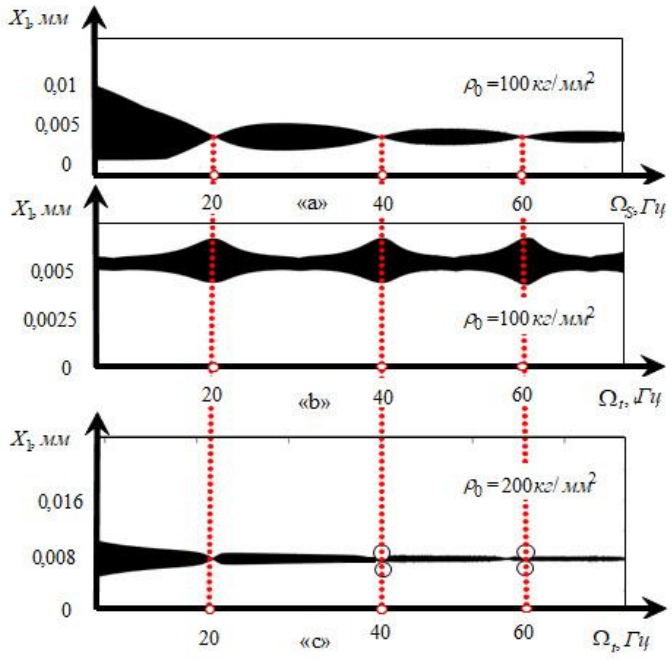


Рис. 6.37 – Преобразования кинематических (верхняя иллюстрация) и радиальных биений (нижняя иллюстрация) в деформации вершины инструмента X_1

Можно сделать общий вывод. Кинематические возмущения на частотах $\boldsymbol{\Omega_0}$ не вызывают упругие деформации, влияющие на диаметр вала. Возмущения типа радиальных биений усиливают свое влияние на частотах $\boldsymbol{\Omega_0}$. Приведем численный пример влияния периодических возмущений на деформации для полной модели ДСР (рис. 6.37). Частота вращения заготовки $\Omega = 20\ Гц$. Частоты кинематических возмущений и радиальных биений соответственно равны: $\Omega_S \in (5{,}80)\ Гц$, $\Omega_t \in (5{,}80)\ Гц$. В ходе исследований вычислены деформации, аналогичные траекториям на рис. 6.37. В ходе численных экспериментов варьировались: давление стружки ρ_0, технологические режимы, прежде всего, соотношение между глубиной $t_P^{(0)}$ и подачей $S_P^{(0)}$, соотношения между кинематическими возмущениями и радиальными биениями и пр. Были установлены следующие особенности вибрационных возмущений в низкочастотной области.

1)При рассмотрении кинематических возмущений во всех случаях на частотах $\boldsymbol{\Omega_0}$ переменные составляющие деформаций отсутствовали. На этих же частотах периодические деформации на возмущения в радиальном направлении имели максимум. Причем, отличие максимумов от минимума нивелируется при увеличении ρ_0. Объяснение этого феномена вытекает из анализа приведенной на рис.

6.36 структурной схемы. Здесь принципиальное значение имеют свойства интегрального оператора формирования подачи, подробно проанализированного во второй главе. Это связано с очевидным условием: интеграл от синусоидальной функции в пределах его периода равен нулю. Именно поэтому влияние кинематических возмущений на деформации инструмента обнуляются (рис. 6.37 «а»). По этим же причинам на частотах биений $\boldsymbol{\Omega_0}$ наблюдаются максимумы деформаций. Это частоты, на которых обратные связи внутренних контуров системы резания обнуляются. Кроме этого по мере увеличения ρ_0 возрастает внутренняя отрицательная обратная связь, которая направлена на уменьшение влияния на деформации возмущений. В этом случае уровень обратной связи возрастает и явно выраженный максимум деформаций между частотами вращения заготовки и их гармониками, хорошо заметный на рис. 6.37 «а» становится не явно выраженным (рис. 6.37 «с»).

Во всех случаях при выборе технологических режимов кроме традиционного выбора частоты вращения шпинделя, в соответствие с оптимальными ее значениями по критерию минимума интенсивности изнашивания, дополнительно необходимо согласовать частоты заготовки в соответствие с частотами кинематических возмущений.

2) Периодические изменения параметров, как показано в третьей главе, обусловлены, вариациями припуска, например, при установке заготовки, ось вращения которой не совпадает с ее геометрической осью. В зависимости от используемого зажимного приспособления, например, патрона, имеет место периодическое изменение радиальной жесткости заготовки. Однако стабилизировать их влияние на деформации, следовательно, формируемую погрешность поперечного сечения, с помощью вариаций траекторий движения исполнительных элементов станка, в частности, скорости подачи, не представляется возможным. Здесь кроме отмеченных в п.1 особенностей преобразования возмущений в деформации, необходимо обратить внимание на динамические свойства приводов и возможности малых периодических смещений суппорта. Можно существенно расширить частотный

диапазон управления силами резания и соответствующими им деформациями, если воспользоваться методами вибрационного управления. Связь высокочастотных колебаний со свойствами системы в низкочастотной области подробно рассмотрено в третьей главе. Показано, что при возбуждении в зоне резания высокочастотных колебаний имеет место перераспределение циклических и интегральных составляющих сил в предположении, что предельное состояние обрабатываемого материала остается неизменным.

На рис. 6.38 приведена блок схема одного из вариантов вибрационной стабилизации диаметра вала.

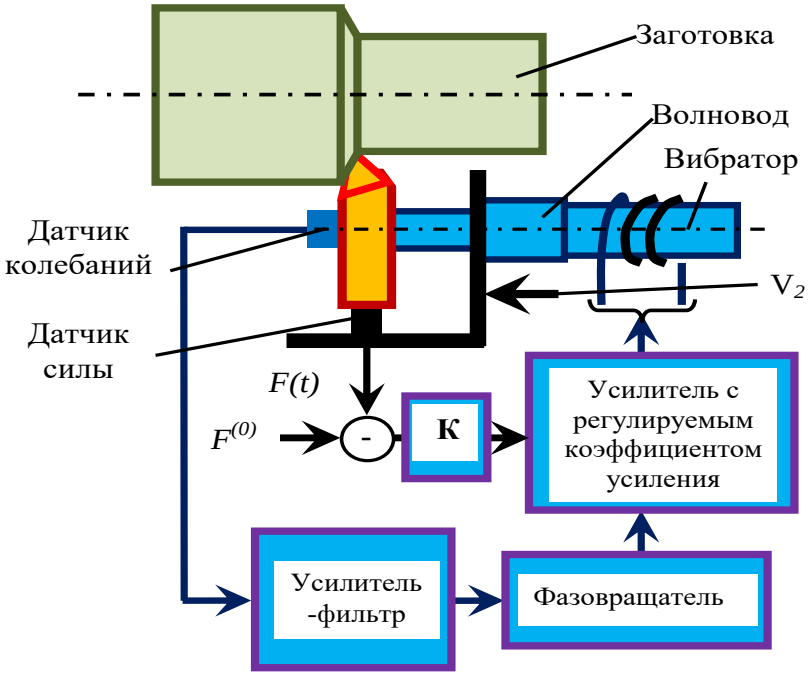


Рис. 6.38 – Блок-схема система вибрационного управления точностью точения вала

Поясним работу системы управления. Система вибрационного управления состоит из двух подсистем. Вибрационной подсистемы и подсистемы управления деформациями в низкочастотной области. Для создания вибрационной подсистемы в суппортную группу токарного станка традиционной компоновки встроена акустическая система, состоящая из магнитострикционного вибратора, сочлененного с волноводом, жестко связанным с инструментом. На инструменте находится датчик вибраций, который через предварительный усилитель с фильтром через блок вращения фазы соединен с усилителем мощности, выход которого подключен к вибратору (преобразователю магнитного поля в деформационные смеще-

ния). Этот замкнутый контур (выделен, синим цветом) представляет автогенератор, избирательным элементом которого является волноводная система вместе с инструментом и приведенной к нему подсистемы резания вместе с заготовкой. Предварительно избирательные свойства УЗ системы продольных колебаний согласуются с избирательными свойствами изгибных колебаний инструмента. Таким образом, без резания УЗ подсистема и изгибные деформации представляют единую акустическую систему с общей основной частотой колебаний.

Процесс резания вместе с приведенными к резанию динамическими свойствами подсистемы заготовки в процессе обработки изменяют импеданс акустического сопротивления. В результате не только смещается частота всей системы, но и изменяется поглощение энергии, определяемое активной составляющей импеданса. Для обеспечения автоматической подстройки всей системы, с учетом реакции нагрузки, используется принцип построения авторезонансных колебательных систем. В этом случае в качестве фильтра обратной связи используется вся система, включающая процесс резания. Если отфильтровать в предварительном усилителе частоты, кроме полосы, в которой находится резонансная частота системы без нагрузки, то в системе формируются автоколебания, частота которых автоматически настраивается на общую частоту системы. Для предварительной настройки частоты системы введен блок регулирования фазы, с помощью которого обеспечивается баланс по фазе на собственной частоте без нагрузки. Такие системы нами апробированы на операциях обработки отверстий специальным волноводом - инструментом, имеющим функцию зенкера - развертки.

Предлагаемая система дополнена вторым контуром управления, имеющим другую цель по отношению к цитированным выше работам. Этот контур, включает датчик сил резания $F(t)$, которые измеряются в частотном диапазоне до 200 Гц, что существенно превышает частоту вращения заготовки. В функции отклонения текущих сил $F(t)$ от установленных $F^{(0)}$ формирует управление. Оно изменяет коэффициент усиления усилителя мощности. Тем самым изменяются амплитуда высокочастотных колебаний $x_{2,0}\sin(\Omega_0 t)$. В результате изменяется эффективное значение силы резания $F(t)$, которая определяет низкочастотные деформационные смещения инструмента

относительно заготовки. Подчеркнем, что изменяется не мгновенное, а эффективное значение сил в низкочастотной области. Их изменения обусловлены, главным образом, перераспределением циклических (высокочастотных) и интегральных (низкочастоных) составляющих сил.

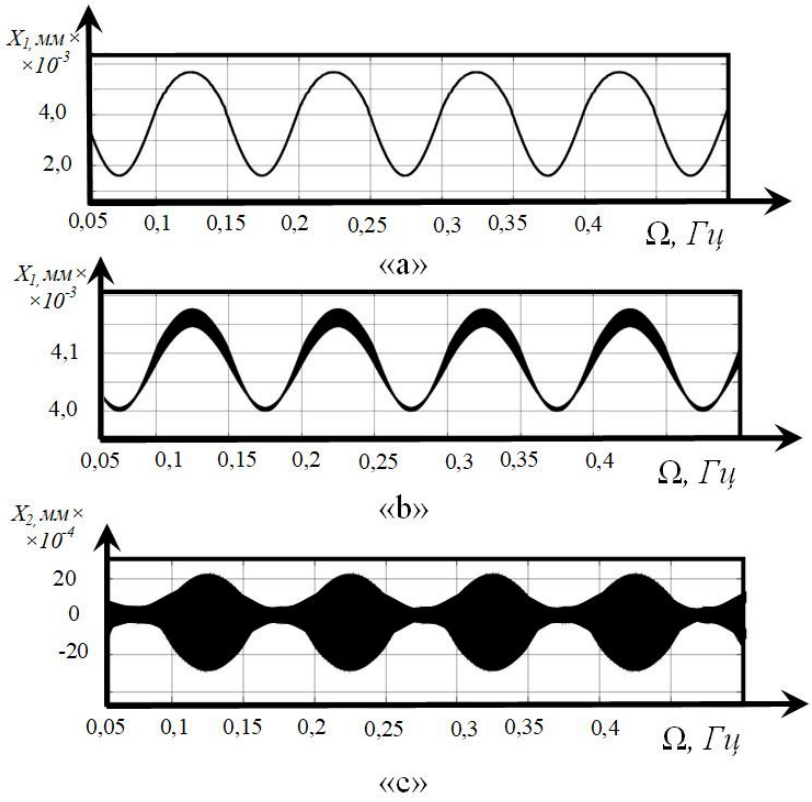


Рис. 6.39 – Траектории деформаций «a» и «b», а также дополнительных высокочастотных колебаний «c»

Также их изменение связано с зависимостью предельного состояния обрабатываемого материала от дополнительной энергии, поступающей от вибрационной системы, например, через температурный фактор. Причем, частотный диапазон управления деформациями в низкочастотной области, изменяющей геометрические характеристики формируемого резанием вала, по крайней мере, на порядок превышает частоту вращения заготовки. Например, при вибрационной стабилизации диаметра вала диаметром 27,0 мм со смещенной осью заготовки относительно оси вращения шпиндельной группы. На рис. 6.39 «a» приведен пример деформаций инструмента без системы вибрационного управления, а на рис. 6.39 «b», - с системой. На рис. 6.39 приведены вариации дополнительных вибраций, увеличению амплитуды которых соответствует уменьшение низкочастотных деформаций. Из иллюстрации видно, что в данном случае влияние низкочастотных возмущений за счет вибрационного управления уменьшаются более чем в 30 раз. Причем их уменьшение зависит от коэффициента «К» на схеме рис. 6.38. В приведенном примере К=10000.

Результаты цифрового моделирования и натурных испытаний показали, что возможности вибрационного управления также ограничены. Оно позволяет суще-

ственно расширить частотный диапазон управляемых воздействий, обеспечивать управление деформациями на частотах равных или кратных частоте вращения заготовки. Однако диапазон управления деформационными смещениями ограничен, и он зависит от технологических режимов, прежде всего от скорости резания.

6.5 Выводы по главе

По результатам исследований можно сделать следующие основные выводы.

6.5.1. Разработаны методика и математический инструментарий синтеза управляющих программ ЧПУ на основе системно-синергетического подхода, в котором в качестве целевых задаются траектории формообразующих движений, а управляющие воздействия синтезируются с учетом динамических свойств и взаимного влияния подсистем станка. Отличительной особенностью методики является формирование таких управляющих воздействий, при которых заданные траектории являются притягивающими для динамической системы в рассматриваемой области пространства состояний. Целевые траектории определяются с учетом требований к качеству изготовления партии деталей и минимизации приведенных затрат. Такой подход позволяет учитывать динамическое взаимодействие подсистем станка при формировании управляющей программы и направлять возникающие внутрисистемные взаимодействия на достижение заданных целей обработки.

6.5.2. Продемонстрирована методика синергетического синтеза программы ЧПУ на примере точения вала, матрицы жесткости которого являются априорно заданными функциями перемещения инструмента по оси вращения заготовки. Выявлены особенности изменения геометрической топологии в зависимости от начальных значений технологических параметров. Сформулированы и аналитически доказаны условия оптимальности переналадок инструментальной системы, при которых стоимостная эффективность обработки является минимальной.

6.5.3. Так как процесс обработки на станках обладает свойством эволюционной изменчивости за счет выделяемой в зоне резания энергии, то предложены алгоритмы согласования программы ЧПУ с изменяющейся динамической системой. Показано, что любая ДСР приближается к своему предельному состоянию, после наступления которого изго-

товление деталей заданного качества только за счет управления исполнительными элементами становится невозможным.

6.5.5. Главное направление управления выходными свойствами процесса резания связано с траекториями исполнительных элементов станка и соответствующей им программы ЧПУ. Доказано, что далеко не все возмущения, влияющие непосредственно на формируемую резанием геометрическую топологию являются управляемыми с помощью траекторий исполнительных элементов. Так регулярные вариации припуска, изменяющиеся периодически с периодом вращения заготовки или с кратными этому периоду времени, с помощью варьирования скорости подачи являются неуправляемыми. На возможность управления оказывают влияние и частотные свойства серводвигателей. В главе предлагается для этого случая использовать законы вибрационного управления колебаниями инструмента в высокочастотной области, в частности в области УЗК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный материал диссертационного исследования демонстрирует модель процесса резания, учитывающую совместную работу основных элементов станка и инструмента: системы ЧПУ, приводов станка, упругих деформаций инструмента и заготовки в зоне контакта. Важной особенностью модели является то, что эти элементы рассматриваются не раздельно, а как взаимосвязанная система: изменение режима обработки влияет на силы резания и деформации, они, в свою очередь, изменяют положение инструмента относительно заготовки, что отражается на движении приводов и работе системы ЧПУ. Разработанные математические модели и методы анализа позволяют создать виртуальную модель процесса обработки, с помощью которой можно исследовать поведение динамической системы резания без проведения большого количества натурных экспериментов. Модель позволяет оценивать влияние режимов резания, возмущений и взаимного влияния элементов станка на точность и качество обработки, а также использовать полученные результаты при выборе и корректировании управляющих воздействий. В связи с чем, можно заключить, что цель работы – повышение эффективности изготовления деталей резанием на основе разработки теории и принципов синергетического анализа и взаимного согласования свойств подсистем в направлении обеспечения требуемого качества выпускаемой продукции при минимизации приведенных затрат – достигнута. А сформулированные новые положения относятся к разработке теоретических положений, совокупность которых можно квалифицировать как новые научно обоснованные технические и технологические решения, внедрение которых вносит значительный вклад в развитие станкостроения. По диссертации можно сделать **следующие общие выводы**.

1. Предложена математическая модель обработки на станках, управляемых от ЭВМ ЧПУ, как ДСР, отдельные подсистемы которой являются взаимосвязанными и объединенными в единую систему. Разработанная методика анализа, основанная на асимптотических свойствах решений нелинейных дифференциальных уравнений с малыми параметрами при производных, а также исследования на цифровых моделях, выявили следующие не рассматриваемые ранее свойства:

– все траектории ДСР, в том числе траектории исполнительных элементов станка, деформации инструмента и заготовки, являются взаимосвязанными и зависящими от представления сил резания в координатах пространства состояния системы. Они зависят и от априорно заданных изменений параметров ДСР вдоль траектории инструмента;

– положительно определенные и симметричные суммарные матрицы упругости, скоростных и инерционных коэффициентов за счет реакции со стороны процесса резания становятся несимметричными, а кососимметричные составляющие матриц скоростных и упругих коэффициентов формируют соответственно гироскопические и циркуляционные силы, позволяющие объяснить многие экспериментальные эффекты. Например, кососимметричные матрицы упругости образуют циркуляционные силы, вызывающие периодические деформации в виде прецессионных колебаний, что всегда наблюдается в экспериментах. Кроме этого, симметричные составляющие матриц могут преобразоваться из положительно определенных в отрицательно определенные. Это всегда вызывает потерю устойчивости равновесия;

– исследования устойчивости равновесия деформаций, рассматриваемых в подвижной системе координат, движение которой задается программой ЧПУ, позволили выявить зависимость устойчивости от управляющих параметров (технологических режимов). Показано, что при увеличении скорости резания система склонна к потере устойчивости в среднескоростном диапазоне. Раскрыто влияние на устойчивость параметров подсистем, геометрии инструмента и свойств обрабатываемого материала;

– показано, что влияние регенеративного эффекта на устойчивость противоречиво. Влияние регенеративного эффекта на устойчивость проявляется в тех случаях, когда частоты вращения шпинделя близки к одной из собственных частот взаимодействующих подсистем. Однако для современных станков этот случай является скорее исключением, чем правилом.

2. Показано, что при потере устойчивости формируются притягивающие множества деформаций (предельные циклы, инвариантные торы, хаотические ат-

тракторы). Исследования их бифуркаций позволили выявить механизмы их образования. Показано, что формирование хаотических аттракторов осуществляется через каскад бифуркаций удвоения периода колебаний. Они могут формироваться, например, мультипликативным преобразованием деформаций в изменение площади срезаемого слоя. Обнаружены не рассматриваемые ранее притягивающие множества супер низкой частоты сложной пространственно-временной конфигурации. Они формируются свойствами интегрального оператора подачи на основе зависимости величины подачи не только от скорости подачи, но и от периода вращения заготовки с учетом упругих деформаций. Рассмотрены также условия образования периодических колебаний вращения роторов сервоприводов, которые образуются при приближении их мощности к мощности резания, то есть зависят от частоты вращения серводвигателей. Изучение притягивающих множеств показывает, что они определяются не только программой ЧПУ, но также зависят от свойств всей ДСР.

3. Любая станочная система является возмущенной силовым и (или) кинематическим шумом. Силовой шум зоны резания представляется в виде случайной импульсной последовательности. Анализ возмущенной динамики выполнен в трех частотных диапазонах, возмущения в которых вызывает различные эффекты. В низкочастотном диапазоне (0-50) Гц вдоль траектории формируются «медленно» изменяющиеся свойства, в том числе имеют место бифуркации притягивающих множеств деформаций вдоль периодических возмущений. Здесь на ограниченном временном интервале правомерно рассмотрение ДСР как «замороженной». Тогда свойства подчиняются законам, описанным при анализе невозмущенной динамики. В среднечастотном диапазоне (от 50 Гц до верхней частоты взаимодействующих подсистем) проявляются синхронные и асинхронные взаимодействия, самовозбуждение дробного порядка и супергармоническое самовозбуждение, имеет место не изохронность частотных характеристик и пр. Наконец, при рассмотрении линеаризованных уравнений в вариациях относительно траекторий параметры системы становятся периодическими функциями времени. Поэтому проявляются все известные параметрические явления, в том числе, - параметриче-

ское самовозбуждение. Высокочастотные возмущения, формируемые в зоне резания или специально вводимые в зону обработки, например, УЗК, изменяют условия взаимодействия. Поэтому усредненные по периодам высокочастотных колебаний параметры изменяют свои эффективные значения в низкочастотном и среднечастотном диапазонах. Они перестраивают динамику, вызывая эффект вибрационной стабилизации. Высокочастотными колебаниями можно устранять автоколебания, хаотические аттракторы. Их вариации вызывают смещение равновесия в низкочастотной области, вызывая эффекты управления диаметром вала.

4. Принципиальным отличием ДСР является ее рассмотрение как эволюционной в виде нелинейной функционально связанной интегро-дифференциальной системы уравнений. Введенный в систему интегральный оператор типа оператора Вольтера второго рода позволяет моделировать изменение параметров системы вдоль траектории движения. Система учитывает ее взаимодействие со средой (процессом резания) в виде предложенных эволюционно изменяющихся нелинейных связей. Наконец, система является структурно неустойчивой и находится вдали от равновесия. Таким образом, разработанная математическая модель удовлетворяет свойствам эволюционных систем. Предложены методы анализа уравнения, алгоритмы идентификации параметров и ядер интегрального оператора, приведены примеры, прежде всего, относящиеся анализу эволюции износа и формообразующих движений. Исследования раскрывают следующие, не рассматриваемые ранее свойства системы резания:

– эволюционные траектории, рассматриваемые в единстве деформаций, сил, мощности необратимых преобразований и изменениях параметров формируемой резанием динамической связи, а также износа, могут обладать высокой чувствительностью к малым вариациям исходных параметров и возмущений. Поэтому вводится понятие робастности системы резания к эволюции, а множеству вариаций начальных параметров соответствуют трубки траекторий, расходящиеся по направлению перемещения инструмента;

– вдоль эволюционных траекторий наблюдается «медленная» перестройка свойств. Как правило, существуют точки бифуркаций притягивающих множеств

деформаций и соответствующих им сил. В некоторых случаях имеют место бифуркации типа вилки, тогда имеет место ветвление притягивающих множеств, и предсказание развития свойств системы невозможно;

– существует оптимальная траектория технологических режимов, прежде всего, скорости резания, изменяющаяся вдоль траектории инструмента, которая доставляет минимум интенсивности изнашивания;

– на свойства эволюции оказывают влияние все координаты пространства состояния. Поэтому рассмотрение системы резания в виде отдельной независимой подсистемы, строго говоря, является несправедливым, то есть свойства системы в целом являются эмерджентными.

5. Изучение свойств ДСР необходимы для рассмотрения их влияния на выходные характеристики обработки, представленные множеством обеспечения качества деталей и состояния процесса резания. Предлагаются следующие варианты использования ВЦМ в системах мониторинга выходных характеристик обработки:

– введено в рассмотрение понятие скелетной геометрической топологии $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$, представленной специально сконструированной матрицей траекторий формообразующих движений. Знание $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ позволяет определять отклонения геометрической топологии от топологии, заданной по программе ЧПУ. Она характеризует геометрическую погрешность детали, обусловленную погрешностями траекторий «быстрых» и «медленных» движений с учетом возмущений и эволюции;

– знание матрицы $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ позволяет из нее вычислить все принятые в инженерной практике оценки, утвержденные ГОСТ, а также обычно не используемые в практике оценки геометрии. Они построены на основе применения различных функционалов, например, в виде спектральных матриц неровностей в двух ортогональных направлениях. Для этого предложено из матриц $\Im_C(\mathbf{L, X, Y})$ рассматривать последовательности, построенные, например, на основе стробоскопических отображений Пуанкаре. В частности, оценки погрешности попереч-

ного сечения оцениваются на основе рассмотрения последовательностей в матрице $\Im_C(L, X, Y)$, составленной из ее столбцов. Использование ЭВМ ЧПУ позволяет эффективно рассматривать и другие оценки геометрической точности, позволяющие более эффективно рассматривать свойства сопряжений поверхностей в ходе эксплуатации;

– экспериментально-аналитические исследования адекватности отображения траекторий формообразующих движений в экспериментально измеренных геометрических топологиях с помощью функций когерентности показали, что отображения этих движений в геометрии поверхности имеет ограниченный частотный диапазон. Экспериментальное оценивание поверхности выполнено на приборах высокой точности: контурограф-профилограф T4HD фирмы IMTS/Triebworx (погрешность не превышает 0,01 мкм в диапазоне: диаметр до 200 мм, ширина контролируемой поверхности 20 мм); для оценки морфологии применялся трехмерный микроскоп Contour ELITE (производство фирмы BRUKER) и др. Показано, что в частотной области разработанные математические модели имеют ограниченную область определения;

– показано, что для оценивания выходных параметров обработки можно использовать традиционный подход, включающий построение информационного пространства и определение решающих правил, позволяющих в этом пространства определить кластеры по признаку принадлежности к значению диагностируемого параметра. Показано, что информационные признаки должны быть безразмерными, и они должны иметь нулевые оценки на начальном этапе резания. Предложены алгоритмы определения информационного пространства для диагностирования износа и шероховатости. Для ранжирования информационных признаков используются регрессионные уравнения. Решающие правила, разделяющие информационное пространство на кластеры, строятся на основе Байесовского классификационного правила;

– оценка выходных свойств системы на основе построения виртуального цифрового аналога динамической системы резания открывают новое направление

совершенствования станков с ЭВМ ЧПУ более высокого интеллектуального уровня. Отдельные его фрагменты не только проанализированы в лабораторных условиях, но и доведены до промышленного использования.

6. Сформулированы, приведены методики, математические модели и примеры реализации синергетической концепции управления процессами обработки на станках с ЭВМ ЧПУ. Отличие синергетического управления заключается в том, что определяется множество желаемых траекторий формообразующих движений, обеспечивается их асимптотическая устойчивость, выполняется согласование желаемых траектории с траекториями пространства состояния в силу системы интегро-дифференциальных уравнений, и на основе этого определяется программа ЧПУ. Множеству желаемых траекторий соответствуют требуемые характеристики качества изготовления деталей при минимизации интенсивности изнашивания инструмента. Тем самым существующий в настоящее время принцип подчинения заменяется принципом согласования желаемых траекторий с динамическими свойствами системы, в том числе, с программой ЧПУ. Одновременно решается задача определения координат переключения (переналадки) инструментальных подсистем, при которых обеспечивается минимум приведенных затрат. Эффективность синергетической концепции и методика синтеза зависит от полноты априорной информации об изменении свойств системы вдоль траектории инструмента и возможности наблюдения за доступными измерению координатами, например, силами резания.

7. Проанализированы следующие случаи. **Первый случай:** задана виртуальная ДСР и имеется полная априорная информация об изменении параметров вдоль траектории. К этому случаю относится большой класс деталей сложной геометрии, параметры ДСР которой изменяются по заданному закону вдоль перемещения инструмента. Подробно проанализирован случай обработки в центрах вала штуцера форсунки из стали 45 в несколько проходов с диаметра D=32 мм до D=25 мм и D=15 мм соответственно на длину 120 и 144 мм. Здесь учитывается априорно заданный закон изменения жесткости заготовки вдоль оси заготовки. Продемонстрировано два метода определения желаемых траекторий, их согласо-

вания с траекториями пространства ДСР и программой ЧПУ. Первый основан на вычислении траекторий, при которых D=const, и преобразования этих траекторий в программу ЧПУ на основе решения обратных задач динамики. Второй, основан на создании на виртуальной модели системы стабилизации D=const. Во втором случае все траектории и соответствующая им программа ЧПУ получается автоматически. Рассмотрены все этапы анализа и синтеза, в том числе обеспечение устойчивости, преобразования топологии $\Im_C(L, X, Y)$ за счет эволюции, аналитически доказаны необходимые условия оптимальности и проиллюстрирована методика определения координат переключения циклов обработки, минимизирующих приведенные затраты на изготовление. **Второй случай** отличается тем, что априорная информация об изменениях параметров вдоль траектории инструмента не является полной, но имеется возможность измерять силы. Например, неполнота априорной информации определяется тем, что не является заданным закон изменения припуска, определяемый, например, технологической наследственностью. Для этого случая предлагается построение нового адаптивного класса систем ЧПУ, создание которых, вписывается в парадигму современной тенденции цифровизации станков. Здесь принцип подчинения скоростей заменяется условиями стабилизации агрегированной координаты, сформированной в силах резания, программируемой в пространстве перемещений исполнительных элементов станка.

Установлено, что регулярные вариации припуска, изменяющиеся периодически с периодом вращения заготовки или с кратными этому периоду времени, невозможно компенсировать с помощью варьирования скорости подачи. Предлагается для этого случая использовать законы вибрационного управления колебаниями в высокочастотной области, в частности, в области УЗК. Приведен пример управления точностью поперечного сечения детали на основе построения авторезонансных УЗК систем с амплитудной модуляцией вводимых в зону резания колебаний.

8. Предложенные методы синергетического согласования построения программы ЧПУ апробированы и внедрены в условиях филиала АО «АЭМ-

технологии» «Атоммаш» в г. Волгодонск, ПАО «Роствертол», г. Ростова-на-Дону. По данным АО «АЭМ-технологии» «Атоммаш» внедрение разработанных принципов управления позволили получить на ограниченной номенклатуре деталей экономический эффект 1,2 млн рублей в год. Ассоциация производителей станкоинструментальной продукции «Станкоинструмент» рекомендует результаты диссертации к использованию на предприятиях–членах Ассоциации и подтверждает практическую значимость диссертационной работы для станкоинструментальной промышленности (см. приложение П 5). Однако наибольшее значение приведенных в диссертации положений, по мнению автора, заключаются в формировании новых знаний об управляемой системе резания, которые открывают перспективные направления повышения эффективности изготовления деталей на существующих на предприятиях станках. Новые знания открывают перспективные направления создания станков, ориентированных на широкое использование возможностей ЭВМ ЧПУ. Полученные новые знания обладают, по мнению автора, большой эвристической силой, а методика моделирования эволюции и самоорганизации может быть использована для широкой группы машин, отдельные элемента которых взаимодействуют с трибологическими средами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безъязычный, В. Ф., А. П. Чирков Роль станкостроения в становлении и развитии технологических укладов // Станкоинструмент. – 2021. – № 3(24). – С. 46-55. – DOI 10.22184/2499-9407.2021.24.3.46.54.
2. Веткасов Н. И., Псигин Ю. В. История отраслей машиностроения. - Ульяновск: Ульяновский государственный технический университет, 2015. – 165 с.
3. Отдельные технико-экономические показатели работы машиностроения и металлообработки. Российский статистический ежегодник - 2003г. [Электронный ресурс]: Федеральная служба государственной статистики, 2003. URL: https://rosstat.gov.ru/bgd/regl/b03_13/IssWWW.exe/Stg/d030/i030440r.htm. (дата обращения: 10.11.2024).
4. Производство металлорежущих станков по регионам Российской Федерации. Российский статистический ежегодник - 2003г. [Электронный ресурс]: Федеральная служба государственной статистики, 2003. URL: https://rosstat.gov.ru/bgd/regl/b03_13/IssWWW.exe/Stg/d030/i030430r.htm. (дата обращения: 10.11.2024).
5. Производство машин и оборудования. Российский статистический ежегодник – 2010-2022 гг. [Электронный ресурс]: Федеральная служба государственной статистики, 2024. URL: https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/12994. (дата обращения: 10.11.2024).
6. Степень износа и удельный вес полностью изношенных основных фондов коммерческих организаций по видам экономической деятельности и видам основных фондов Российский статистический ежегодник – 2022 гг. [Электронный ресурс]: Федеральная служба государственной статистики, 2024. URL: https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/12994. (дата обращения: 10.11.2024).
7. Российская Федерация. Министерство промышленности и торговли Российской Федерации. Стратегия развития станкоинструментальной промышленности на период до 2035 года: распоряжение правительства Российской федерации от 5 ноября 2020 г. N 2869-р // Правительство Российской Федерации: офиц. Сайт. URL: http://government.ru/. (дата обращения: 10.11.2024).
8. Кудинов В.А. Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
9. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. Москва: Машиностроение, 1977. – 304 с.
10. Корсаков В. С. Точность механической обработки. М.: Машиностроение, 1961. – 380 с.
11. Пуш В.Э. Металлорежущие станки. М.: Машиностроение, 1985. –371 с.
12. Проников А. С. Параметрическая надежность машин. М.: Издательство МГТУ, 2002. – 559 с.
13. Авраамова Т. М., Бушуев В. В., Гиловой Л. Я., Досько С. И. Металлорежущие станки: учебник. М.: Машиностроение, 2011 – Т.1. 608 с.

14. Дроздов Н.А. К вопросу о вибрациях станка при токарной обработке // Станки и инструмент. – 1937. – № 22. – С. 22-26.
15. Ильницкий И.И. Причины автоколебаний резцов. Сборник «Вопросы технологии машиностроения». Свердловск: Мпшгиз, 1956. – С. 37-44.
16. Соколовский А.П. Вибрации при работе на металлорежущих станках. Сборник «Исследование колебаний металлорежущих станков при резании металлов». М.: Машгиз, 1958. – С. 15-18.
17. Кучма Л.К. Учет сил сопротивления в автоколебательной системе деталь-станок-инструмент. / В сб. «Исследования колебаний металлорежущих станков при резании металлов». М: Машгиз, 1958.
18. Кучма Л. К. Вибрации при работе на фрезерных станках и методы их гашения. - М.: Машгиз, 1959. - 72 с.
19. Каширин А.А. Исследование вибраций при резании металлов. М.: Из-во АН СССР, 1944. – 237 с.
20. Мурашкин Л.С., Мурашкин С.Л. Прикладная нелинейная механика станков. – Л.: Машиностроение, 1977. – 192 с.
21. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of Tool Flank Forces on Complex Dynamics of Cutting Process // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2014. – 24. – 9. – P.1450115 (17 pages).
22. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting // International Journal of Mechanical Sciences. – 2014. – Vol. 89. – P. 167-176.
23. Wiercigroch M., Budak, E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. – 2001. – Vol. 359. – No.1781. – P. 663-693.
24. Wiercigroch M., Krivtsov A. M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. – 2001. – Vol. 359 – No.1781. – P.713-738.
25. Ariaratnam S.T., Fofana M.S.. The effects of nonlinearity in turning operation // Journal of Engineering Mathematics. –2002. – 42(2).– P.143-156.
26. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2014. – 24 (9). – P. 189- 201.
27. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modeling of frictional chatter in metal cutting // International Journal of Mechanical Sciences. – 2014. – 89. P. 167-176.
28. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. – 915 с.
29. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. – 512 с.
30. Nguyen Anh T., Zakovorotny V.L., Duong H. Response analysis of Van der Pol oscillator subjected to harmonic and random excitations // Probabilistic Engineering Mechanics. – 2014. – Vol. 37. – P. 51-59.

31. Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation // Transactions of American Society of Mechanical Engineers. – 1954. – Vol. 76. – P. 356-260.
32. Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter // The Engineer. – 1958. – Vol. 205. –No.7. – P. 199-203.
33. Tobias S. A. Machine Tool Vibrations. London: Blackie, 1965. - 180 p.
34. Merrit H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter-contribution to ma-chine tool chatter research // ASME Journal of Engineering. – 1965. – P. 447-454.
35. Hanna N.H., Tobias S.A. Theory of nonlinear regenerative chatter // Journal of Engineering for Industry. Transactions of ASME. –1974. – 96. – P. 247-255.
36. Тлустый И., Полачек М. Теория возникновения автоколебаний при обработке и расчет устойчивости металлорежущих станков // Станки и инструмент. – 1956. – № 3. – С. 10- 14; № 4. – С. 10 — 14.
37. Эльясберг М.Е. Основы теории автоколебаний при резании металлов // Станки и инструмент. –1962. – № 10. – С. 3 — 8; № 11. – С. 3 — 6.
38. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. Л.: Машиностроение, 1987. – 184 с.
39. Gouskov, A. M., Voronov, S. A., Paris, H., Batzer, S. A. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul. – 2002. – 7. – P. 207–221.
40. Городецкий Ю.И., Стребуляев С.Н. Параметрическое возбуждение колебаний в линейных системах с запаздыванием. Н. Новгород: ННГУ, 1991. – 49 с.
41. Городецкий Ю.И. Теория нелинейных колебаний и динамика станков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Математическое моделирование и оптимальное управление. – 2001. – № 2. – С. 69-88.
42. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Фам Т.Х. Параметрические явления при управлении процессами обработки на станках // Вестник Донского государственного технического университета. – 2012. – Т. 12. – № 7(68). – С. 52-61.
43. Заковоротный В.Л., Фам Т.Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания // Вестник Донского государственного технического университета. – 2013. – Т. 13. – № 5-6 (74). – С. 97-103.
44. Васин Л.А., Васин С.А., Кошелева А.А. Эмерджентный подход к созданию виброустойчивых режущих инструментов. Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2014. – № 11-2. – С. 377-385
45. Бородкин Н.Н., Васин С.А., Васин Л.А. Предотвращение процесса возникновения и развития автоколебаний при точении резцами со структурированными державками. Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2014. № 11-1. С. 234-243.
46. Максаров В.В., Васин С.А., Ефимов А.Е. Динамическая стабилизация процесса растачивания внутренних поверхностей сварных изделий. СТИН. – 2021. – № 7. – С. 6-10.
47. Altitias Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 1995. – 44(1). – P. 357-362

48. Altitias Y., Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling // JSME International Journal, Seri C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing. 2001. – 44 (3). – 2001. – P. 717-723 p.
49. Altitias Y., M.Weck. Chatter stability of metal cutting and grinding // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 2004. – 53 (2). – P. 619-642.
50. Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. Chaos Solit. Fract. – 2002. – 13. – P. 1531–1535.
51. Namachchivaya N. S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. J. Nonlin. Sci. – 2003. – 13. –P. 265–288.
52. Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning, J. Non-Lin. Mech. – 2008.– 43. – P. 111–123.
53. Warminski J., Litak G., Lipski J., Wiercigroch M., Cartmell M. P. Chaotic vibrations in regenerative cutting process // IUTAM/IFToMMSymp. Synthesis of Nonlinear Dynamical Systems. – 2000. – Vol. . – P. 275–284.
54. Stepan, G., Szalai, R., Insperger, T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect // Nonlinear Dynamics of Production Systems. – 2004. – P. 111–127.
55. Stépán G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes // International Journal of Bifurcation and Chaos. - 2005. - Vol. 15, N 9. - P. 2783-2798.
56. Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2001. – Vol. 359. – P. 739-757.
57. Moradi H., Bakhtiari-Nejad F., Movahhedy M.R., Ahmadian M.T. Nonlinear behavior of the regenerative chatter in turning process with a worn tool: forced oscillation and stability analysis // Mechanism and Machine Theory. - 2010. - Vol. 45. – N 8. - P. 1050-1066.
58. Reith M.J., Bachrathy D., Stepan G. Improving the stability of multi-cutter turning with detuned dynamics // Machining Science and Technology. Machining Science and Technology. – 2016. – Vol. 20(3) . – P. 440-459.
59. Brissaud D., Gouskov A., Guibert N., Rech J. Influence of the ploughing effect on the dynamic behavior of the self-vibratory drilling head // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 2008. – P. 385-388.
60. Gouskov A., Gouskov M., Lorong Ph., Panovko G. Influence of the clearance face on the condition of chatter self-excitation during turning // Int. J. of Machining and Machinability of Materials. – 2017. – Vol. 19(1) . – P. 17-39.
61. Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания // Машиностроение и инженерное образование. – 2017. – № 2 (51) . – С. 9-23.
62. Gouskov A. M., Voronov S. A., Paris H., Batzer S. A. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul. – 2002. – Vol. 7. – P. 207–221.
63. Гуськов М., Динь Дык Т., Пановко Г., Гуськов А.М. Моделирование и исследование устойчивости процесса многорезцового резания "по следу" // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2018. – № 3. – С. 19-27.

64. Lipski J., Litak G., Rusinek R., Szabelski K., Teter, A., Warminski J., Zaleski K. Surface quality of a work material's influence on the vibrations of the cutting process // Journal of Sound and Vibration. – 2002. – 252. – P. 737– 739.
65. Balachandran B. Nonlinear dynamics of milling process // Phil. Trans. Roy. Soc. London A: Math. Phys. Engin. Sci. – 2001. – 359. – P. 793–819.
66. Litak G., Rusinek R. Dynamics of a stainless steel turning process by statistical and recurrence analyses // Mechanic. – 2012. – 47. – P. 1517–1526.
67. Zakovorotnyi V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting // Journal of Sound and Vibration. – 2016. –Vol. 368. – P. 174-190.
68. Zakovorotnyi V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Attractive manifolds in end milling // Russian engineering research. – 2017. – Vol. 37. – N 2. – P. 158-163.
69. Zakovorotnyi V.L., Bykador V.S. Cutting-system dynamics // Russian Engineering Research. – 2016. – Vol. 36. – N 7. – P. 591-598.
70. Zakovorotnyi V. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. – 2015. – Vol.10. – P. 102-116.
71. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Быкадор В.С. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2014. – Т. 22. – № 3. – С. 26-39.
72. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Быкадор В.С. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2014. – Т. 22. – № 3. – С. 40-52.
73. Insperger T, Stepan G., Semi-discretization method for delayed systems, International // Journal for Numerical Methods in Engineering. 2002. – 55(5). –P. 503-518.
74. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. М.: Наука, 1984. – 252 с.
75. Васильков Д.В., Вейц В.Л., Шевченко В. С. Динамика технологической системы механической обработки // Инструмент. – 1997. – Т. 230.
76. Вейц В.Л., Васильков Д.В., Лонцих П.А. Динамические процессы, оценка и обеспечение качества технологических систем механической обработки. Россия, Иркутск, 1999.
77. Васильков Д.В., Вейц В.Л., Схиртладзе А.Г. Электромеханические приводы металлообрабатывающих станков. расчет и конструирование. Учебник / Санкт-Петербург, 2016.
78. Вейц В.Л. Расчет механизмов подачи тяжелых станков на плавность и чувствительность перемещений // Станки и инструмент. – 1958. – № 3. – С. 3–7.
79. Пуш В.Э. Малые перемещения в станках. М: МАШГИЗ, 1961.
80. Заковоротный В.Л., Блохин В.П., Алексейчик М.И. Введение в динамику трибосистем. Ростов-на-Дону: ИнфоСервис, 2004. – 680 с.

81. Заковоротный В.Л. Динамика трибосистем. самоорганизация, эволюция. Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2003. – 502 с.
82. Заковоротный В.Л. Нелинейная трибомеханика. Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2000. – 293 с.
83. Кумабэ Д. Вибрационное резание: Пер. с яп. С. Л. Масленникова / Под ред. И. И. Портнова, В. В. Белова. М.: Машиностроение, 1985. – 424 с.
84. Шелег В.К., Данильчик С.С., Точение конструкционных сталей с наложением на подачу инструмента асимметричных колебаний // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В: Промышленность. Прикладные науки. – 2014. – № 11. – С. 2–7.
85. Подураев В.Н. Обработка резанием с вибрациями. Москва, 1970. – 351 с.
86. Подураев В. Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания / В. Н. Подураев. – Москва: Научно-техническое издательство "Машиностроение", 1977. – 304 с.
87. Воронин А.А. Влияние ультразвуковых колебаний на процесс резания жаропрочных сплавов/ А.А. Воронин, А.И. Марков // Станки и инструмент. – 1960. Т.11. – С. 15 – 18.
88. Марков А.И. Оптимизация и управление процессом ультразвукового резания // Вестник Машиностроения. – 1996. – № 10. – С.19 – 22.
89. Нерубай М.С. Исследование эффективности вынужденных ультразвуковых колебаний при обработке резанием жаропрочных и титановых сплавов // Высокопроизводительное резание в машиностроении. М.: Наука, 1966. С. 88-93.
90. Агапов С.И. Повышение эффективности механической обработки путем применения ультразвука. Самара: СНЦ, 2010. – 134 с.
91. Агапов С.И. Стойкостные исследования процесса зубофрезерования мелкомобульных зубчатых колес с введением в зону резания ультразвуковых колебаний // Вестник машиностроения. – 2008. – №4. – С. 66 – 68.
92. Асташев В.К. Влияние ультразвуковых колебаний резца на процесс резания // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1992. – №3. – С. 81-86.
93. Асташев В.К. О нелинейной динамике ультразвуковых технологических процессов и систем // Вестник научно-технического развития. – 2007. – №2. – С. 12-18.
94. Astashev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibroimpact) process // Ultrasonics. – 1998. – № 6. – P. 89 – 96.
95. Козочкин М.П., Сабиров Ф.С., Молодцов В.В. Диагностика состояния станков по вибрационным характеристикам // Materials. Technologies. Design. – 2020. – Vol. 2. – No 1(2). – С. 69-77.
96. Козочкин М.П., Сабиров Ф.С., Селезнев А.Е. Виброакустический мониторинг лезвийной обработки заготовок из закаленной стали // Вестник МГТУ "Станкин". – 2018. – № 1 (44). – С. 23-30.
97. Dornfeld D., Pan S. Determination of chip formation states using the method of linear discriminant functions with acoustic. Blowout // Proceedings of the 13th North American Manufacturing Research Conference, Berkeley, California, USA, May 19-22, 1985; pp. 299-303.

98. Balakrishnan P., T.Rabelsi H., Kannatei-Asibu E., Emel E. Approach to Sensor fusion for Quality control // Conference on Industrial Research and Technology, SMEs, University of California, Berkeley, California, USA, January 9-13, 1989; p. 101.
99. Rangwala, S.; Dornfeld, D. Integration of sensors using neural networks for intelligent monitoring of the state of the instrument. University of California, Berkeley, California, USA, 1989; p. 101.
100. Подураев В.Н., Закураев В.В., Карякин В.С. Прогнозирование стойкости режущего инструмента. Вестник машиностроения. – 1993. – № 1. – С. 30.
101. Подураев В.Н., Барзов А.А., Горелов В.А. Технологическая диагностика резания методом акустической эмиссии. Москва, 1988.
102. Заковоротный В.Л., Бордачев Е.В. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1995. – № 3. – С. 95-103.
103. Заковоротный В.Л., Ладник И.В. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1991. – № 4. – С. 75-79.
104. Заковоротный В.Л., Бордачев Е.В., Алексейчик М.И. Динамический мониторинг состояния процесса резания // Станки и инструменты. – 1998. – № 12. – С. 6-13.
105. Заковоротный В.Л., Лапшин В.П., Бабенко Т.С. Моделирование износа по работе и мощности необратимых преобразований энергии // Станки и инструменты. – 2018. – № 3. – С. 9-10.
106. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р. Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей (теоретико-вероятностный подход). М: Наука, 1975. – 344 с.
107. Суслов А.Г. Технологическое обеспечение параметров состояния поверхностного слоя деталей. М.: Машиностроение, 1987. – 208 с.
108. Грубый С.В. Физические закономерности процесса изнашивания твердосплпавнях и алмазных инструментов. М: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2013. – 123 с.
109. Грубый С.В. Оптимизация процесса механической обработки и управления режимными параметрами. М: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2014.-149 с.
110. Кабалдин Ю.Г., Кузьмишина А.М., Шатагин Д.А., Аносов М.С. Нейронносетевое моделирование процесса изнашивания твёрдосплавного инструмента // Автоматизация. Современные технологии. – 2021. – Т. 75. – № 9. – С. 398-402.
111. Кабалдин Ю.Г., Биленко С.В., Серый С.В. Управление динамическими процессами в технологических системах механообработки на основе искусственного интеллекта. Комсомольск-на-Амуре: ГОУ ВПО. "Комсомольский-на-Амуре гос. техн. ун-т", 2003. – 201 с.
112. Кабалдин Ю. Г, Шатагин Д. А. , Аносов М. С. , Кузьмишина А. М. Разработка цифрового двойника станка с ЧПУ на основе методов машинного обуче-

ния // Вестник Донского государственного технического университета. – 2019. – Т. 19. – №1. – С. 45–55.
113. Кабалдин Ю. Г, Шатагин Д. А. , Кузьмишина А. М. Разработка цифрового двойника режущего инструмента для машиностроительного производства // Известия вузов. Машиностроение. – №4 (709). – 2019. – С. 11-16.
114. Пантюхин О.В., Васин С.А. Цифровой двойник технологического процесса изготовления изделий специального назначения // Станкоинструмент. – 2021. – № 1(22). – С. 56-59.
115. Astakhov V.P. Geometry of Single-point Turning Tools and Drills. Fundamentals and Practical Applications. – London: Springer, 2010. – 566 с.
116. Altintas Y., Kersting P., Biermann D., Budak E., Denkena B., Lazoglu I. Virtual process systems for part machining operations // CIRP Annals. – 2014. – 63(2). – P. 585-605
117. Altintas Y., Brecher C., Weck M., Witt S., Virtual machine tool // CIRP Annals-Manufacturing Technology. – 2005. – 54(2). – P. 115-138.
118. Erkorkmaz K., Altintas Y., Yeung C-H. Virtual computer numerical control system // CIRP Annals-Manufacturing Technology. – 2006. – 55(1). – P. 399-402.
119. Kilic Z.M, Altintas Y Generalized mechanics and dynamics of metal cutting operations for unified simulations // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2016. – 104. – P. 1-13.
120. Estman L., Merdol D., Brask K.G., Kalhori V., Altintas Y. Development of Machining Strategies for Aerospace Components Using Virtual Machining Tools // New Production Technologies in Aerospace Industry. – 2014.– P. 63-68.
121. Soori M., Arezoo B., Habibi M., Virtual machining considering dimensional, geometrical and tool deflection errors in three-axis CNC milling machines // Journal of Manufacturing Systems. – 2014. – 33(4). – P.498-507.
122. Duvedi R.K., Bedi S., Batish A., Mann S. A multipoint method for 5-axis machining of triangulated surface models // Computer-Aided Design. – 2014. – 52. – P.17-26.
123. Gan W.F., Fu J.Z., Shen H.Y., Chen Z.Y., Lin Z.W. Five-axis tool path generation in CNC machining of T-spline surfaces // Computer-Aided Design. – 2014. – 52. – P.51-63.
124. Kiswanto G., Hendriko H., Duc E. An analytical method for obtaining cutter workpiece engagement during a semi-finish in five-axis milling // Computer-Aided Design. – 2014. – 55. – P.81-93.
125. Tieng H., Yang H.C., Hung M.H., Cheng F.T. A novel virtual metrology scheme for predicting machining precision of machine tools // In Robotics and Automation (ICRA), IEEE International Conference. – 2013. – P. 264-269.
126. Wu D., Rosen D.W., Wang L., Schaefer D. Cloud-based design and manufacturing: A new paradigm in digital manufacturing and design innovation // Computer-Aided Design. – 2015. – 59. – P. 1-14.
127. Yang J., Guo G., 2014 Design a New manufacturing model: cloud manufacturing. In Proceedings of the 2012 International Conference on Cybernetics and Informatics (pp. 1597-1606). Springer New York.

128. Алексейчик М.И. К проблеме математического моделирования процессов механической обработки // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2002. – №3. – С.15-33.
129. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М: Прогресс. 1986. – 432 с.
130. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М: Едиториал УРСС, 2003. – 320 с.
131. Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука,1985. – 304 с.
132. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985. – 424 с.
133. Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 320 с.
134. Колесников А.А. Прикладная синергетика: основы системного синтеза. Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2007. – 382 с.
135. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
136. Колесников А.А. Синергетика и проблемы теории управления. М: Физматлит, 2004. – 504 с.
137. Веселов Г.Е., Попов И.А. Синергетический синтез алгоритма управления режимом глиссирования самолета-амфибии в условиях ветроволновых возмущений // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2024. – Т. 25. – № 8. – С. 425-435.
138. Obukhova E., Obukhov P., Veselov G.E., Beskopylny A., Stel'makh S.A., Shcherban' E.M. Ynergetic synthesis of nonlinear laws of throttle control of a pneumatic drive // Applied Sciences (Switzerland). – 2022. – Vol.12. – №4. – P. 1797.
139. Костюков В.А., Медведев М.Ю., Пшихопов В.Х. Планирование движения наземных роботов в среде с препятствиями: алгоритмы построения траекторий в группе при заданном шаблоне // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24. – № 1. – С. 33-45.
140. Пшихопов В.Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 2. – С. 34-41.
141. Заковоротный В.Л., Флек М.Б. Динамика процесса резания. Синергетический подход. Ростов н/Д: «Терра», 2005. – 876 с.
142. Гвинджилия В. Е. Анализ и синтез динамической системы точения с учетом вибрационных возмущений и эволюции : специальность 05.02.07 "Технология и оборудование механической и физико-технической обработки" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Гвинджилия Валерия Енвериевна, 2021. – 291 с.
143. Рыжкин А.А. Синергетика изнашивания инструментальных материалов при лезвийной обработке. Ростов-на-Дону, изд-во ДГТУ, 2019 – 289 с.
144. Заковоротный В.Л., Марчак М., Усиков И.В., Лукьянов А.Д. Взаимосвязь эволюции трибосопряжений с параметрами динамической системы трения // Трение и износ. – 1998. – Т. 19. – № 6. – С. 751-763.

145. Заковоротный В.Л., Семко И.А. Электромеханические системы. Ростов-на-Дону: изд-во ДГТУ, 2000. – 213 с.
146. Гаркунов Д.Н. Новое научное открытие в трибологии на основе самоорганизации // Ремонт. Восстановление. Модернизация. – 2019. – № 6. – С. 18-25.
147. Бершадский Л.И. Самоорганизация трибосистем и концепция износостойкости // Трение и износ. – 1992. – Т. 13. – № 6. – С. 1077-1094.
148. Zakovorotny V.L., Flek M.B., Ugnich E.A. Synergetic approach to the modeling of industrial enterprise's economic activity. International Journal of Economic Perspectives. 2016. Т. 10. № 4. С. 371-375.
149. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении // Вестник Донского государственного технического университета. – 2010. – Т. 10. – № 7 (50). – С. 1005-1015.
150. Заковоротный В.Л., Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистем инструмента и заготовки при точении // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2011. – № 2 (160). – С. 38-46.
151. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т., Рыжкин М.Н. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) // Вестник Донского государственного технического университета. – 2011. – Т. 11. – № 2 (53). – С. 137-146.
152. Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т., Рыжкин М.Н. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) // Вестник Донского государственного технического университета. – 2011. – Т. 11. – № 3 (54). – С. 301-311.
153. Заковоротный, В. Л. Влияние процесса резания на динамические свойства приводов исполнительных элементов станка / В. Л. Заковоротный, М. А. Фесенко, В. Е. Гвинджилия // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 9(750). – С. 16-29.
154. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2017. – № 2 (194). – С. 52-61
155. Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е. Улучшение динамического качества процесса точения на основе согласования его динамических параметров с геометрией инструмента // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2018. – № 4(200). – С. 61-71.
156. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Минаков В.С. Влияние геометрии режущего инструмента на динамику процесса точения // Вестник ДГТУ – 2018. – Т. 18. № 2. – С. 201-213.
157. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние вибраций на траектории формообразующих движений инструмента при точении. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2019. – Т. 21. – № 3. – С. 42-58.

158. Zakovorotny, V.L., Gvindjiliya, V.E, Self-organization and evolution in dynamic friction systems. Journal of Vibroengineering. 2021. 23(6), pp. 1418-1432.
159. Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е., Закалюжный А. А. Влияние жесткости механической части привода и параметров резания на управление упругими деформациями формообразования // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). – 2021. – Т. 21, № 2. – С. 154-162.
160. Zakovorotnyi V. L., Gvindjiliya V. E. Influence of speeds of forming movements on the properties of geometric topology of the part in longitudinal turning // Journal of Manufacturing Processes. – 2024. – Vol. 112. – P. 202-213.
161. Понтрягин Л.С. Избранные труды. М.: Наука, 1988, т.2, с. 95-154.
162. Тихонов А.Н. Системы дифференциальных уравнений с малыми параметрами при старших производных. М.: «Математический сборник», 1952, т.31, № 3, с. 231-239.
163. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Т.2. Динамика. М.: ГИТТЛ. 1955. 595 с.
164. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч.2. Динамика системы материальных точек. М.: «Наука», 1972. 332 с.
165. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования.-М.: Наука, 1975, - 768 с.
166. Ротач В.Я. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. - М.: МЭИ, 2007 - 396 с.
167. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. // Собр. Соч. Т.2.– М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1956 С. 7-263.
168. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1971.
169. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: «Наука», 1976, с. 460-474.
170. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир. 1970. 720 с.
171. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. М. изд-во Иностранная литература, 1954, - 423 с.
172. Лахаданов В.М. О влиянии структуры сил на устойчивость движения. ПММ, 1974, т. 38, с. 246 – т. 253.
173. Лахаданов В.М. О стабилизации потенциальных систем. ПММ, 1975, т.39, с. 53-58.
174. Гаркунов Д.Н. Новое научное открытие в трибологии на основе самоорганизации // Ремонт. Восстановление. Модернизация. – 2019. – № 6. – С. 18-25.
175. Бершадский Л.И. Самоорганизация трибосистем и концепция износостойкости // Трение и износ. – 1992. – Т. 13. – № 6. – С. 1077-1094.
176. Заковоротный В.Л., Шаповалов В.В. Исследование комплексного коэффициента трения. Трение и износ. 1987. Т. 8. № 5. С. 722-728.
177. Zakovorotniy V.L. The study of the complex coefficient of friction. Трение и износ. 1987. Т. 8. С. 22.
178. Заковоротный В.Л., Шаповалов В.В., Колесников В.И. Транспортная триботехника (трибомеханика) / Ростов-на-Дону, 2006. Том 2,-462 с.

179. Пуш А.В. Шпиндельные узлы. Качество и надежность. М.: Машиностроение, 1992, - 288 с.
180. Пуш А.В. Оценка качество привода прецизионных шпиндельных узлов по областям состояний выходных параметров точности. / Станки и инструмент, 1985, № 2, с. 12-15.
181. Пуш А.В., Зверев И.А. Шпиндельные узлы. Проектирование и исследование. М.: Изд-во «Станкин», 2000,197 с.
182. Кушнер, В. С. Теория стружкообразования: монография / В. С. Кушнер, О. Ю. Бургонова. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011 – 176 с.
183. Зорев, Н. Н. Развитие науки о резании металлов / Н. Н. Зорев, Г. И. Грановский, М. Н. Ларин и другие. – М. : Машиностроение, 1967. – 416 с.
184. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. М.: Машиностроение, 1975 344 с.
185. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. М.: Высш.шк., 1985 304 с.
186. Неймарк Ю.И. Робастная устойчивость и D-разбиение // Автоматика и телемеханика. 1992 № 7 – С. 10-18.
187. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы //Докл. АН СССР, 1937 Т.14. № 5 – С. 247–250.
188. Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П. Нелинейная динамика и проблемы прогноза. Вестник РАН. 2001. № 3, 210 – 232 с.
189. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. – Саратов: изд-во Саратовского университета, 1999. – 368 с.
190. Анищенко В.С.. Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. Москва: Издательская группа URSS, 2009. - 320с. Изд.2, доп.
191. Анищенко В.С., Астахов, В.В., Вадивасова Т.Е, Стрелкова Г.И. Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний: Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2008. - 136 с.
192. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Кислов К.В., Веремеев Д.Н. Влияние деформаций инструмента и заготовки в направлении скорости резания на динамику обработки. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2023. № 8 (761). С. 51-67.
193. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. М.: Эдиториал УРСС. 2004.-318 с.
194. Эбилинг В., Энгель А., Файстель Р. Физика процессов эволюции. Синергетический подход. М: УРСС, 2001.
195. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. - М.: Машиностроение, 1987 - 288 с.
196. Иванов Н.И. Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом: Учебник. – М.: Логос, 2008.– 424 с.
197. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч.2. Динамика системы материальных точек. М.: «Наука», 1972. 332 с.

198. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние кинематических возмущений в направлении продольной подачи на траектории формообразующих движений // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2016. – № 4 (192). – С. 67-76.
199. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. The Influence of Kinematic Perturbations on Stability of Shape-generating Movement Trajectory // International Conf. on Industrial Engineering, ICIE 2017, Procedia Engineering. – 2017. – Vol.204. – pp. 157-162 DOI: 10.1016/j.proeng. 2017. 10.453.
200. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние биений шпиндельной группы на притягивающие множества деформационных смещений инструмента при точении //Вестник ДГТУ.2017,Т.1,№ 4 (91). – С. 22-33.
201. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в зависимости от биений шпиндельной группы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2017. – Т. 25. № 6. – С. 38-56.
202. Zakovorotny V. L., Gvindjiliya V. E. Mathematical Modeling of Wear of Cutter on Back Edge by Taking into Account Beating and Kinematic //Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering: ICIE 2018. – Springer, 2018. – С. 241.
203. Zakovorotny V., Gvindjiliya V. Synergies in control of the cutting processes //MATEC Web of Conferences. – EDP Sciences, 2018. – Т. 226. – С. 02009.
204. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. The change of the properties of the turning process by introducing vibrations in the cutting zone // MATEC Web Conf.Volume 226, 2018XIV International Scientific-Technical Conference “Dynamic of Technical Systems” (DTS-2018),No. 02010:[Электронный ресурс]. URL: https: //doi.org/10.1051/ matecconf/ 201822602010.
205. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. Dynamic influence of spindle wobble in a lathe on the workpiece geometry // Russian Engineering Research. – 2018. – Vol. 38. – № 9. – pp. 723-725.
206. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of Spindle Wobble in Turning on the Workpiece’s Surface Topology // Russian Engineering Research. – 2018. – Vol. 38. № 10. – pp. 818–823 DOI: 10.3103/S1068798X18100192.
207. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory // Russian Engineering Research. – 2018. – Vol. 38. № 8. – pp. 623-631.
208. Гвинджилия В. Е. Вибрационное управление износом задней грани инструмента при точении / В. Е. Гвинджилия // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). – 2026. – Т. 26, № 1. – С. 2103.
209. Zakovorotnyi V.L., Gvindjilia V.E. Influence of kinematic perturbations on shape-generating movement trajectory stability. Procedia Engineering. International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2017. 2017. С. 157-162.
210. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. The change of the properties of the turning process by introducing vibrations in the cutting zone // MATEC Web Conf.Volume 226, 2018XIV International Scientific-Technical Conference “Dy-

namic of Technical Systems" (DTS-2018),No. 02010:[Электронный ресурс]. URL: https: //doi.org/10.1051/ matecconf/ 201822602010.
211. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. Dynamic influence of spindle wobble in a lathe on the workpiece geometry // Russian Engineering Research. – 2018. – Vol. 38. – № 9. – pp. 723-725.
212. Zakovorotnyi V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of Spindle Wobble in Turning on the Workpiece's Surface Topology // Russian Engineering Research. – 2018. – Vol. 38. № 10. – pp. 818–823 DOI: 10.3103/S1068798X18100192.
213. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory // Russian Engineering Research. – 2018. – Vol. 38. № 8. – pp. 623-631.
214. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Анализ влияния биений шпиндельной группы токарного станка на траектории деформационных смещений инструмента // СТИН. – 2018. – № 2. – С. 11-20.
215. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Динамический анализ влияния биений шпиндельной группы токарного станка на геометрическую топологию детали // СТИН. – 2018. – № 3. – С. 23-25.
216. Заковоротный, В. Л. Влияние вибраций на геометрические характеристики детали при продольном точении / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2024. – № 9(774). – С. 52-71.
217. Zakovorotnyi V. L., Gvindjiliya V. E. Influence of speeds of forming movements on the properties of geometric topology of the part in longitudinal turning //Journal of Manufacturing Processes. – 2024. – Т. 112. – С. 202-213.
218. Хинчин, А. Я. Математические основания статистической механики. / А. Я. Хинчин. - Изд. 3-е, доп. - Москва : ЛЕНАНД, 2015. – 161.
219. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1986.- 535 с.
220. Блек Р. О механизме большой пластической деформации. Электронная микроскопия металлических стружек./ Труды американского общества инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1971, №2, тс.132-134.
221. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1976, в 2-х томах.
222. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М: Радио и связь, 1982. -624 с.
223. Л.Заде, Ч. Дезоер. Теория линейных систем. Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, М. , 1970, 704 с.
224. Блехман И.И., Молясян С.А. Об эффективных коэффициентах трения при взаимодействии упругого тела с вибрирующей плоскостью. Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1970. № 4. С. 4-10.
225. Блехман И.И., Гортинский В.В., Дулаев В.Г., Нагаев Р.Ф. Движение материальной частицы по шероховатой плоскости, совершающей колебания, близкие к круговым поступательным. Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1971. № 2. С. 136-141.

226. Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Об эффективных коэффициентах трения при вибрациях. Известия Академии наук СССР. Серия физическая. 1958. Т. 22. № 5. С. 13-21.
227. Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Об эффективных коэффициентах трения при вибрациях. Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук. 1958. № 7. С. 98-101.
228. Трипалин А.С., Буйло С.И. Акустическая эмиссия. Физико-механические аспекты. Ростов-на-Дону: изд-во РГУ. 1986,-160 с.
229. Гусев О.В. Акустическая эмиссия при деформировании монокристаллов тугоплавких металлов. М.: Наука, 1982,- 108 с.
230. Zakovorotny V., Gvindjiliya V. The features of the evolution of the dynamic cutting system due to the regenerative effect. В сборнике: AIP Conference Proceedings. Proceedings of the XVII INTERNATIONAL SCIENTIFIC-TECHNICAL CONFERENCE “DYNAMICS OF TECHNICAL SYSTEMS” (DTS-2021). Rostov-on-Don, 2023. С. 030002.
231. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Тимашова С.В. Управляемая самоорганизация динамической системы продольного точения в ходе эволюции. В сборнике: Современные тенденции развития инструментальных систем и металлообрабатывающих комплексов. Сборник трудов научно-технической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки и техники Российской Федерации, доктора технических наук, профессора А.А. Рыжкина. 2022. С. 59-70.
232. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Improving the efficiency of machining on metal-cutting machines by aligning the cnc program and the evolutionarily changing cutting dynamics. В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. Сер. "Intelligent Information Technology and Mathematical Modeling 2021, IITMM 2021- Mathematical Modeling and Computational Methods in Problems of Electromagnetism, Electronics and Physics of Welding" 2021. С. 052027.
233. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Связь самоорганизации динамической системы резания с изнашиванием инструмента. Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2020. Т. 28. № 1. С. 46-61.
234. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние динамики резания на выбор технологических режимов, обеспечивающих минимальное изнашивание режущих инструментов. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2020. Т. 22. № 4. С. 54-70.
235. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Лапшин В.П. Деформационная динамика инструмента в процессе эволюции системы резания. СТИН. 2020. № 12. С. 7-12.
236. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Колодкин П.С. Влияние динамических свойств взаимодействующих подсистем на эволюцию формирования избирательного переноса в узлах трения. Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19. № 2. С. 104-112.
237. Zakovorotny V.L., Lapshin V.P., Gvindjiliya V.E., Ahn N.D. The energy efficiency of the process of metal cutting at the expense of the sustainability of the evolu-

tionary trajectory of the cutting. В сборнике: E3S Web of Conferences. 2019. С. 01017.
238. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Перестройка динамической системы резания в процессе эволюции. Проблемы математического моделирования и динамического мониторинга. В книге: Актуальные проблемы науки и техники. 2018. Материалы национальной научно-практической конференции. 2018. С. 123-125.
239. Заковоротный В. Л., Гвинджилия В.Е. Связь притягивающих множеств деформаций инструмента с пространственной ориентацией упругости и регенерацией сил резания при точении // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2022. – Т. 30, № 1. – С. 37-56.
240. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Эволюция динамической системы резания, обусловленная необратимыми преобразованиями энергии в зоне обработки. СТИН. 2018. № 12. С. 17-25.
241. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Self-organization and evolution in dynamic friction systems. Journal of Vibroengineering. 2021. Т. 23. № 6. С. 1418-1432.
242. Старков, В.К. Физика и оптимизация резания материалов. Москва, Машиностроение, 2009. 640 с.
243. Лоладзе Т. Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1982, 320 с.
244. Astakhov, V.P. Geometry of Single-point Turning Tools and Drills. Fundamentals and Practical Applications / V.P. Astakhov. – London: Springer, 2010. – 566 с.
245. Кожевников, Д.В. Резание материалов: учебник / Д.В. Кожевников, С.В. Кирсанов. – М.: Инновационное машиностроение, 2022. – 304 с.
246. Мазур, Н.П. Основы теории резания материалов: учебник / Н.П. Мазур, Ю.Н. Внуков, А.И. Грабченко, В.Л. Доброскок, В. А. Залога, Ю. К. Новоселов, Ф. Я. Якубов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – 534 с.
247. Макаров А.Д. Оптимизация процессов резания. М:, Машиностроение, 1976. - 278 с.
248. Способ определения оптимальной скорости резания : а. с. 657918 СССР / А. Д. Макаров [и др.]. —№ 233161/08 ; заявл. 03.03.76 ; опубл. 28.04.79, Бюл. № 15 — 5 с.
249. Патент RU 2 535 839 C2 МПК8 B23B 1/00 (20.12.2014) Способ определения оптимальной скорости резания / Е.В. Артамонов, Д.В. Васильев.
250. Сальников В. С., Хоанг Ван Чи. Анализ процессов управления режимами резания по температурному критерию. Известия Тульского государственного университета. Технические науки.2023, 12-17 с.
251. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: «Наука», 1976, с. 460-474.
252. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир. 1970. 720 с.
253. Бородкин Н.Н., Васин Л.А., Васин С.А.. Особенности точения прерывистых поверхностей резцами с державками различных конструкций. СТИН. 2018. № 4. С. 26-30.

254. Васин С.А., Васин Л.А., Кошелева А.А., Бородкин Н.Н. РЕЗЕЦ. Патент на полезную модель RU 70471 U1, 27.01.2008. Заявка № 2007135626/22 от 26.09.2007.
255. Васин С.А., Васин Л.А., Бородкин Н.Н. Проектирование режущего инструмента с корпусом из нетрадиционных материалов. Тула: изд-во ТулГУ. 2007, - 130 с.
256. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р. Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей (теоретико-вероятностный подход). М.: Наука, 1975, 344 с.
257. Суслов А.Г. Технологическое обеспечение параметров состояния поверхностного слоя деталей. М.: Машиностроение, 1987. – 208 с.
258. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Изучение отображения вибрационных возмущений в геометрии, формируемой резанием поверхности при точении. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2024. Т. 26. № 2. С. 107-126.
259. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Кислов К.В. Информационные свойства частотных характеристик динамической системы резания при диагностике износа инструментов. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2024. Т. 26. № 3. С. 114-134.
260. Гвинджилия В.Е., Заковоротный В.Л. Построение 3d-модели геометрической топологии поверхности детали на основе деформационных смещений инструмента. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2023688372, 21.12.2023. Заявка № 2023685238 от 22.11.2023.
261. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Свойства притягивающих множеств деформационных смещений инструмента в траекториях формообразующих движений при точении изделий. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2022. № 3 (744). С. 15-30.
262. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Связь самоорганизации динамической системы резания с изнашиванием инструмента. Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2020. Т. 28. № 1. С. 46-61.
263. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние динамики резания на выбор технологических режимов, обеспечивающих минимальное изнашивание режущих инструментов. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2020. Т. 22. № 4. С. 54-70.
264. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Athematical modeling of wear of cutter on back edge by taking into account beating and kinematic perturbations. В сборнике: Proceedings of the 4th International conference on industrial engineering ICIE 2018. Lecture notes in mechanical engineering. 2019. С. 241-250.
265. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Зависимость изнашивания инструмента и параметров качества формируемой резанием поверхности от динамических характеристик. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2019. Т. 21. № 4. С. 31-46.
266. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Анализ влияния биений шпиндельной группы токарного станка на траектории деформационных смещений инструмента. СТИН. 2018. № 2. С. 11-20.

267. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Динамический анализ влияния биений шпиндельной группы токарного станка на геометрическую топологию детали. СТИН. – 2018. – № 3. – С. 23-25.
268. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние биений шпиндельной группы на геометрическую топологию поверхности детали при токарной обработке // СТИН. – 2018. – № 4. – С. 35-40.
269. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in turning on the workpiece's surface topology. Russian Engineering Research. 2018. Т. 38. № 10. С. 818-823.
270. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory. Russian Engineering Research. 2018. Т. 38. № 8. С. 623-631.
271. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в зависимости от биений шпиндельной группы. Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25. № 6. С. 38-56.
272. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений. Вестник Донского государственного технического университета. 2017. Т. 17. № 1 (88). С. 35-46.
273. Zakovorotny V.L., Gvindjilia V.E. Influence of kinematic perturbations on shape-generating movement trajectory stability. В сборнике: International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2017. Сер. "Procedia Engineering" 2017. С. 157-162.
274. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние кинематических возмущений в направлении продольной подачи на траектории формообразующих движений. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2016. № 4 (192). С. 67-*76.*
275. Гвинджилия В.Е., Фоминов Е.В., Моисеев Д.В., Гамалеева Е.И., Влияние динамических характеристик процесса резания на геометрические оценки качества поверхности детали при токарной обработке // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2023. – № 3 (76). – С. 30–50. – doi: 10.17212/1994-6309-2017-3-30-50.
276. Lapshin Viktor *, Turkin Ilya, Gvindzhiliya Valeriya, Dudinov Ilya and Gamaleev Deni . Development of a Conceptual Scheme for Controlling Tool Wear During Cutting, Based on the Interaction of Virtual Models of a Digital Twin and a Vibration Monitoring System.
277. Fominov E.V., Gvindjiliya V.E., Egorova R.V., Gladckih D.I. Characteristics of experimental hard alloy wc+(co+mo+ti) in the process of friction against steels 15kh2nmfa and 10gn2mfa without lubrication. Metallurgist. 2024.
278. Gvindjiliya V., Fominov E., Moiseev D., Lavrenova T. Evaluation of tribo-vibration characteristics of the finishing turning process of heat-resistant structural steel 20mnmoni5-5. E3S Web of Conferences. 2024. Т. 515. С. 02012.
279. Altintas Y. et al. Virtual process systems for part machining operations //CIRP Annals. – 2014. – Т. 63. – No. 2. – С. 585-605.

280. Altintas Y. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. – Cambridge university press, 2012.
281. Araghizad A. E. et al. Smart Tool-Related Faults Monitoring System Using Process Simulation-Based Machine Learning Algorithms //Journal of Machine Engineering. – 2023. – Т. 23.
282. Berenji K. R. et al. Development of turn-milling machine tool program parameters based on basic cutting geometry //8th International Symposium on Machining. – 2017. – С. 148-56.
283. Сергеев В.И., Артоболевский И.И., Генкин М.Д. Акустическая динамика машин. Вестник Академии наук СССР. 1968. Т. 38. № 11. С. 50-59.
284. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. - М.: Машиностроение, 1987. - 288 с.
285. Артоболевский И.И., Бобровницкий Ю.И., Генкин М.Д. Введение в акустическую динамику машин. - М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. - 296 с.
286. Явленский А.К., Явленский К.Н. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. - Л.; Машиностроение, 1983. - 239 с.
287. Бобровницкий Ю.И., Генкин М.Д., Морозов К.Д. Новый метод акустической диагностики // Динамика и акустика машин. - М.: Наука, 1971. - С. 98-108.
288. Вибродиагностика, триботехника, вибрация и шум: моногр. сборник/Под ред. А.А.Санникова, Н.В.Куцубиной. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2009. –416 с.
289. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Системно-синергетический анализ и синтез управляемого процесса резания. Наукоемкие технологии в машиностроении. 2024. № 9 (159). С. 3-13.
290. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Тимашова С.В. Управляемая самоорганизация динамической системы продольного точения в ходе эволюции. В сборнике: Современные тенденции развития инструментальных систем и металлообрабатывающих комплексов. Сборник трудов научно-технической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки и техники Российской Федерации, доктора технических наук, профессора А.А. Рыжкина. 2022. С. 59-70.
291. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Фесенко Э.О. Использование синергетической концепции при определении программы ЧПУпри токарной обработке. Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2022. Т. 24. № 4. С. 98-112.
292. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Process control synergetics for metal-cutting machines. Journal of Vibroengineering. 2022. Т. 24. № 1. С. 177-189.
293. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Синергетическая концепция при управлении процессами обработки на металлорежущих станках. В сборнике: Системный синтез и прикладная синергетика. сборник научных работ X Всероссийской научной конференции. Ростов-на-Дону, Таганрог, 2021. С. 19-24.
294. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Alignment the controlled trajectories of the machine's executive elements with the properties of the cutting system. В сборни-

ке: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 16. Сер. "Dynamics of Technical Systems, DTS 2020" 2021. С. 012024.
295. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Improving the efficiency of machining on metal-cutting machines by aligning the cnc program and the evolutionarily changing cutting dynamics. В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. Сер. "Intelligent Information Technology and Mathematical Modeling 2021, IITMM 2021- Mathematical Modeling and Computational Methods in Problems of Electromagnetism, Electronics and Physics of Welding" 2021. С. 052027.
296. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Синергетическая концепция при программном управлении процессами обработки на металлорежущих станках. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 5 (734). С. 24-36.
297. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Определение оптимальных координат переключения циклов обработки на металлорежущих станках // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2021. – Т. 23. – № 1. – С. 56-67.
298. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Синергетический подход к повышению эффективности управления процессами обработки на металлорежущих станках // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2021. – Т. 23, № 3. – С. 84–99.
299. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Лапшин В.П. Деформационная динамика инструмента в процессе эволюции системы резания. СТИН. 2020. № 12. С. 7-12.
300. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Подольцев В.В. Синергетическая парадигма управления процессами обработки на станках. В сборнике: Системный синтез и прикладная синергетика. Сборник научных работ IX Всероссийской научной конференции. 2019. С. 19-29.
301. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Синергетический подход к управлению процессом обработки на станках токарной группы. Наукоемкие технологии в машиностроении. 2019. № 11 (101). С. 29-38.
302. Zakovorotny V., Gvindjiliya V. Synergies in control of the cutting processes. В сборнике: MATEC Web of Conferences. 2018. С. 02009.
303. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Улучшение динамического качества процесса точения на основе согласования его динамических параметров с геометрией инструмента. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2018. № 4 (200). С. 61-71.
304. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. - Москва : Физматгиз, 1961. - 391 с.
305. Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Понтрягин Л. С. Теория оптимальных процессов. I. Принцип максимума // Известия Российской академии наук. Серия математическая. – 1960. – Т. 24. – №. 1. – С. 3-42.

306. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы. 1966. – 308 с.

Приложение 1. Определение линеаризованного уравнения в вариациях для подсистемы «быстрых» движений

Линеаризованное уравнение в вариациях относительно точки равновесия упругих деформационных смещений инструмента относительно заготовки, рассматриваемой в подвижной системе координат, позволяет выяснить свойства равновесия, прежде всего, его устойчивость. Вначале рассмотрим уравнения системы, в которой силами, действующими на задние грани режущего инструмента, можно пренебречь.

Для этого случая исходным уравнением подсистемы «быстрых» движений без учета изгибных деформаций инструмента и сил, формируемых в области контакта задней грани инструмента и заготовки, является

$$\begin{cases} \mathbf{m}^{(\mathrm{X})}\dfrac{\mathbf{d}^2\mathbf{X}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}^{(\mathrm{X})}\dfrac{\mathbf{dX}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\mathrm{X})}\mathbf{X}=\mathbf{F}; \\ \mathbf{m}^{(\mathrm{Y})}\dfrac{\mathbf{d}^2\mathbf{Y}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}^{(\mathrm{Y})}\dfrac{\mathbf{dY}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\mathrm{Y})}\mathbf{Y}=\mathbf{F}; \\ T^{(0)}dF^{(0)}/dt+F^{(0)}=\rho_0\{1+\mu\exp[-\nu(V_3-v_{X,3}-v_{\mathrm{Y},3})]\}\times \\ \times[t_{\mathrm{p}}(t)-X_1-Y_1]\int\limits_{t-T}^{t}\{V_2-v_{X,2}(\xi)-v_{\mathrm{Y},2}(\xi)\}d(\xi), \end{cases} \qquad (\mathrm{П}.1.1)$$

где - $\mathbf{F}=\{F_1,F_2,F_3\}^T=F^{(0)}\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T$ силы резания, действующие на подсистемы инструмента и заготовки (здесь $\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}$–угловые коэффициенты, удовлетворяющие условиям нормировки $(\chi_1)^2+(\chi_2)^2+(\chi_3)^2=1$;

$\mathbf{X}=\{X_1,X_2,X_3\}^T\in\Re_X^{(3)}$ - вектор деформационных смещений вершины инструмента относительно координат несущей системы станка; $\mathbf{Y}=\{Y_1,Y_2,Y_3\}^T\in\Re_X^{(3)}$ - вектор деформационных смещений заготовки в точке контакта с ней вершины инструмента; $\mathbf{V}=\{V_1,V_2,V_3\}^T\in\Re_L^{(3)}$ - вектор заданных и постоянных скоростей исполнительных элементов станка (соответственно скоростей поперечной и продольной подачи), в рассматриваемом случае $V_1=0$;

$\mathbf{h}^{(\mathrm{X})}=\left[h_{i,j}^{(X)}\right],i,j=1,2,3$, $\mathbf{h}^{(\mathrm{Y})}\left[h_{i,j}^{(Y)}\right],i,j=1,2,3$, $\mathbf{c}^{(\mathrm{X})}\left[c_{i,j}^{(X)}\right],i,j=1,2,3$, $\mathbf{c}^{(\mathrm{Y})}\left[c_{i,j}^{(Y)}\right],i,j=1,2,3$ - соответственно симметричные и положительно определенные (потенциальные) матрицы

скоростных и упругих деформаций подсистемы инструмента и заготовки; $\mathbf{m^{(X)}} = diag\left[m_i^{(X)}\right], i = 1,2,3, m_i^{(X)} = m_0^{(X)}$, $\mathbf{m^{(Y)}} = diag\left[m_i^{(Y)}\right], i = 1,2,3, m_i^{(Y)} = m_0^{(Y)}$ - соответственно диагональные матрицы инерционных коэффициентов подсистем инструмента и заготовки; $\mathbf{v_X} = \{v_{X_1}, v_{X_2}, v_{X_3}\}^T \in \Re_X^{(3)}, \mathbf{v_Y} = \{v_{Y_1}, v_{Y_2}, v_{Y_3}\}^T \in \Re_X^{(3)}$- соответственно векторы упругих деформаций инструмента и заготовки; $T^{(0)}$- постоянная времени стружкообразования; ρ_0- давление стружки на переднюю грань инструмента в области больших скоростей резания, значение давления в области малых скоростей равно $\rho_0(1+\mu)$; T - время оборота заготовки $T = (\Omega)^{-1}$, Ω - циклическая частота ее вращения; μ - безразмерный параметр крутизны изменения давления стружки на переднюю грань инструмента.

Пусть задана точка равновесия упругих деформаций системы, рассматриваемая в подвижной системе координат, движение которой задается траекториями исполнительных элементов станка, $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}^T = const$, $\mathbf{Y}^* = \{Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*\}^T = const$ при $\mathbf{V} = \{V_1, V_2, V_3\}^T = const.$ В точке равновесия выполняются условия: $\mathbf{F} = \mathbf{F}^* = const.$, $F^{(0)} = F^{(0,*)} = const.$, $\mathbf{v_X} = 0$, $\mathbf{v_Y} = 0$, $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t-T)$ и $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{Y}(t-T)$. Поэтому для точки равновесия вместо (П.1.1) имеем

$$\begin{cases} \mathbf{c^{(X)}X^* = F^*;} \\ \mathbf{c^{(Y)}Y^* = F^*;} \\ F^{(0)} = \rho_0\{1-\mu\exp[-\nu(V_3)]\}[t_P(t) - X_1 - Y_1]S_P^{(0)}, \end{cases} \qquad (П.1.2)$$

где $S_P^{(0)} = \int_{t-T}^{t}\{V_2\}d(\xi) = V_2T$.Введем в рассмотрение малые вариации относительно $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}^T$ и $\mathbf{Y}^* = \{Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*\}^T$: $\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}^* = \mathbf{x}(t) = \{x_1, x_2, x_3\}^T \in \Re_X^{(3)}$, $\mathbf{Y}(t) - \mathbf{Y}^* = \mathbf{y}(t) = \{y_1\, y_2, y_3\}^T \in \Re_X^{(3)}$, а также $F^{(0)}(t) - F^{(0,*)} = f^{(0)}(t)$, то есть $\mathbf{f(t)} = \{f_1, f_2, f_3\}^T = f^{(0)}(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$. Тогда уравнение в вариациях относительно равновесия будет

$$\begin{cases} \mathbf{m}^{(\mathrm{X})}\dfrac{\mathbf{d}^2\mathbf{x}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}^{(\mathrm{X})}\dfrac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\mathrm{X})}\mathbf{x}=\mathbf{f(t)}; \\ \mathbf{m}^{(\mathrm{Y})}\dfrac{\mathbf{d}^2\mathbf{y}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}^{(\mathrm{Y})}\dfrac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\mathrm{Y})}\mathbf{y}=\mathbf{f(t)}; \\ T^{(0)}df^{(0)}/dt+f^{(0)}=\rho_0\{1-\mu\exp[-\nu(V_3-v_{X,3}-v_{\mathrm{Y},3})]\}\times \\ \times[t_P^{(0,*)}-x_1-y_1]\{S_P^{(0,*)}-x_2-y_2\}-\rho_0\{1-\mu\exp(-\nu V_3)\}t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}, \end{cases} \qquad (\text{П.1.3})$$

где $t_P^{(0,*)}=t_P^{(0)}-X_1^*-Y_1^*$. В (П.1.13) принято во внимание, что в равновесии $\mathbf{X}(t)=\mathbf{X}(t-T)$ и $\mathbf{Y}(t)=\mathbf{Y}(t-T)$. Заметим, что при $\mathbf{f(t)}\to 0$, $\mathbf{x}(t)\to 0$ и $\mathbf{y}(t)\to 0$.

Для получения линеаризованного уравнения в вариациях, ответственного за асимптотическую устойчивость точки равновесия упругих деформаций, необходимо в (П.1.3) линеаризовать нелинейный член $\rho_0\left\langle \begin{matrix} \{1+\mu\exp[-\nu(V_3-v_{X,3}-v_{\mathrm{Y},3})]\}(t_P^{(0,*)}-x_1-y_1)(S_P^{(0,*)}-x_2-y_2)- \\ -\{1+\mu\exp(-\nu V_3)\}t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} \end{matrix} \right\rangle$. Примем во внимание, что вариации координат относительно равновесия есть малые величины, так как рассматривается устойчивость точки равновесия. Тогда справедливо:

$$\begin{cases} x_i(t)x_j(t)\to 0,\ y_i(t)y_j(t)\to 0,\ x_i(t)y_j(t)\to 0,\ i,j=1,2; \\ x_i(t)v_3(t)\to 0,\ y_i(t)v_3(t)\to 0,\ i=1,2; \\ \exp\{w_{x_3}\}=1+w_{x_3}+\varepsilon,\ \varepsilon\to 0. \end{cases} \qquad (\text{П.1.4})$$

Тогда из (П.1.3) имеем линеаризованное уравнение в вариациях

$$\begin{cases} \mathbf{m}^{(\mathrm{X})}\dfrac{\mathbf{d}^2\mathbf{x}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}^{(\mathrm{X})}\dfrac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\mathrm{X})}\mathbf{x}=\mathbf{f(t)}; \\ \mathbf{m}^{(\mathrm{Y})}\dfrac{\mathbf{d}^2\mathbf{y}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{h}^{(\mathrm{Y})}\dfrac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{c}^{(\mathrm{Y})}\mathbf{y}=\mathbf{f(t)}; \\ T^{(0)}df^{(0)}/dt+f^{(0)}=\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)][\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}(v_{X_3}+v_{Y_3})- \\ -(S_P^{(0,*)}y_1+S_P^{(0,*)}x_1+t_P^{(0,*)}x_2+t_P^{(0,*)}y_2)]\}, \end{cases} \qquad (\text{П.1.5})$$

В частности, если $T^{(0)}\to 0$, то

$$\mathbf{M}\frac{\mathbf{d}^2\mathbf{z}}{\mathbf{dt}^2}+\mathbf{H}\frac{\mathbf{dz}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{Cz}=\mathbf{0}, \qquad (\text{П.1.6})$$

где $\mathbf{z}(t)=\{z_1(t),z_2(t),\ldots z_6(t)\}^T=\{x_1(t),x_2(t),x_3(t),y_1(t)y_2(t)y_3(t)\}^T$;

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}
h_{1,1}^{(X)} & h_{2,1}^{(X)} & h_{3,1}^{(X)}-\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_1\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} & \Leftrightarrow\\
h_{1,2}^{(X)} & h_{3,3}^{(X)} & h_{3,2}^{(X)}-\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_2\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} & \Leftrightarrow\\
h_{1,3}^{(X)} & h_{2,3}^{(X)} & h_{3,3}^{(X)}-\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_3\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} & \Leftrightarrow\\
0 & 0 & -\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_1\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} & \Leftrightarrow\\
0 & 0 & -\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_2\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} & \Leftrightarrow\\
0 & 0 & -\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_3\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)} & \Leftrightarrow
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
\Leftrightarrow & 0 & 0 & -\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_1\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}\\
\Leftrightarrow & 0 & 0 & -\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_2\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}\\
\Leftrightarrow & 0 & 0 & -\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_3\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}\\
\Leftrightarrow & h_{1,1}^{(Y)} & h_{2,1}^{(Y)} & h_{3,1}^{(Y)}-\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_1\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}\\
\Leftrightarrow & h_{1,2}^{(Y)} & h_{2,2}^{(Y)} & h_{3,2}^{(Y)}-\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_2\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}\\
\Leftrightarrow & h_{1,3}^{(Y)} & h_{2,3}^{(Y)} & h_{3,3}^{(Y)}-\rho_0[1-\mu\exp(-\nu V_3)]\chi_3\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}
\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}
c_{1,1}^{(X)}+\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & c_{2,1}^{(X)}+\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & c_{3,1}^{(X)} & \Leftrightarrow\\
c_{1,2}^{(X)}+\chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & c_{3,3}^{(X)}+\chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & c_{3,2}^{(X)} & \Leftrightarrow\\
c_{1,3}^{(X)}+\chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & c_{2,3}^{(X)}+\chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & c_{3,3}^{(X)} & \Leftrightarrow\\
\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & +\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & 0 & \Leftrightarrow\\
\chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & +\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & 0 & \Leftrightarrow\\
\chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & +\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & 0 & \Leftrightarrow
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
\Leftrightarrow & \chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & \chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & 0\\
\Leftrightarrow & \chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & \chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & 0\\
\Leftrightarrow & \chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & \chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & 0\\
\Leftrightarrow & c_{1,1}^{(Y)}+\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & c_{2,1}^{(Y)}+\chi_1\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & c_{3,1}^{(Y)}\\
\Leftrightarrow & c_{1,2}^{(Y)}+\chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & c_{2,2}^{(Y)}+\chi_2\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & c_{3,2}^{(Y)}\\
\Leftrightarrow & c_{1,3}^{(Y)}+\chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]S_P^{(0,*)} & c_{2,3}^{(Y)}+\chi_3\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)]t_P^{(0,*)} & c_{3,3}^{(Y)}
\end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}
m_0^{(X)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & m_0^{(X)} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & m_0^{(X)} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & m_0^{(Y)} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & m_0^{(Y)} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_0^{(Y)}
\end{bmatrix}.$$

Необходимо отметить, что в линеаризованном уравнении в вариациях относительно точки равновесия матрицы суммарные матрицы скоростных коэффициентов не являются симметричными. Поэтому за счет реакции со стороны процесса резания естественным образом формируются как гироскопические, так и циркуляционные силы, оказывающие принципиальное влияние на формируемые деформационные смещения.

В том случае, если дополнительно учитывать силы $\mathbf{\Phi}$, формируемые в контакте задней грани инструмента и заготовки, то необходимо рассмотреть нели-

нейную функцию, определяющую зависимость этих сил от координат состояния системы. Ограничимся случаем, когда режущее лезвие расположено в направлении, нормальном к оси вращения заготовки, то есть угол $\varphi = \pi/2$. Кроме этого положим, что $\varphi^1 \to 0$. Тогда, для продольного точения при $V_1 = 0$, как показано во второй главе (см. (2.21)), модель сил, действующих на задние грани инструмента, можно представить в виде

$$\begin{cases} \Phi_{X_1}(t) = \rho_0^{(1)}\{\int\limits_{t-T}^{t}[V_2 - v_{X_2}(\xi) - v_{Y_2}(\xi)]d\xi\}\{\exp[-\psi_1\alpha_\Sigma^{(1)}(t)]\}; \\ \Phi_{X2}(t) = \rho_0^{(2)}\{[t_P^{(0)} - X_1(t) - Y_1(t)]\exp[-\psi_2\alpha_\Sigma^{(2)}(t)]\}; \\ \Phi_{X3}(t) = k_T\{\Phi_{X_1}(t) + \Phi_{X2}(t)\}, \end{cases} \qquad (\text{П.1.7})$$

где $\alpha_{0,2}, \alpha_{0,1}$ - главный задний и вспомогательный углы иструмента в статике (при $V_2 = 0$);

$$\alpha_\Sigma^{(1)} = \alpha_{0,1} - arctg\{\frac{V_2 - v_{X_2}(t) - v_{Y_2}(t)}{V_3 - v_{X_3}(t) - v_{Y_3}(t)}\} = \alpha_{0,1} - arctg\{w_1(t)\},$$

$$\alpha_\Sigma^{(2)} = \alpha_{0,2} - arctg\{\frac{-v_{X_1}(t) - v_{Y_1}(t)}{V_3 - v_{X_3}(t) - v_{Y_3}(t)}\} = \alpha_{0,2} - arctg\{w_2(t)\};$$

$\rho_0^{(1)}$, $\rho_0^{(2)}$ - соответственно жесткости контакта в области сопряжения вспомогательной и главной задней граней инструмента и заготовки. Для равновесия при $V_1 = 0$, $V_2 = const$ и $V_3 = const$ справедливо

$$\begin{cases} \Phi_{X_1} = \rho_0^{(1)} S_P^{(0)} \exp\{-\psi_1[\alpha_{0,1} - arctg(\frac{V_1}{V_3})]\}; \\ \Phi_{X2} = \rho_0^{(2)}[t_P^{(*)}]\exp\{-\psi_2[\alpha_{0,1} - arctg(\frac{V_2}{V_3})]\}; \\ \Phi_{X3} = k_T\{\Phi_{X_1} + \Phi_{X2}\}. \end{cases} \qquad (\text{П.1.8})$$

В (П.1.8) $\Phi_{X_i} = \Phi_i^{(0)} = const, i = 1,2,3$, так как $V_i = const, i = 1,2,3$, а также $v_{X_i}(t) = 0, i = 1,2,3$, $v_{Y_i}(t) = 0, i = 1,2,3$.

Дополнительные силы $\phi_i(t), i = 1,2,3$, формируемые в области контакта задних граней инструмента и заготовки, в вариациях относительно $\Phi_{X_i} = \Phi_i^{(0)} = const, i = 1,2,3$, очевидно, определяются

$$\begin{cases} \phi_1(t) = \rho_0^{(1)}\{[S_P^{(0)} - x_2(t) - y_2(t)]\}\{\exp[-\psi_1\alpha_\Sigma^{(1)}(t)]\} - \\ - \rho_0^{(1)} S_P^{(0)} \exp\{-\psi_1[\alpha_{0,1} - arctg(\frac{V_1}{V_3})]\}; \\ \phi_2(t) = \rho_0^{(2)}\{[t_P^{(*)} - x_1(t) - y_1(t)]\exp[-\psi_2\alpha_\Sigma^{(2)}(t)]\} - \\ - \rho_0^{(2)}[t_P^{(*)}]\exp\{-\psi_2[\alpha_{0,2} - arctg(\frac{V_2}{V_3})]\}; \\ \phi_3(t) = k_T\{\phi_1(t) + \phi_2(t)\}, \end{cases} \qquad (П.1.9)$$

Выражения (П.1.9) содержит две нелинейные функции $\exp[-\psi\alpha]$ и $акctg(w)$, а также мультипликативные формы координат состояния и технологических режимов в вариациях относительно равновесия. Известны следующие представления нелинейных функций $\exp[-\psi\alpha]$ и $акctg(w)$ в виде радов Тейлора:

$$\exp[-\psi\alpha] = 1 - (\psi\alpha) + \frac{1}{2!}(\psi\alpha)^2 - \frac{1}{3!}(\psi\alpha)^3 + \ldots ; акctg(w) = \sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{(-1)^k w^{(2k+1)}}{2k+1} = w - \frac{w^3}{3} + \frac{w^5}{5} - \frac{w^7}{7} + \ldots .$$

Эти ряды являются сходящимися при условии $w\langle 1$. Причем сходимость рядов возрастает при $w(t)\langle\langle 1$. Для типичных условий обработки это условие всегда выполняется. Например, скорость резания обычно на несколько порядков превышает скорость подачи. Тогда справедливо $акctg(w) \approx w$ и $\exp[-\psi\alpha] = 1 - (\psi\alpha)$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha_\Sigma^{(1)} = \alpha_{0,1} - arctg\{\dfrac{V_2 - v_{X_2}(t) - v_{Y_2}(t)}{V_3 - v_{X_3}(t) - v_{Y_3}(t)}\}; \\ \alpha_\Sigma^{(2)} = \alpha_{0,2} - arctg\{\dfrac{V_1 - v_{X_1}(t) - v_{Y_1}(t)}{V_3 - v_{X_3}(t) - v_{Y_3}(t)}\}. \end{cases} \qquad (П.1.10)$$

В нашем случае продольного точения вала неизменного диаметра $V_1 = 0$. Тогда с учетом (П.1.10) вычислим (П.1.9), то есть модель вариаций сил $\phi_i(t), i = 1,2,3$ в координатах состояния системы

$$\begin{cases} \phi_1(t) = \rho_0^{(1)}\{[S_P^{(0)} - x_2(t) - y_2(t)]\}\{\exp[-\psi_1\alpha_\Sigma^{(1)}(t)]\} - \\ - \rho_0^{(1)} S_P^{(0)} \exp\{-\psi_1[\alpha_{0,1} - arctg(\frac{V_1}{V_3})]; \\ \phi_2(t) = \rho_0^{(2)}\{[t_P^{(*)} - x_1(t) - y_1(t)]\exp[-\psi_2\alpha_\Sigma^{(2)}(t)]\} - \\ - \rho_0^{(2)}[t_P^{(*)}]\exp\{-\psi_2[\alpha_{0,1} - arctg(\frac{V_2}{V_3})]\}; \\ \phi_3(t) = k_T\{\phi_1(t) + \phi_2(t)\}, \end{cases} \quad (\text{П.1.11})$$

Для выяснения принципиального влияния сил, формируемых в области контакта задних граней инструмента с заготовкой, ограничимся случаем $\alpha_{0,1} = 0$ и $\alpha_{0,2} = 0$. Используя приведенную здесь методику, не вызывает сложности определить линеаризованное уравнение в вариациях и для случая $\alpha_{0,1} \neq 0$ и $\alpha_{0,2} \neq 0$. Линеаризуем все три составляющей вариаций сил, по отношению к их значению в установившемся состоянии в равновесии. Для функции $\phi_1(t)$ с учетом допущения $\alpha_{0,1} = 0$ и $\alpha_{0,2} = 0$ имеем

$$\phi_1(t) = \rho_0^{(1)}\{[S_P^{(0)} - x_2(t) - y_2(t)]\}\{\exp[-\psi_1\alpha_\Sigma^{(1)}(t)]\} - \rho_0^{(1)} S_P^{(0)} =$$
$$= \rho_0^{(1)}\{[S_P^{(0)} - x_2(t) - y_2(t)]\}\{1 - \psi_1[\alpha_{0,1} + \frac{V_1 - dx_1/dt - dy_1/dt}{V_3 - dx_3/dt - dy_3/dt}]\} - \rho_0^{(1)} S_P^{(0)}.$$

Отбросим в полученном выражении произведения малых величин, примем во внимание, что в нашем случае $V_1 = 0$, а также очевидное соотношение $V_3 - dx_3/dt - dy_3/dt \to V_3$, имеем

$$\phi_1(t) = -\rho_0^{(1)}\{\psi_1 \frac{S_P^{(0)}}{V_3}[\frac{dx_1}{dt} + \frac{dy_1}{dt}] + [x_2(t) + y_2(y)]\}. \quad (\text{П.1.12})$$

Для функции $\phi_2(t)$, имеем

$$\phi_2(t) = \rho_0^{(2)}\{\psi_2 t_P^{(*)} \frac{V_2}{V_3} - \psi_2 \frac{t_P^{(*)}}{V_3}[\frac{dx_2}{dt} + \frac{dy_2}{dt}] - (1 + \psi_2 \frac{V_2}{V_3})[x_1(t) + y_1(y)]\} \quad , \quad (\text{П.1.13})$$

а для $\phi_3(t)$

$$\phi_3(t) = \rho_0^{(2)} k_T\{\psi_2 t_P^{(*)} \frac{V_2}{V_3} - \psi_2 \frac{t_P^{(*)}}{V_3}[\frac{dx_2}{dt} + \frac{dy_2}{dt}] - (1 + \psi_2 \frac{V_2}{V_3})[x_1(t) + y_1(y)] - \quad (\text{П.1.14})$$
$$- \psi_1 \frac{S_P^{(0)}}{V_3}[\frac{dx_1}{dt} + \frac{dy_1}{dt}] + [x_2(t) + y_2(y)]\}.$$

Выражения (П.1.12-П.1.14) показывают, что за счет реакции со стороны контактов задних граней инструмента с обрабатываемой заготовкой могут принципиально изменяться динамические свойства взаимодействующих подсистем (П.1.1). Для анализа свойств системы в окрестности равновесия вместо системы (П.1.1) можно воспользоваться следующей системой

$$\begin{cases} \mathbf{M}\dfrac{\mathbf{d^2z}}{\mathbf{dt^2}}+\mathbf{H}\dfrac{\mathbf{dz}}{\mathbf{dt}}+\mathbf{Cz}=\mathbf{f(t)}; \\ T^{(0)}df^{(0)}/dt+f^{(0)}=\rho_0\{[1-\mu\exp(-\nu V_3)][\mu\nu\exp(-\nu V_3)t_P^{(0,*)}S_P^{(0,*)}(v_{X_3}+v_{Y_3})- \\ -(S_P^{(0,*)}y_1+S_P^{(0,*)}x_1+t_P^{(0,*)}x_2+t_P^{(0,*)}y_2)]\}: \\ \mathbf{f(t)}=f^{(0)}\{\chi_1,\chi_2,\chi_3,\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T, \end{cases} \qquad (П.1.15)$$

где $\mathbf{z}(t)=\{z_1(t),z_2(t),...z_6(t)\}^T=\{x_1(t),x_2(t),x_3(t),y_1(t)y_2(t)y_3(t)\}^T$;

$\boldsymbol{\phi}(\mathbf{t})=\{\phi_1(t),\phi_2(t),\phi_3(t),\phi_1(t),\phi_2(t),\phi_3(t)\}^T$;

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} m_0^{(X)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_0^{(X)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_0^{(X)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_0^{(Y)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_0^{(Y)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_0^{(Y)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix} h_{1,1}^{(X)}+\rho_0^{(1)}\psi_1\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & h_{2,1}^{(X)} & h_{3,1}^{(X)} & \rho_0^{(1)}\psi_1\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & 0 & 0 \\ h_{1,2}^{(X)} & h_{2,2}^{(X)}+\rho_0^{(2)}\psi_2\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & h_{3,2}^{(X)} & 0 & \rho_0^{(2)}\psi_2\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & 0 \\ h_{1,3}^{(X)}+\rho_0^{(1)}\psi_1k_T\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & h_{2,3}^{(X)}+\rho_0^{(2)}\psi_2k_T\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & h_{3,3}^{(X)} & \rho_0^{(1)}\psi_1k_T\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & \rho_0^{(2)}\psi_2k_T\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & 0 \\ \rho_0^{(1)}\psi_1\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & 0 & 0 & h_{1,1}^{(Y)}+\rho_0^{(1)}\psi_1\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & h_{2,1}^{(Y)} & h_{3,1}^{(Y)} \\ 0 & \rho_0^{(2)}\psi_2\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & 0 & h_{1,2}^{(Y)} & h_{1,2}^{(Y)}+\rho_0^{(2)}\psi_2\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & h_{3,2}^{(Y)} \\ \rho_0^{(1)}\psi_1k_T\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & \rho_0^{(2)}\psi_2k_T\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & 0 & h_{1,3}^{(Y)}+\rho_0^{(1)}\psi_1k_T\dfrac{S_P^{(0)}}{V_3} & h_{2,3}^{(Y)}+\rho_0^{(2)}\psi_2k_T\dfrac{t_P^{(*)}}{V_3} & h_{3,3}^{(Y)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} c_{1,1}^{(X)} & c_{2,1}^{(X)}+\rho_0^{(1)} & c_{3,1}^{(X)} & 0 & \rho_0^{(1)} & 0 \\ c_{1,2}^{(X)}+\rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & c_{2,2}^{(X)} & c_{3,2}^{(X)} & \rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & 0 & 0 \\ c_{1,3}^{(X)}+\rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & c_{2,3}^{(X)}+\rho_0^{(1)} & c_{3,3}^{(X)} & \rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & \rho_0^{(1)} & 0 \\ 0 & \rho_0^{(1)} & 0 & c_{1,1}^{(Y)} & c_{2,1}^{(Y)}+\rho_0^{(1)} & c_{3,1}^{(Y)} \\ \rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & 0 & 0 & c_{1,2}^{(Y)}+\rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & c_{2,2}^{(Y)} & c_{3,2}^{(Y)} \\ \rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & \rho_0^{(1)} & 0 & c_{1,3}^{(Y)}+\rho_0^{(2)}(1+\psi_2\frac{V_2}{V_3}) & c_{2,3}^{(Y)}+\rho_0^{(1)} & c_{3,3}^{(Y)} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, учет взаимодействий между задними гранями инструмента и заготовки, во-первых, объединяет подсистемы инструмента и заготовки в единую систему, когда рассматриваются деформационные смещения, обусловленные силами, формируемыми в области передней грани инструмента. Во вторых, матрицы жесткости и скоростных коэффициентов преобразуются из симметричных (потенциальных) в несимметричные. Следовательно, за счет связей, формируемых в областях контакта задних граней, формируются гироскопические и циркуляционные силы.

Приложение 2. Экспериментальная база исследований динамической системы резания

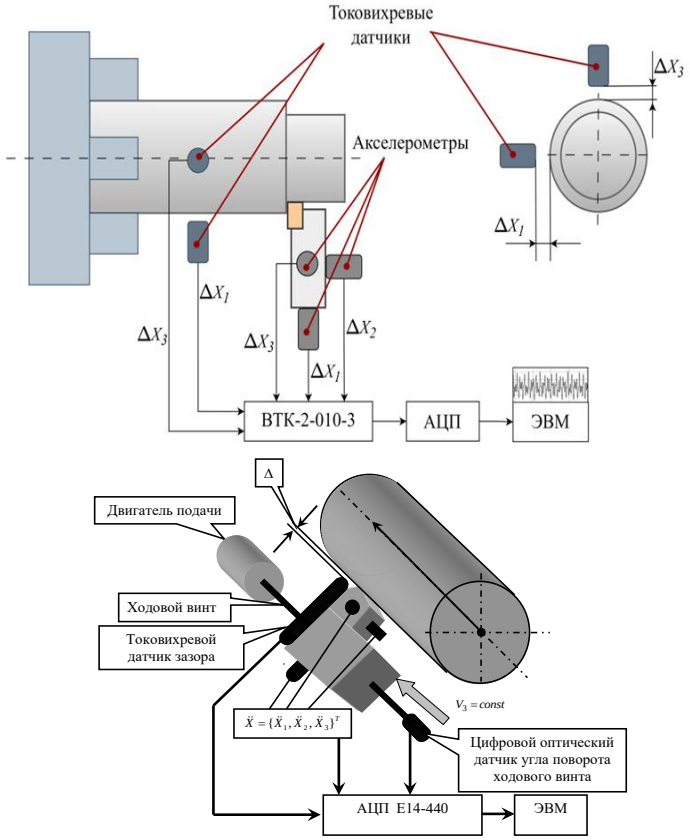
П.2.1. Описание экспериментальных установок.

Оборудование, инструменты и обрабатываемый материал.

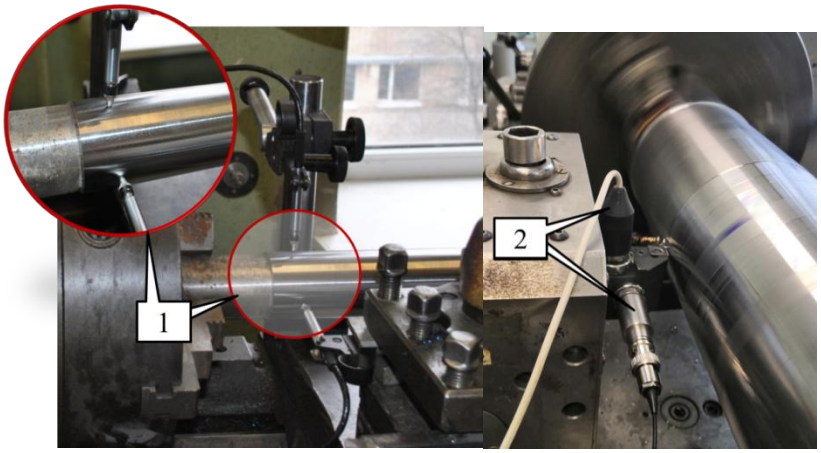
Экспериментальные исследования диссертации имеют следующие цели. Во-первых, они направлены на изучение траекторий пространства состояния управляемой динамической системы резания, рассматриваемой в единстве траекторий и сил в пространствах $\Re_L^{(3)}$ и $\Re_X^{(3)}$. Во-вторых, эксперименты направлены на решение задачи параметризации математической модели системы. Этот вопрос раскрыт в следующем параграфе. В-третьих, эксперименты направлены на оценивание выходных свойств процесса резания, рассматриваемых в единстве оценок качества изготовления деталей и состояния процесса резания. Здесь, прежде всего, представляют интерес свойства макро и микрорельефа формируемой резанием поверхности.

На разных этапах исследований основные эксперименты выполнены на двух исследовательских стендах, выполненных на базе модернизированных станков 1К62 и 16К20 (рис.П.2.1). Модернизация заключалась в установке на станках регулируемых приводов вращения шпинделя и подачи суппорта, а также необходимого измерительного интерфейса, связанного с ЭВМ через АЦП по алгоритмам прямого доступа в память ЭВМ для последующей обработки информации. Отдельная часть экспериментальных исследований также выполнена в производственных условиях, а также лабораториях ПАО «РОСТВЕРТОЛ» и «Атоммаш». На иллюстрациях (рис. П.2.1) выделены следующте сенсоры.

1.Токовихревые датчики зазора, позволяющие измерять изменение зазора между поверхностью заготовки или элементами шпиндельной группы, которые ассациируются при резании с колебаниями заготовки в плоскости, нормальной к оси вращения. Отклонения измерялись по отношению к несущей системе. Сбор и передача данных на ЭВМ осуществлялась с помощью преобразователя ВТК-2-010-3 и АЦП Е20-10.

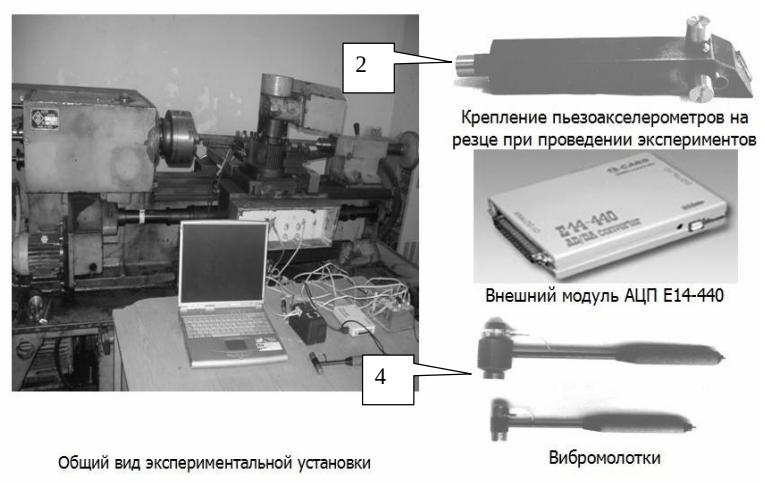

Токовихревые датчики
Акселерометры
ΔX_3
ΔX_1
ΔX_1
ΔX_3
ΔX_3
ΔX_2
ΔX_1
ВТК-2-010-3
АЦП
ЭВМ
Δ
Двигатель подачи
Ходовой винт
Токовихревой датчик зазора
$V_3 = const$
$\ddot{X} = \{\ddot{X}_1, \ddot{X}_2, \ddot{X}_3\}^T$
Цифровой оптический датчик угла поворота ходового винта
АЦП E14-440
ЭВМ

«a»

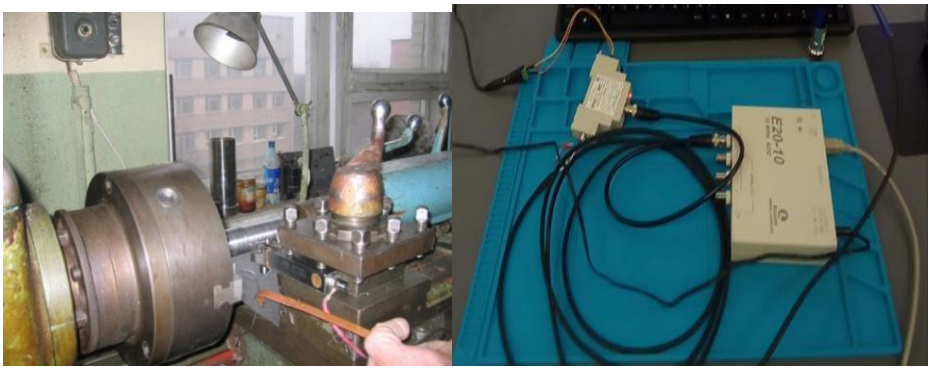

1
2

STD201
3

«b»



«c»



«d»

Рис. П.2.1 – Общие виды исследовательских стендов: «a»- блок схемы информационных связей; «b» – общие виды стенда, его элементов на базе станка 16К20 и установленные регулируемые приводы; «c» - общие виды стенда и его элементов на базе станка 1К62

Перед определением колебаний заготовка обрабатывалась с высокой точностью так, чтобы радиус детали отклонялся не более чем на 0,2 мкм. Обработка осуществлялась после установки детали и в дальнейшем переустановка не допускалась. Приведем примеры траекторий центра заготовки в плоскости, нормальной к оси ее вращения, при изучении биений шпиндельной группы без резания (рис. П.2.2).

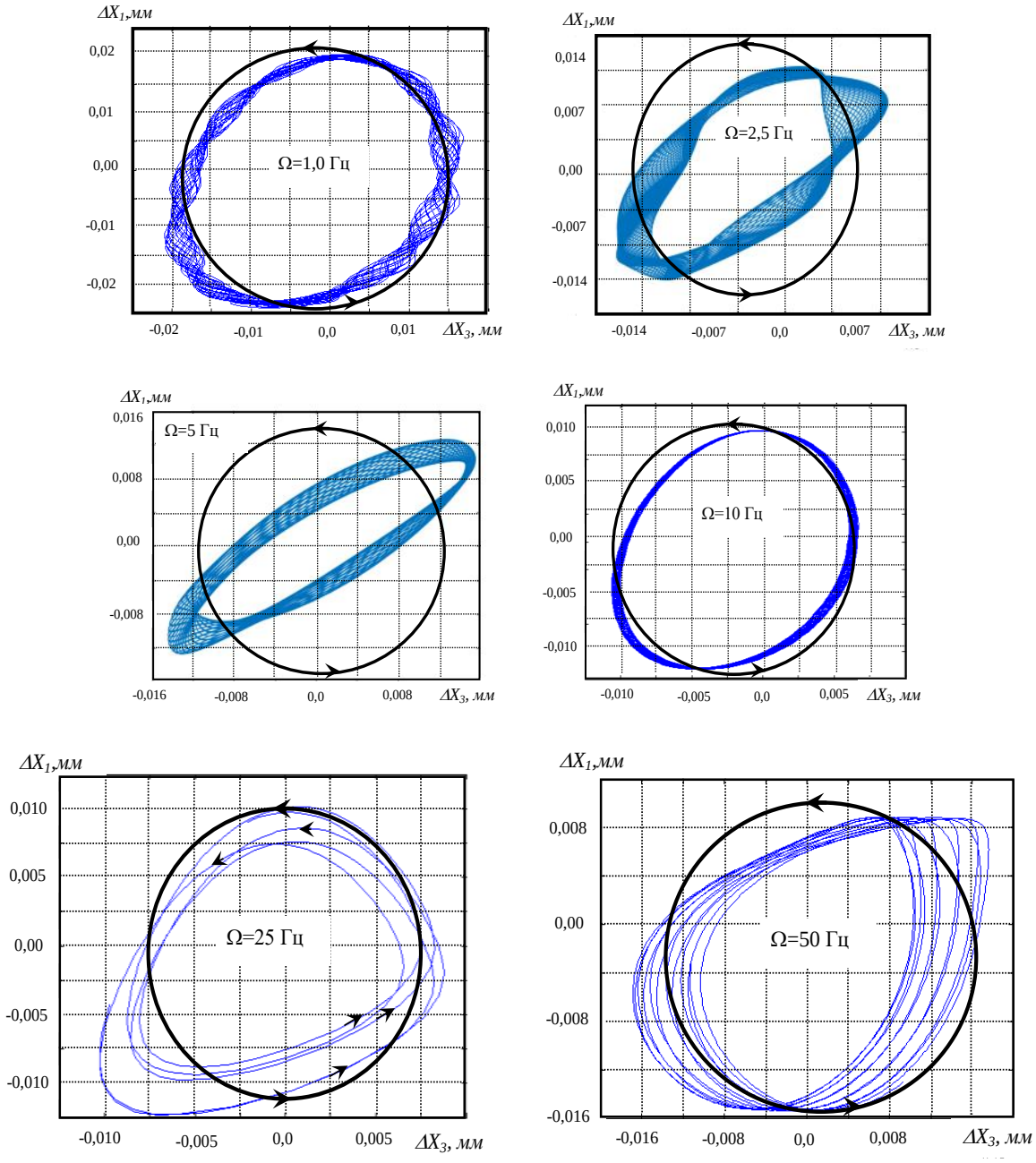


Рис. П.2.2 – Фрагменты реализаций траектории радиальных биений при вариациях частоты вращения шпинделя

2. Однокомпонентные виброакслерометры A603C01 с чувствительностью 10,2 мВ/(м/с^2) и частотным диапазоном 0,4 – 15 000 Гц, виброакселерометры фирмы Брюэль и Кьерр, установленные на инструменте. Сбор информации осуществлялся с частотой дискретизации 25 кГц, а после полученные данные обрабатывались алгоритмами низкочастотной фильтрации для подавления шумов измерительного контура. Для определения колебательных скоростей и смещений вершины инструмента программными методами осуществлялось интегрирование сигнала виброускорений с удалением тренда. Сбор информации осуществлялся с

частотой дискретизации 25 кГц, а после полученные данные обрабатывались алгоритмами низкочастотной фильтрации для подавления шумов измерительного контура. Для определения колебательных скоростей и смещений вершины инструмента относительно заготовки программными методами осуществлялось интегрирование сигнала виброускорений с удалением тренда. Приведем пример преобразования одного канала измерения по направлению X_2 (рис. П.2.3).

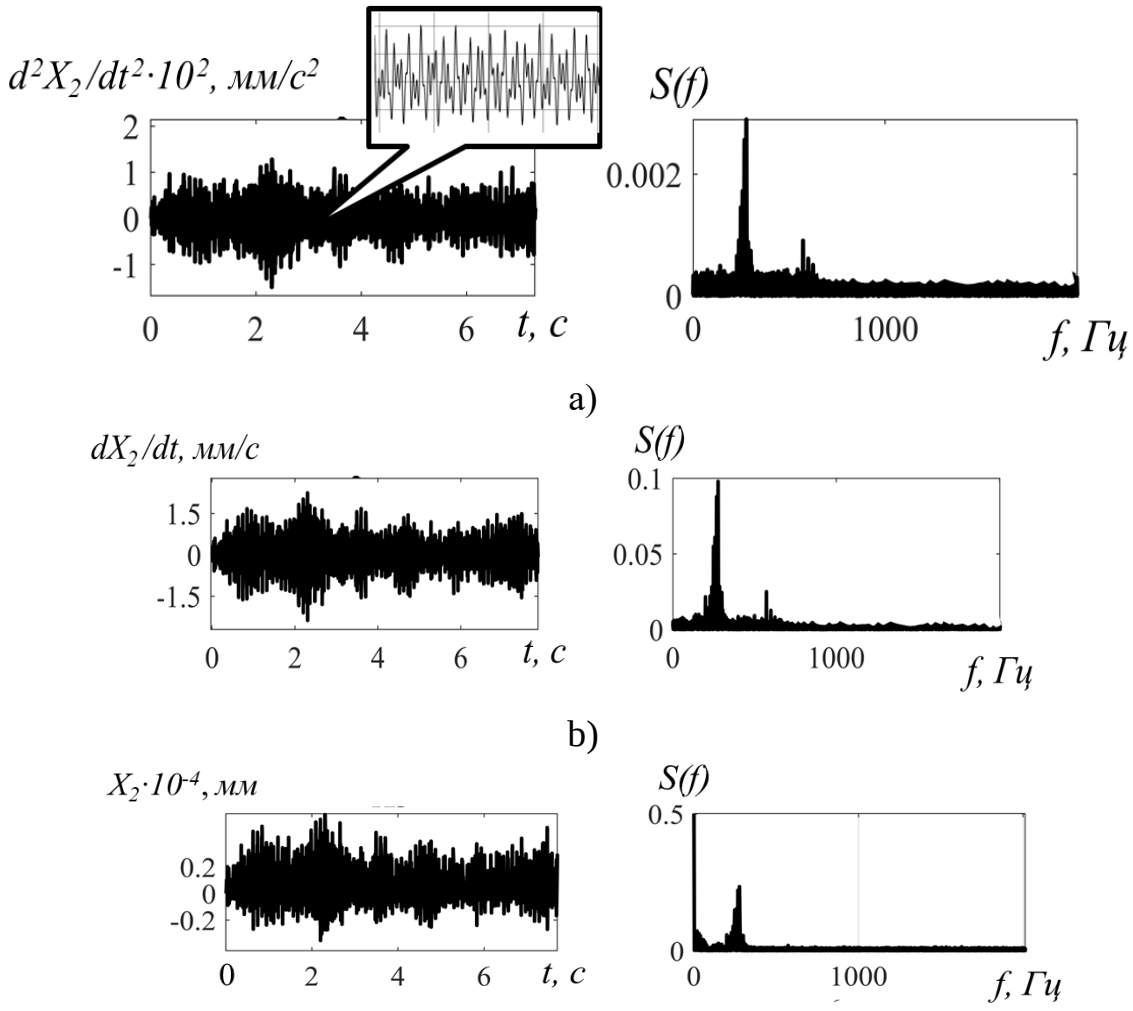


Рисунок П.2.3 – Пример преобразования виброускорений в направлении X_3 и спектры сигналов нормированных к дисперсии: a) виброускорение; b) виброскорость; c) вибросмещение

3. Для измерения траекторий пространства $\Re_L^{(3)}$ использовались оптические датчики угловых координат, установленные на шпинделе и ходовом винте приводов подачи. Коротко остановимся на основных методиках их измерения. Дисперсия по отношению к математическому ожиданию при измерении одного углового отсчета равного 60 угловых минут по паспортным данным не превышает 0,1, то есть 6,0 угловых минут. Если считать преобразование угла поворота ходового винта в линейное перемещение суппорта идеальным, то, например, на величину подачи 0,1 мм/об угловой скорости вращения шпинделя 300 об/мин мы имеем величину одного отсчета датчика $4{,}6\times10^{-5}$ мм. Для нас наибольшее значение имеет оценка скорости. С этой целью определяется время прохождения одного отсчета, оцениваемое на основе определения числа периодов высокочастотных колебаний в пределах одного отсчета, то есть $V_1(i)=\dfrac{n\cdot\Delta\alpha(i)}{k(i)\cdot\Delta t}$, где n - коэффициент, определяющий связь угла поворота ходового винта с перемещением суппорта в $[мм/рад]$; $\Delta\alpha(i)$ - значение угла поворота ходового винта на i -ом отсчете в радианах; $\Delta t=const$ значение периода высокочастотных колебаний; $k(i)$ - число периодов высокочастотных колебаний. Таким образом, в соответствие с функцией $V_2(t)$ ставится измеренная числовая последовательност $V_2(i)=\{V_2(1),V_2(2),...V_s(s)\}$, которая характеризует дискретные отсчеты скорости подачи. Важно знать вариации скорости подачи. Исследования показывают, скользящие среднего для участков стационарного резания являются практически постоянными.

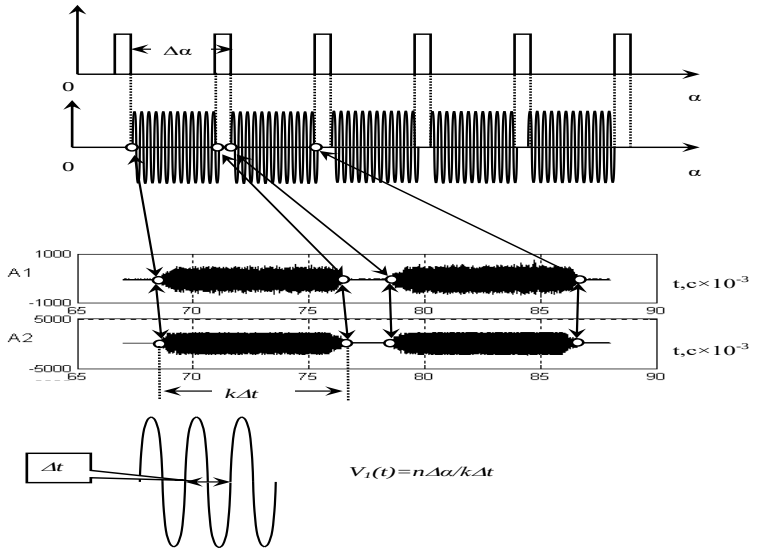


Рис. П.2.4 – Схема вычисления скорости продольной подачи

Отметим, что современные станки с ЧПУ используют цифровые датчики обратной связи по положению исполнительных элементов. Их выход можно использовать для оценивания кинематических возмущений. Вся информация с помощью АЦП E14-440 передавалась на персональную ЭВМ по алгоритмам прямого доступа в память. Эти же преобразователи использовались для оценивания вариаций фазовой траектории вращения шпинделя. Эксперименты показывают, что она практически не меняется при условии, что мощность двигателя существенно превышает мощность процесса резания. При определении параметров траекторий использовалась измерительная система непрерывного вибрационного контроля, включающая в себя:

–Измерение виброускорениий проводилось в трех направлениях движения режущего инструмента относительно заготовки: X_1 – поперечное, X_2 – продольное, X_3 – в направлении вращения заготовки (тангенциальном). Для оценки вибрационных характеристик использовался временной период, исключающий переходные процессы, вызванные врезанием и выходом из зоны резания инструмента, то есть участок установившегося процесса резания;

– 3-х канальный ICP преобразователь ВТК-2-010-3 для усиления и пропорционального преобразования сигналов виброускорений в переменное напряжение с частотным диапазоном 0,1 – 50 000 Гц;

4. Уточнение параметров уравнения динамической связи, в частности, параметра давление стружки на переднюю грань инструмента связано с измерением силовой характеристики процесса резания. Для этого вместо суппорта устанавливается измерительная система STD.201-1 (на иллюстрациях обозначена №3). Измерительная система включает в себя блок измерения динамических нагрузок инструмента по осям $\{X_1, X_2, X_3\}$, интерфейсный блок для сбора электрических сигналов с комплекса датчиков и резцедержатель. Интерфейсный блок представляет собой конструкцию электронных блоков производства фирмы National Instruments: NI-9234, Ni-9237, NI-9219, с частотой дискретизации до 25 кГц. Измерительная система фирмы National Instruments (США) позволяет также измерять температуру в зоне резания по сигналу электрической эмиссии, с которым

ассоциируется мощность необратимых преобразований энергии механической подсистемы в зоне резания.

Приведем типичный пример траекторий сил резания (рис. П.2.5) после врезания инструмента в заготовку. Там же приведены траектории скользящих средних сил.

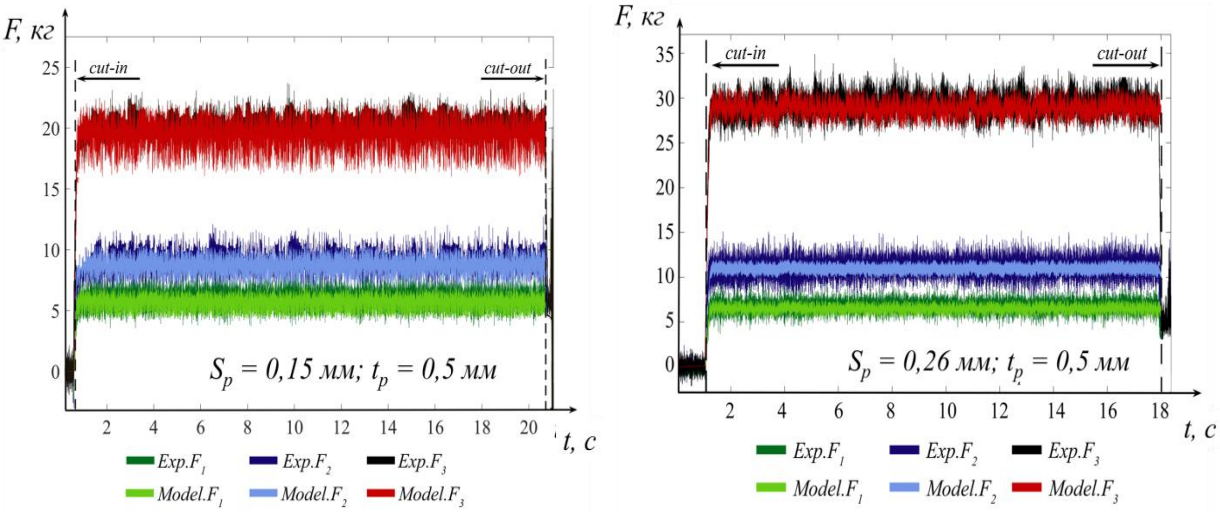


Рисунок П.2.5 – Пример изменения характеристик резания при $D=110$ *мм*, $V_3^{(0)} = 190$ *м / мин* , данные, полученные в ходе эксперимента $Exp.F_i$ и на основе имитационного моделирования $Model.F_i$, $i=1,2,3$

Для измерения деформационных реакции на силы в производственных условиях и в статике использовалась стандартная система для создания силовых возмущений (рис. П.2.6). Эта система особенно удобна при экспериментальном определении изменения осевой жесткости вала, жесткость которого изменяется вдоль траектории перемещения инструмента.

Рис. П.2.6 – Устройство для создания измеримого усилия заданного направления для изучения деформаций в статике

Кроме этого, в исследованиях использовались специальные измерительные резцы со встроенными пьезоэлектрическими датчиками силы, которые установлены между режущими пластинками и корпусом резца. Внешний вид измерительных молотков на рис. П.2.1 имеет номер 4. При оценивании спектральных характеристик, например, упругой подсистемы инструмента, использовались измерительные молотки со встроенными датчиками выталкивающей силы.

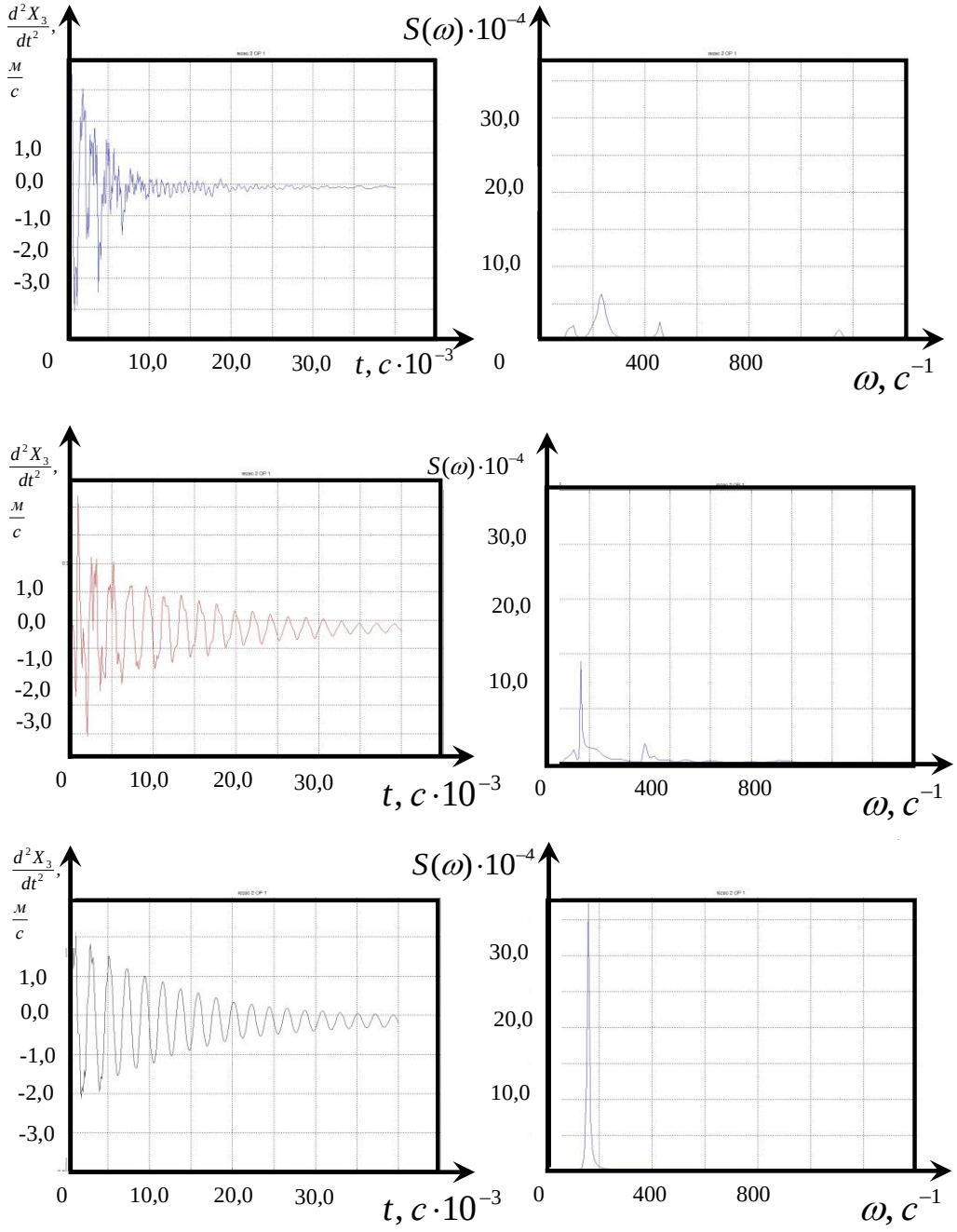


Рис. П.2.7 – Примеры импульсных реакций подсистемы инструмента при ударе в направлении X_3

Контроль длительности силового δ–образного импульса измерительного молотка позволяет оценить частотный диапазон, в котором спектральные характеристики являются адекватными. Пример типичных импульсных реакции подсистемы инструмента на δ–образные силовые возмущения в направлении скорости резания приведены на рис. П.2.7. Совокупность таких импульсных реакций по всем трем направлениям, то есть матрицы импульсных реакций, определяет спектральную матрицу.

При изучении взаимосвязи траекторий пространства состояния динамической системы резания с характеристиками геометрии поверхности, а также адекватности отображений деформационных смещений в геометрической топологии измерялся рельеф поверхности детали. Для измерения рельефа и морфологии поверхности использовались следующие приборы и аппаратура. Контурограф - профилограф T4HD фирмы IMTS/Triebworx (погрешность не превышает 0,01 мкм в диапазоне: диаметр до 200 мм с шириной контролируемой поверхности 20 мм). Прибор позволяет измерять неровности до половины длины окружности (рис. П.2.8). Для оценки морфологии поверхности применялся трехмерный микроскоп Contour ELITE (производство фирмы BRUKER), который позволяет получать фотографии и рельеф поверхности с высоким разрешением (в горизонтальной плоскости порядка 160 нм) (рис. П.2.9).

Рис. П.2.8 – Контурограф - профилограф T4HD

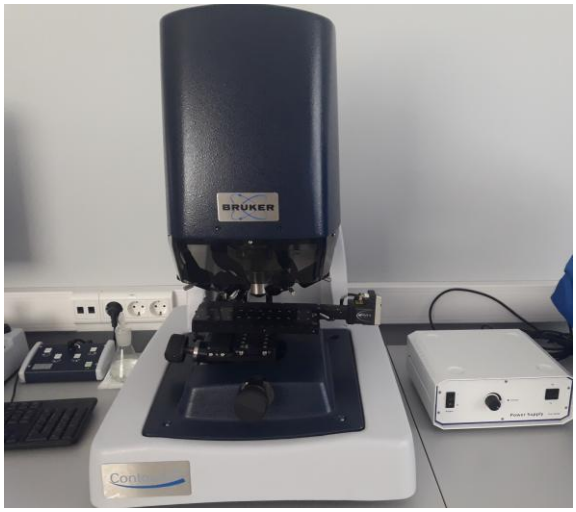


Рис. П.2.9 – трехмерный микроскоп Contour ELITE

Приведем примеры изменения профиля детали по мере развития износа режущего инструмента (рис. П.2.10), измеренного на контурограф - профилографе T4HD. На рис.П.2.11 представлен пример фотографий образцов для измерения геометрической топологии обработанного вала.

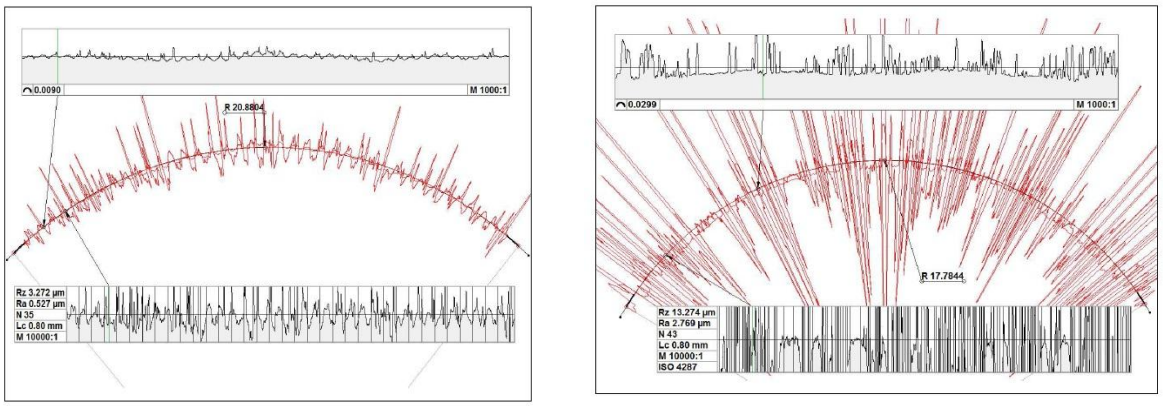


Рис. П.2.10 – Пример изменения профиля детали по мере развития износа w режущего инструмента (№1- $w = 0{,}1мм$;№2- $w = 0{,}4мм$; №5- $w = 0{,}8мм$)

Рис.П.2.11 – Пример фотографий образцов для измерения профиля вала.

Микроскоп Contour ELITE предназначен для высокоточного бесконтактного контроля шероховатости и измерения геометрических параметров исследуемой поверхности. Он позволяет измерять не только параметры геометрической топологии, но и представлять всю морфологию формируемой резанием поверхности. На рис. П.2.12 приведен пример изменения оценок геометрической топологии и морфологии участков поверхности по мере развития износа инструмента, которую удобно сравнивать с вычисленной скелетной геометрической топологией поверхности.

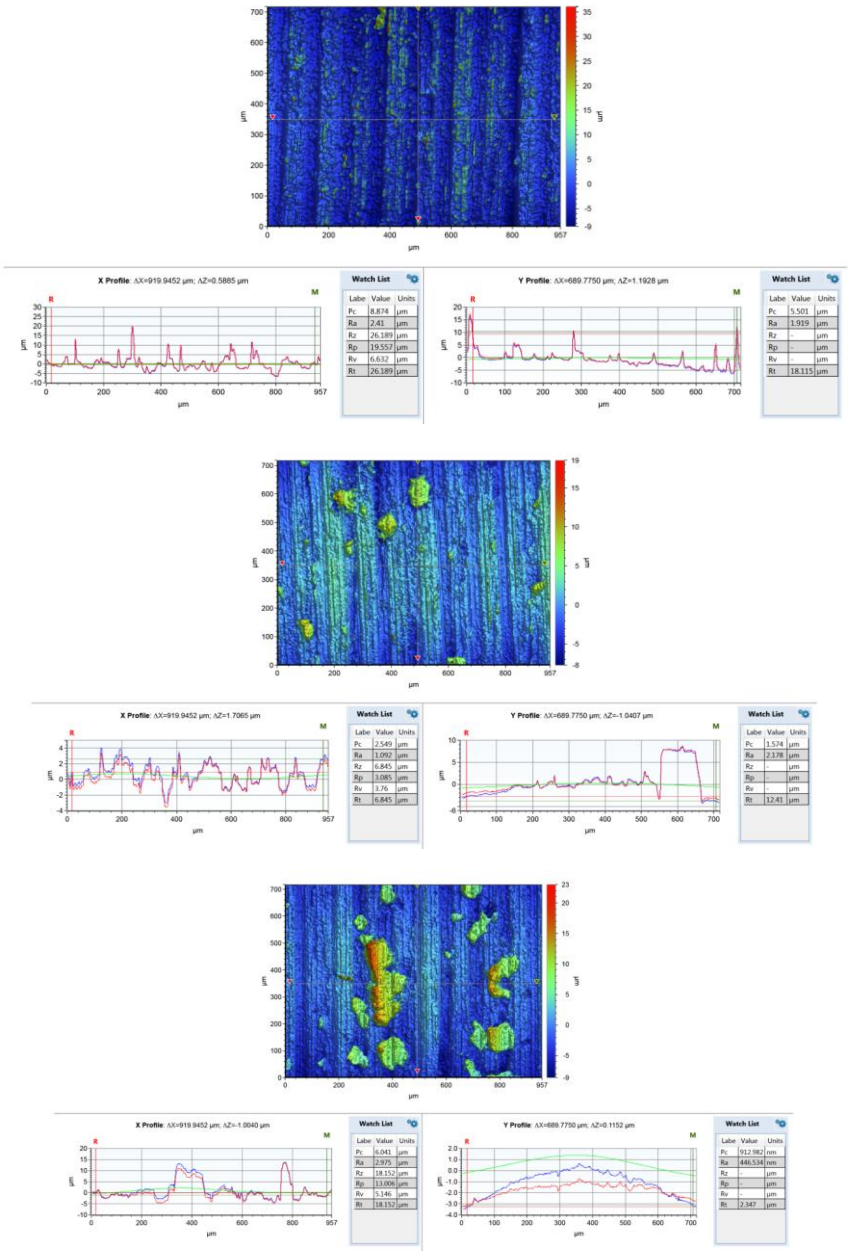


Рис. П.2.12 – Пример изменения морфологии поверхности по мере развития износа инструмента

Приведенные в разделе аппаратура и приборы, в совокупности, представляющие информационно-экспериментальную базу работы, позволяют решить вопросы обоснования адекватности математических моделей и идентификацию основных параметров динамической системы резания.

П.2.2 Принципы параметризации основного уравнения динамики

Коротко остановимся на методах параметризации, основные принципы которых разработаны на кафедре: «Автоматизация производственных процессов» ДГТУ. Общие принципы идентификации изложены в работах [1-4]. Однако здесь остановимся на алгоритмах идентификации, разработанных автором этой работы.

В основу определения параметров положены методы экспериментальной динамики. Полученные в результате параметризации данные адаптированы к конкретному станку, инструменту и условиям обработки, а также к той схематизации динамических свойств деформационных смещений, принятых в диссертации.

П.2.2.1. Идентификация матриц упругости, скоростных и инерционных коэффициентов

Вначале рассмотрим идентификацию матриц упругости, диссипации и инерционных коэффициентов на примере подсистемы инструмента. Используется процедура идентификации, состоящая из следующих этапов.

На первом этапе идентифицируются матрицы жесткости. Исходной информацией для оценивания являются силы, действующие на инструмент и (или) заготовку, и деформационные смещения, измеренные, приборами и устройствами, изложенными в предыдущем разделе. Идентификация полной трехмерной матрицы приводят к неоправданно громоздким выражениям. Поэтому ограничимся для примера идентификацией матриц жесткости в плоскости.

Вначале остановимся на особенностях упругих свойств подсистемы инструмента на примере реальных экспериментов. В каждом $i-ом$ эксперименте, которому соответствуют силы $\mathbf{F^{(i)}} = F_{0,i}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$, измеряется зависимость деформационных смещений $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T$ от модуля силы $F^{(0)}$. На рис. П.2.13 приведен пример зависимостей для подсистемы инструмента в плоскости $\{X_1 - X_2\}$ для станка 1К62. На диаграмме показаны красными прямыми направления, в котором существуют только коллинеарные деформационные смещения. Это направления главных осей эллипса жесткости $\{\gamma_1, \gamma_2\}$. Красными пунктирными линиями показаны направления, которым соответствуют как коллинеарные, так и ортогональные смещений. В сумме они дают траекторию, представленную синим сплошным цветом. Синими стрелками показаны направления смещений за счет ортогональной составляющей. Точечными черными линиями показаны траектории равных значений модуля сил. Для определения матрицы жесткости в плоскости $\{X_1, X_2\}$ достаточно знать величины жесткостей $\{c_{0,1}, c_{0,2}\}$ в направлении осей $\{\gamma_1, \gamma_2\}$ и углы

ориентации главных осей жесткости. Установлено, что направления осей $\{\gamma_1, \gamma_2\}$ мало изменяются при варьировании сил. Однако матрицы жесткости зависят от предварительной нагрузки. При динамических исследованиях необходимо знать $c_{0,i}^{(\gamma_i)} = \partial F_i / \partial \gamma_i, i = 1,2$. В дальнейшем обозначим $c_{0,i}^{(X_1, X_2, \gamma_i)}$ элемент матрицы жесткости в плоскости по направлению одной из главных осей γ_i эллипса жесткости в плоскости $\{X_1, X_2\}$. В зависимости от предварительной нагрузки элементы матрицы жесткости могут изменяться. Причем, при возрастании предварительной нагрузки меняются, в основном величины жесткости в вариациях относительно равновесия, но не ориентация осей коллинеарных и ортогональных деформационных смещений. При увеличении постоянной составляющей силы параметры динамической жесткости стабилизируются (рис. П.2.14) . Их неопределенность, оцениваемая величиной среднеквадратического отклонения, также уменьшается (на иллюстрациях затемнена).

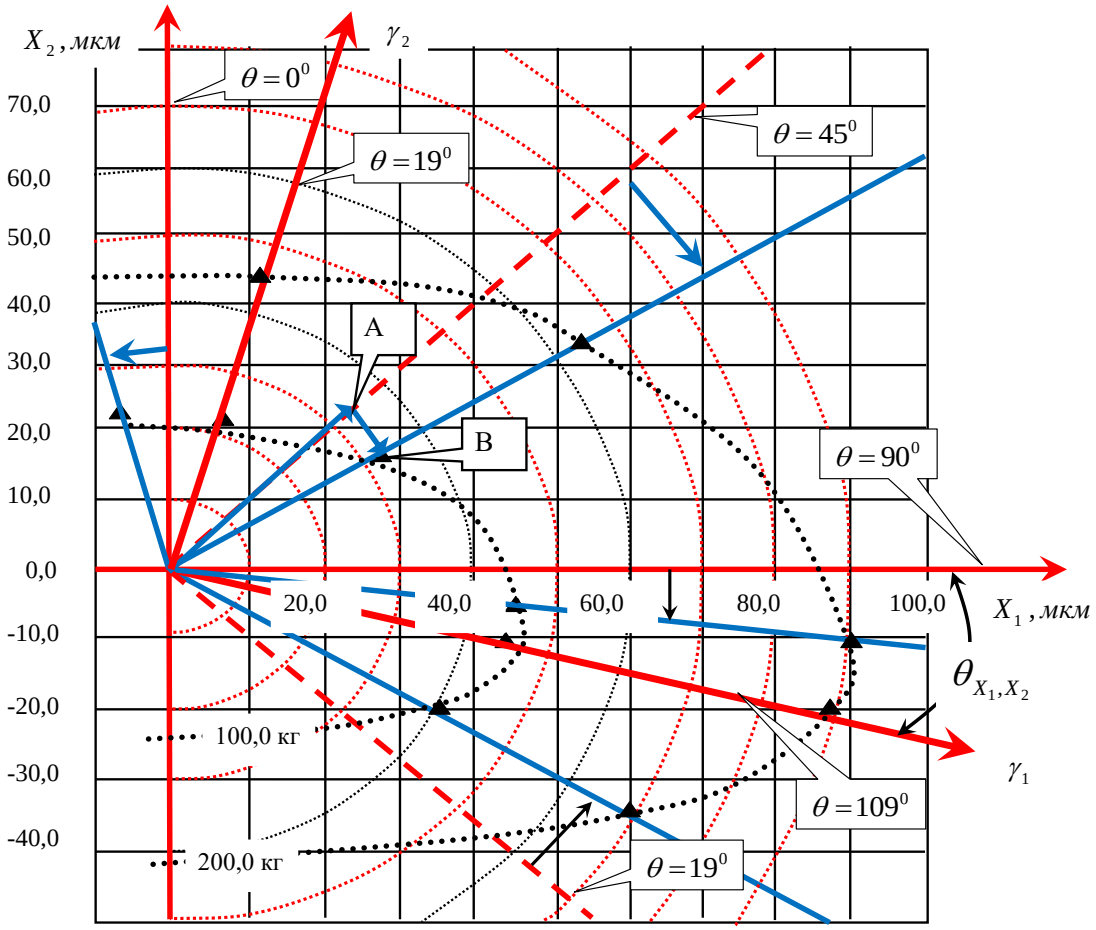


Рис. П.2. 13 – Типичная диаграмма смещений $\{X_1, X_2\}$ вершины инструмента в зависимости от направления и модуля внешней силы

В результате определялись: ориентация главных осей эллипса жесткости (оценивалась углом θ_{X_1,X_2}); жесткости по направлениям главных осей $c_{0,1}^{(X_1,X_2)}$ и $c_{0,2}^{(X_1,X_2)}$ в плоскости $\{X_1, X_2\}$.

Рассматривались также диаграммы коллинеарных и ортогональных смещений вершины инструмента относительно несущей системы станка в плоскости $\{X_1, X_3\}$. В результате оценивались значения угла θ_{X_1,X_3} и жесткости $c_{0,1}^{(X_1,X_3)}$, $c_{0,2}^{(X_1,X_3)}$. Аналогичным способом определялись параметры θ_{X_2,X_3} и $c_{0,2}^{(X_2,X_3)}$, $c_{0,3}^{(X_2,X_3)}$. Этой информации достаточно для оценивания матриц жесткости в пространстве. При этом различные значения недиагональных коэффициентов матрицы усреднялись. После выполнения идентификации матриц жесткости выполнялась коррекция ее элементов так, чтобы матрицы жесткости были симметричными и положительно определенными, то есть потенциальными.

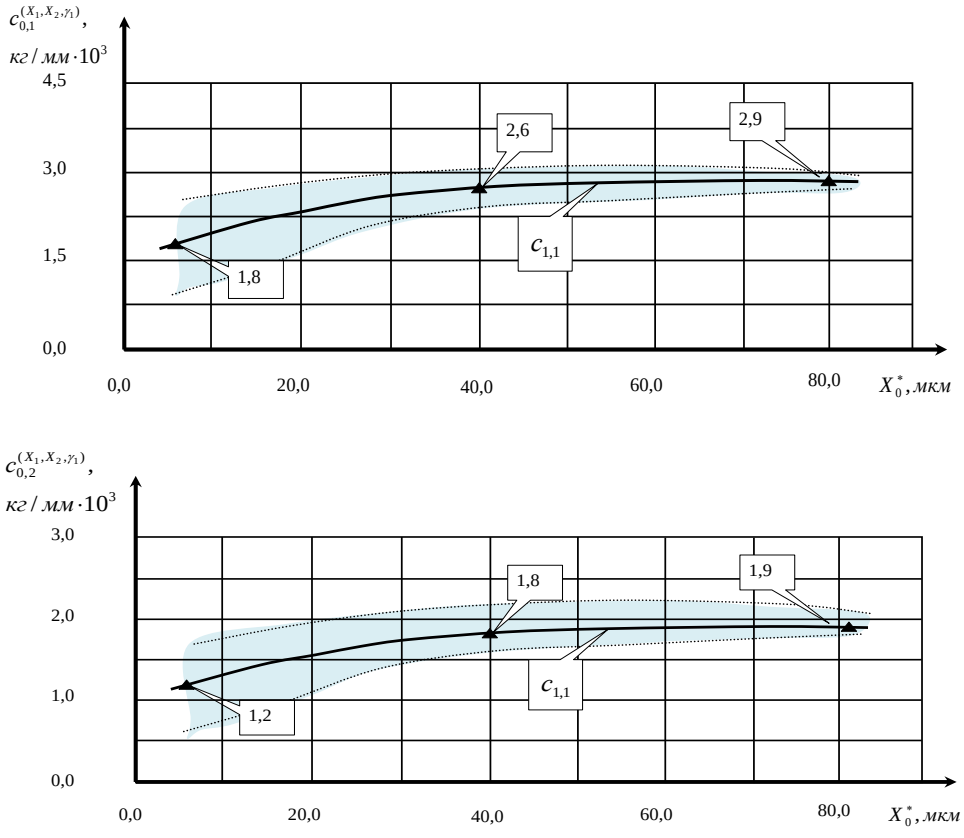


Рис.П.2.14. Зависимость элементов матриц жёсткости от модуля смещения равновесия

Для оценивания матрицы жесткости требуется большой объем экспериментальных исследований, и сама процедура идентификации является трудоемкой. Поэтому в исследованиях, в основном, использовались методы идентификации, основанные на законах линейной алгебры [5]. Поясним этот метод на том же примере. Пусть заданы и управляемы силы $\mathbf{F}=\{F_1,F_2\}^T$, которым соответствуют измеренные деформации $\mathbf{X}=\{X_1,X_2\}^T$. Здесь деформации рассматриваются в плоскости, например, нормальной к оси ориентации режущего лезвия. Тогда направление X_1 есть отжимающее направление деформаций, а направление X_2 близкое к направлению скорости резания. Поставим перед собой задачу оценивания элементов матрицы $\mathbf{c}=\left\lfloor c_{i,j}\right\rfloor, i=1,2$. Рассмотрим единичный эксперимент, состоящий из двух измерений. Рассмотрим деформации $\mathbf{X}^{(1)}=\{X_1^{(1)},X_2^{(1)}\}^T$, полученные в результате реакции на силу $\mathbf{F}^{(1)}=\{F_1,0\}^T$, а также деформации $\mathbf{X}^{(2)}=\{X_1^{(2)},X_2^{(2)}\}^T$, полученные в результате реакции на силу $\mathbf{F}^{(2)}=\{0,F_2\}^T$. Для упрощения записи обозначим $\mathbf{Y}=\{Y_1,Y_2,Y_3,Y_4\}^Y=\{X_1^{(1)},X_2^{(1)},X_1^{(2)},X_2^{(2)}\}^T$, тогда справедливо

$$\mathbf{CY}=\mathbf{F}\ , \quad (\text{П.2.1})$$

где $\mathbf{C}=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & 0 & 0 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{1,1} & c_{2,1} \\ 0 & 0 & c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$. В (П.2.1) неизвестными являются параметры $\mathbf{c}=\left\lfloor c_{i,j}\right\rfloor, i=1,2$, которые представим вектором $\mathbf{c}=\{c_{1,1},c_{1,2},c_{2,1},c_{2,2}\}^Y$, а наблюдаемые деформационные смещения матрицей $\mathbf{Y}$, то есть вместо (П.2.1) имеем

$$\mathbf{yc}=\mathbf{F}\ , \quad (\text{П.2.2})$$

где $\mathbf{y}=\begin{bmatrix} y_1 & 0 & y_2 & 0 \\ 0 & y_1 & 0 & y_2 \\ y_3 & 0 & y_4 & 0 \\ 0 & y_3 & 0 & y_4 \end{bmatrix}$. $\mathbf{F}=\{F_1,0.0.F_2\}^T$.

В дальнейшем удобно рассматривать случаи, когда $F_1=F_2=F$. Тогда (П.2.2) имеет единственное решение.

$$\begin{cases} c_{1,1} = F\dfrac{y_4(y_1y_4 - y_2y_3)}{(y_1y_4)^2 + (y_2y_3)^2 - y_1y_2y_3y_4}; \\ c_{1,2} = F\dfrac{y_2(y_2y_3 - y_1y_4)}{(y_1y_4)^2 + (y_2y_3)^2 - y_1y_2y_3y_4}; \\ c_{2,1} = F\dfrac{-y_3(y_1y_4 - y_2y_3)}{(y_1y_4)^2 + (y_2y_3)^2 - y_1y_2y_3y_4}; \\ c_{2,2} = F\dfrac{y_1(y_1y_4 - y_2y_3)}{(y_1y_4)^2 + (y_2y_3)^2 - y_1y_2y_3y_4}. \end{cases} \quad (\text{П.2.3})$$

или непосредственно относительно измеряемых деформационных смещений

$$\begin{cases} c_{1,1} = F\dfrac{x_2^{(2)}(x_1^{(1)}x_2^{(2)} - x_2^{(1)}x_1^{(2)})}{(x_1^{(1)}x_2^{(2)})^2 + (x_2^{(1)}x_1^{(2)})^2 - x_1^{(1)}x_2^{(1)}x_1^{(2)}x_2^{(2)}}; \\ c_{1,2} = -F\dfrac{x_2^{(1)}(x_1^{(1)}x_2^{(2)} - x_2^{(1)}x_1^{(2)})}{(x_1^{(1)}x_2^{(2)})^2 + (x_2^{(1)}x_1^{(2)})^2 - x_1^{(1)}x_2^{(1)}x_1^{(2)}x_2^{(2)}}; \\ c_{2,1} = -F\dfrac{x_1^{(2)}(x_1^{(1)}x_2^{(2)} - x_2^{(1)}x_1^{(2)})}{(x_1^{(1)}x_2^{(2)})^2 + (x_2^{(1)}x_1^{(2)})^2 - x_1^{(1)}x_2^{(1)}x_1^{(2)}x_2^{(2)}}; \\ c_{2,2} = F\dfrac{x_1^{(1)}(x_1^{(1)}x_2^{(2)} - x_2^{(1)}x_1^{(2)})}{(x_1^{(1)}x_2^{(2)})^2 + (x_2^{(1)}x_1^{(2)})^2 - x_1^{(1)}x_2^{(1)}x_1^{(2)}x_2^{(2)}}. \end{cases} \quad (\text{П.2.4})$$

Приведенные зависимости позволяют определить некоторые свойства упругих систем, позволяющие упростить идентификацию элементов матрицы $\mathbf{c} = \left\| c_{i,j} \right\|, i = 1,2$. Здесь, прежде всего, обратим внимание на то, что во всех уравнениях выражение $(V_\Sigma)^{-1} = \dfrac{(x_1^{(1)}x_2^{(2)} - x_2^{(1)}x_1^{(2)})}{(x_1^{(1)}x_2^{(2)})^2 + (x_2^{(1)}x_1^{(2)})^2 - x_1^{(1)}x_2^{(1)}x_1^{(2)}x_2^{(2)}} = const$ представляет постоянный параметр, имеющий смысл величины, обратной к некоторому приведенному деформированному объему V_Σ. Следовательно,

$$\begin{cases} c_{1,1} = F\dfrac{x_2^{(2)}}{V_\Sigma}; \\ c_{1,2} = -F\dfrac{x_2^{(1)}}{V_\Sigma}; \\ c_{2,1} = -F\dfrac{x_1^{(2)}}{V_\Sigma}; \\ c_{2,2} = F\dfrac{x_1^{(1)}}{V_\Sigma}. \end{cases} \quad (\text{П.2.5})$$

Поэтому знание, например, $c_{1,1}$ позволяет после одного эксперимента сразу определить все элементы матрицы $\mathbf{c} = \left\| c_{i,j} \right\|, i = 1,2$.

Подсистема инструмент без реакции со стороны процесса резания является потенциальной. Поэтому одним из критериев адекватности параметризации принятой модели и отсутствия экспериментальной погрешности является условие $c_{1.2} = c_{2,1}$. Если это условие не выполняется, то в качестве симметричных недиагональных элементов рассматриваются их общие математические ожидания.

Приведенные зависимости относятся к идеальным условиям проведения экспериментов и отсутствии погрешности измерений. Проще всего оценивание деформационных смещений выполнять на основе измерения импульсных реакций системы с последующим определением их спектральных матриц деформационных смещений, как указано в предыдущем параграфе. При проведении экспериментов основные погрешности определяются, во-первых, погрешностями направления приложения силы, во-вторых, необходимостью обеспечения идентичности импульсного воздействия на инструмент. Поэтому вычисленные по экспериментальным данным значения матрицы требуют статистической обработки, в том числе определения математического ожидания и дисперсии. В частности, можно воспользоваться свойствами определителей и матрицы Грамма, тогда полученные оценки уже являются наилучшими в среднеквадратическом [6].

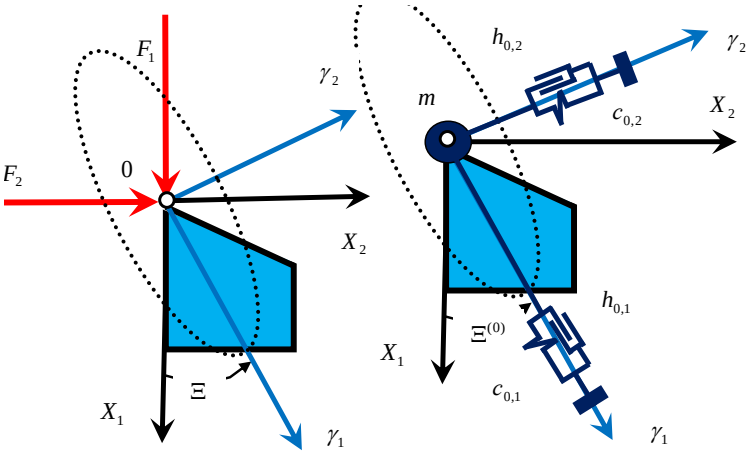


Рис.П.2.15 – Система координат, в которой отсчитывается упругое деформационное смещение вершины режущего инструмента и внешние силы

Согласно принятой схематизации деформации, определяемые матрицей жесткости $\mathbf{c} = \left\| c_{i,j} \right\|, i = 1,2$ в плоскости $\{X_1, X_2\}$, можно представить в виде эллипса жесткости (П.2.15), тогда при расположении упруго-диссипативных подвесок по направлениям ориентации осей эллипсов $\{\gamma_1, \gamma_2\}$ в системе компоненты матрицы $\mathbf{c} = \left\| c_{i,j} \right\|, i = 1,2$ становятся диагональными. В этом случае оси $\{\gamma_1, \gamma_2\}$ являются глав-

ными. Пусть задана точка равновесия системы $\mathbf{X}^*$, в окрестности равновесия которой идентифицированы матрицы деформационных смещений $\mathbf{c} = \left\| c_{i,j} \right\|, i = 1,2$. Тогда для этой матрицы выполним преобразование поворота координат

$$\mathbf{c}^{(\Xi)} = \begin{bmatrix} -cos\Xi & \sin\Xi \\ \sin\Xi & cos\Xi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -cos\Xi & \sin\Xi \\ \sin\Xi & cos\Xi \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (c_{1,1}cos^2\Xi + c_{2,2}\sin^2\Xi + 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi) & \Leftrightarrow \\ [(c_{2,2} - c_{1.1})\sin\Xi\cos\Xi + c_{1,2}(\cos^2\Xi - \sin^2\Xi)] & \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \quad [(c_{2,2} - c_{1.1})\sin\Xi\cos\Xi + c_{1,2}(\cos^2\Xi - \sin^2\Xi)] & \\ \Leftrightarrow \quad (c_{1,1}\sin^2\Xi + c_{2,2}\cos^2\Xi - 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi) & \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (c_{1,1}cos^2\Xi + c_{2,2}\sin^2\Xi + 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi) & [(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\Xi + c_{1,2}\cos 2\Xi] \\ [(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\Xi + c_{1,2}\cos 2\Xi] & (c_{1,1}\sin^2\Xi + c_{2,2}\cos^2\Xi - 2c_{1,2}\sin\Xi\cos\Xi) \end{bmatrix}. \qquad (П.2.5)$$

В частности, если $c_{1,1} = c_{2,2}$, то (П.2.5) остается диагональной для любой ортогональной системе координат. Например, матрица жесткости подсистемы вала, закрепленного в симметричных зажимных приспособлениях, остается диагональной при любом расположении осей. Для задания матрицы жесткости в этом случае достаточно знать скалярную величину жесткости детали в направлении оси ее вращения. Из (П.2.5) также получаем

$$\Xi^{(0)} = arctg(\frac{(c_{1,1} - c_{2,2})}{2c_{1,2}}), \qquad (П.2.6)$$

где $\Xi^{(0)}$ - значение угла поворота осей, при котором матрица $\mathbf{c}^{(\Xi)}$ становится диагональной. После вычисления в новой системе координат, повернутой относительно оси X_3 на угол $\Xi^{(0)}$, имеем матрицу жесткости $\mathbf{c}^{(0)}$, приведенную к главным осям эллипса жесткости вида

$$\mathbf{c}^{(0)} = \begin{bmatrix} c_{1,0} & 0 \\ 0 & c_{2,0} \end{bmatrix}, \qquad (П.2.7)$$

из которой по приведенным выше алгоритмам можно вычислить все элементы матрицы жесткости в другом базисе. Подчеркнем, что при изготовлении детали сложной геометрии, когда изменяется направление движения суппорта, приходится измерять и преобразование матриц жесткости в соответствие с изменением направления движения инструмента.

На втором этапе оценивались матрицы $\mathbf{h}$ и $\mathbf{m}$. Исходной информацией для определения являются экспериментально полученные спектральные матрицы колебаний, полученные их матриц импульсных реакций (рис. П.2.16). Учитывалось, что базовая модель представляется обобщенными массами, подвешенными к несущей системе на упруго диссипативных подвесках. Для оценивания коэффициентов затухания используются реакции колебательных смещений на δ – образные силовые воздействия (рис. П.2.16). Реакции диагональных элементов мало отличаются от реакции колебательного звена. Поэтому по этой реакции удобно оценивать коэффициент затухания соответствующего колебательного контура, моделирующего связь смещений и сил по направлению ориентации эллипсоида жесткости. Кроме этого обращает на себя внимание практически полная симметрия недиагональных элементов (рис. П.2.16), что свидетельствует о симметричности матриц подсистемы инструмента.

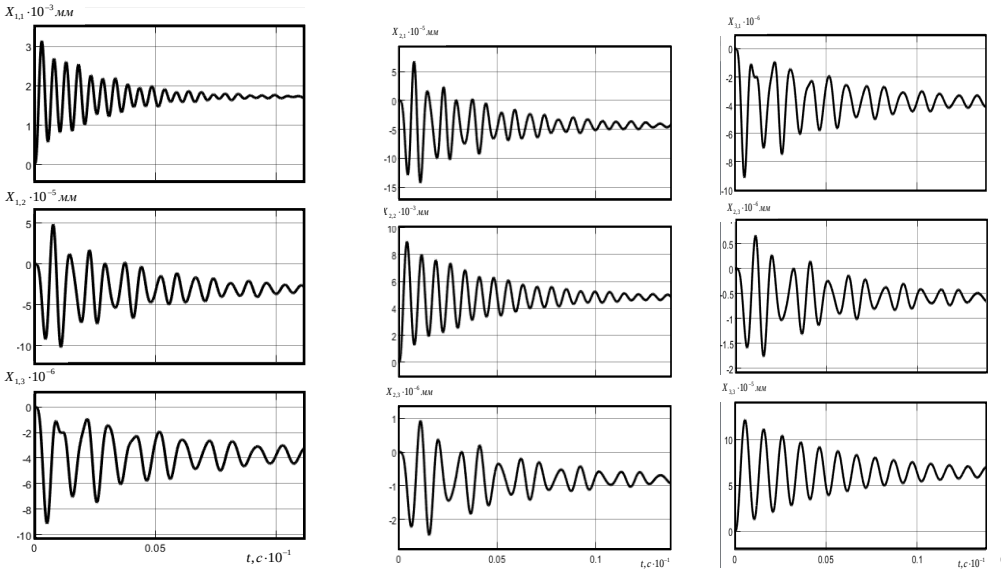


Рис.П.2.16 – Пример колебательных реакций подсистемы инструмента на силы:
$\mathbf{F^{(1)}} = \{F_1, 0, 0\}^T$ (верхняя строка), $\mathbf{F^{(2)}} = \{0, F_2, 0\}^T$ (средняя строка),
$\mathbf{F^{(3)}} = \{0, 0, F_3\}^T$ (нижняя строка)

В рамках принятой схематизации не представляется возможным точно согласовать матрицы жесткости и собственные частоты, измеренные экспериментально. На приведенных импульсных реакциях системы, полученных на станке 1К62, с вылетом инструмента из зажимного приспособления, равном 50 мм, при обобщенной массе $0{,}75\times10^{-3}$ *кг*×c^2/*мм*, погрешность обеспечения эксперимен-

тально измеренных собственных частот не превышает 3%. Для главных свойств системы это несоответствие несущественно. Приведем примеры матриц жесткости и скоростных коэффициентов.

Таблица П.2.1 – Матрицы жесткости

Тип станка	Вылет инструмента в мм	$c_{1,1}$, кг/мм	$c_{2,2}$, кг/мм	$c_{3,3}$, кг/мм	$c_{1,2}= c_{2,1}$, кг/мм	$c_{1,3}= c_{3,1}$, кг/мм	$c_{2,3}= c_{3,2}$, кг/мм
1К62	50	2000	1000	800	200	150	100
1К62	120	1900	700	500	180	100	90
16К20	54	2100	1500	900	210	190	150
УТ16Ф3	50	2500	2000	1500	210	200	150

Недиагональные элементы матриц жесткости (табл. П.2.1) и скоростных коэффициентов (табл. П.2.2) равны между собой.

Таблица П.2.2 – Матрицы скоростных коэффициентов

Тип станка	Вылет инструмента в мм	$h_{1,1}$, кг/мм	$h_{2,2}$, кг/мм	$h_{3,3}$, кг/мм	$h_{1,2}= h_{2,1}$, кг/мм	$h_{1,3}= h_{3,1}$, кг/мм	$h_{2,3}= h_{3,2}$, кг/мм
1К62	50	0,8	0,5	0,4	0,07	0,05	0,05
1К62	120	0,8	0,5	0,2	0,07	0,04	0,04
16К20	54	0,9	0,6	0,5	0,08	0,06	0,05
УТ16Ф3	50	1,0	0,7	0,6	0,08	0,06	0,05

Строго говоря, при движении суппорта вдоль направляющих свойства упругих систем не остаются неизменными, причем, их изменение зависит от точности станка и его состояния. В рамках настоящего исследования свойства упругой подсистемы инструмента считаются неизменными. Однако при обработке деталей, матрицы жесткости которой меняются вдоль траектории движения, необходимо принимать во внимание дополнительные условия. При рассмотрении упругих свойств деталей типа вал жесткость в осевом направлении можно считать на порядок большей, чем в направлениях, ортогональных к оси ее вращения. Тогда в плоскости, нормальной к оси детали, эллипс жесткости трансформируется в окружность. В этом случае, как уже отмечено, любая ортогональная система ко-

ординат с центром на оси заготовки является главной. Матрица жесткости в этом случае является диагональной и имеет постоянные коэффициенты. Собственные частоты такой системы одни и они не зависят от точки приложения сил. Поэтому при использовании конечномерной модели необходимо согласовать обобщенную массу модели заготовки с изменением жесткости. Согласование заключается в изменении вдоль траектории не только жесткости, но и обобщенной массы.

П.2.2.2 Параметризация уравнений динамической связи

Прежде всего, необходимо определить параметр ρ. Для этого можно использовать известные зависимости сил от технологических режимов, представленные в многочисленных справочных пособиях, или провести эксперименты по измерению сил при заданных режимах, а затем их усреднить. Однако более точные и адекватные результаты можно получить, если оценивать параметры динамической связи в ходе процесса резания на рассматриваемом станке. При этом полагается, что измеримыми являются временные последовательности $F^{(0)}(t)$ и $S(t)$. Необходимо отметить, что параметрическая идентификация, выполненная на конкретном станке, одновременно обеспечивает адаптацию параметров виртуальной цифровой модели к станку и наблюдение за изменением параметров, например, по мере развития износа инструмента. Если рассуждать формально, то для идентификации параметров ρ и $T^{(0)}$ можно воспользоваться уравнением

$$T^{(0)}\frac{dF^{(0)}}{dt}+F^{(0)}(t)=\rho S(t)\ , \qquad \text{(П.2.8)}$$

где - $S(t)=(t_P^{(0)}-X_1)\int_{t-T}^{t}\{V_2-v_2(\xi)\}d\xi$. Пусть X_1, $dX_1/dt=v_2(t)$ и $F^{(0)}(t)$ являются наблюдаемыми, $t_P^{(0)}=const$ и $V_2=const$ заданы. Тогда из правой части (П.2.8) легко вычисляется функция $S(t)$, и оценивание ρ, $T^{(0)}$ выполняется по хорошо разработанным алгоритмам, основанным на корреляционно спектральных методах. Например, на основе вычисления авто и взаимных спектров сил и вариаций площади срезаемого слоя и подбора параметров модели (П.2.8), то есть в соответствие с выражением

$$[\frac{S_{F,S}(j\omega)}{S_{S,S}(\omega)}]^2 - [\frac{\rho^2}{1+(T^{(0)}\omega)^2}]^2 \Rightarrow \min, \qquad (П.2.9)$$

где $S_{F,S}(j\omega), S_{S,S}(\omega)$ - вычисленный на основе измеренных функций $F^{(0)}(t)$ и $S(t)$ взаимный спектр и автоспектр на входе. Однако здесь на практике возникают проблемы адекватного оценивания X_1, $dX_1/dt = v_2(t)$ и $F^{(0)}(t)$. Это связано с том, что все существующие динамометры (в том числе и динамометр STD201) измеряют не силы, а деформации некоторых упругих измерительных элементов. Поэтому для разделения информации о силах и деформациях требуется не только достаточно сложная обработка информации, но и динамическая идентификация всего измерительного комплекса. Наконец, строго говоря, необходимо дополнительно измерять колебательные смещения заготовки. Поэтому проще и естественней ориентироваться на использования при идентификации траекторий следа от вершины инструмента на заготовке. Рассмотрим этот метод как основной. Идентификацию выполним в два этапа.

На первом этапе будем оценивать параметр ρ. Ограничимся случаем обработки детали большой жесткости. Пусть заданы матрицы жесткости $\mathbf{c}$, измеримы силы $\mathbf{F} = F^{(0)}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$, позволяющие определить угловые коэффициенты χ_i, $i = 1,2,3$, заданы постоянные технологические режимы ($V_P^{(0)}, S_P^{(0)}$ и $t_P^{(0)}$) и диаметр вала до $D^{(0)}$ и после обработки D. Тогда упругая деформация X_1 оценивается как $X_1 = 0{,}5[D_0 - D]$. Тогда для установившегося состояния справедливо

$$0{,}5(D - D^{(0)}) = 0{,}5\Delta D = t_P^{(0)} \frac{\Delta_{X_1}}{\Delta}, \qquad (П.2.10)$$

где $\Delta = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \rho^* \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} + \rho^* \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} + \rho^* \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$; $\Delta_{X_1} = \begin{bmatrix} \rho^* \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \rho^* \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \rho^* \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$; $\rho^* = S_P^{(0)}\rho$; $t_P^{(0)}$, $S_P^{(0)}$ - установленные системой ЧПУ значения глубины резания $t_P^{(0)}$ и подачи $S_P^{(0)}$. Из (П.2.10) имеем

$$\Delta D\{\mathbf{A} + \rho S_P^{(0)}\mathbf{B}\} = \rho 2 t_P^{(0)} S_P^{(0)}\mathbf{B}, \qquad (П.2.11)$$

где $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$.

В (П.2.11) все параметры, кроме параметра ρ, либо заданы, либо измеряемы. Тогда для оценивания ρ имеем

$$\rho=\frac{\Delta\mathbf{A}}{S_P^{(0)}\mathbf{B}[2t_P^{(0)}-\Delta D]}. \qquad (\text{П.2.12})$$

Для рассматриваемого станка в конкретных условиях обработки при неизменных технологических режимах оценивается множество $\boldsymbol{\rho}=\{\rho_1,\rho_2,...\rho_n\}$, для которого определяются их математические ожидания $\hat{\rho}$ и дисперсия σ_ρ

$$\begin{cases} \hat{\rho}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{i=n}\rho_i \\ \sigma_\rho=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{i=n}(\hat{\rho}-\rho_i)^2 \end{cases} \qquad (\text{П.2.13})$$

Важно отметить, что приведенный алгоритм идентификации позволяет оценить изменение параметра ρ в ходе естественного функционирования системы резания, например, по мере развития износа режущего инструмента. Приведенный математический инструментарий позволяет определить и зависимость этого параметра от технологических режимов, прежде всего, от скорости резания. Эта зависимость входит в базовые уравнения динамики. В процессе проведения экспериментов оцениваются и изменения угловых коэффициентов ориентации сил

$$\chi_i=\frac{F_i}{\{(F_1)^2+(F_2)^2+(F_3)^2\}^{0,5}}, i=1,2,3\ , \qquad (\text{П. 2.14})$$

где F_i - сила резания по направлению i.

В заключении отметим, что разработанный математический инструментарий позволяет не только оценивать текущее значение параметра ρ, но и выявлять изменение его в зависимости от условий обработки, состоя режущего инструмента, но и изменения угловых коэффициентов ориентации сил резания. Приведем некоторые данные об изменении параметра ρ при продольном точении проходным резцом с глубиной резания $t_P^{(0)}=2{,}0мм$. Геометрия инструмента из Т15К6:

главный передний угол - $\gamma = 6^0$; главный задний угол - $\alpha = 2^0$; угол наклона режущей кромки $\lambda = 2^0$. Приведенные данные, вычисленные на основе экспериментов при различных скоростях резания, позволяют определить и параметры μ и ς в (1.10).

Таблица П2.3 – Значения параметра ρ при точении стали 20Х

Скорость резания $V_P, м/с$	Величина подачи $S_p, мм/об$					
	0,7	0,5	0,45	0,28	0,20	0,15
0,33	373,0	375,0	353,0	377,0	389,0	410,0
0,66	367,0	375,0	351,0	360,0	270,0	214,0
1,0	302,0	350,0	300,0	240,0	210,0	180,0
1,25	333,0	300,0	260,0	200,0	180,0	157,0
1,6	250,0	250,0	243,0	185,0	170,0	148,0
2,0	250,0	249,0	230,0	178,0	163,0	142,0

Эксперименты показывают, что параметр ρ практически не зависит от глубины резания. Однако при увеличении подачи его значение становится заметно меньше. Если усреднить весь массив данных при различных режимах при постоянной скорости резания, то мы получаем зависимость, приведенную на рис. П 2.17. Точность аппроксимации можно существенно повысить, если дополнительно раскрыть зависимость давления ρ не только от скорости резания, но и от величины подачи S_p. Отметим также, что параметр ρ изменяется и в том случае, если в зоне резания формируется циклически напряженное состояние. Причем механизм формирования циклических напряжений не имеет значения. Изменение параметр ρ от дополнительных силовых возмущений связан с перераспределением циклических и интегральных сил резания.

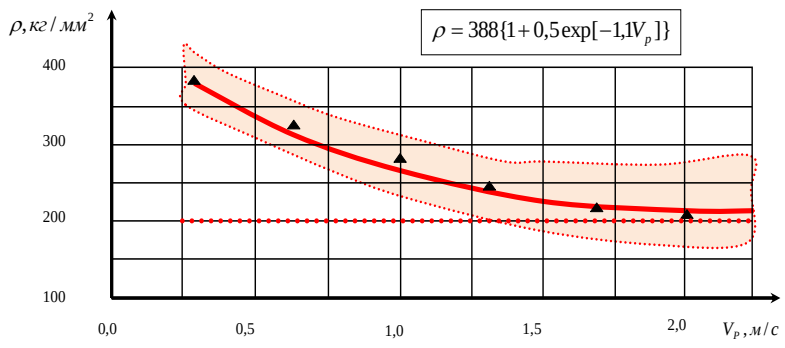
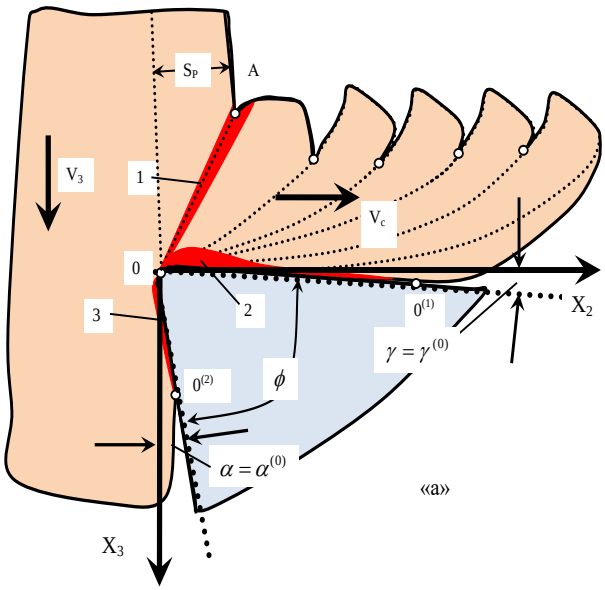


Рис.П 2.17 – Зависимость параметра ρ от скорости реза-

Наконец, параметр ρ зависит от геометрии инструмента, прежде всего, от главного переднего и заднего углов γ и α, которые также определяют

ния угол заострения вершины инструмента ϕ.

Необходимо учитывать, что сами углы γ и α в динамической системе являются взаимосвязанными, так как выполняется условие: $\gamma+\alpha+\phi=\pi/2$ (рис.П 2.18). Если, например, задан угол $\alpha(t)$, то определен и угол $\gamma(t)=\pi/2-\alpha(t)-\phi$. Причем $\phi=const$. Необходимо учесть, что, как и при изменении сил при вариациях площади срезаемого слоя, необходимо рассматривать переходной процесс от одного стационарного состояния, соответствующего начальному углу $\gamma=\gamma^{(0)}$ (рис.П.2.18 «а»), к другому, соответствующему терминальному углу $\gamma=\gamma^{(0)}+\Delta\gamma$. Дело в том, что при увеличении переднего угла (в данном случае передний угол инструмента γ отсчитывается по часовой стрелке, как показано на рис. П 2.18) наблюдаются следующие изменения, влияющие на силы. Во-первых, уменьшаются силы резания за счет уменьшения объема пластической деформации материала в областях первичной («1»), вторичной («2») пластической деформаций. При этом уменьшается длина области первичной пластической деформации «0-А», а также длина контакта стружки с передней гранью инструмента. Во-вторых, уменьшаются силы трения при движении стружки по передней грани инструмента. В-третьих, при неизменном угле заострения режущего



«а»

клина ϕ увеличение γ приводит к сближению задней грани инструмента и заготовки (область «3»). При этом увеличивается длина контакта «0-$0^{(2)}$» задней грани и заготовки. Сближение поверхностей не только изменяет свойства контакта задней грани инструмента и заготовки, но и

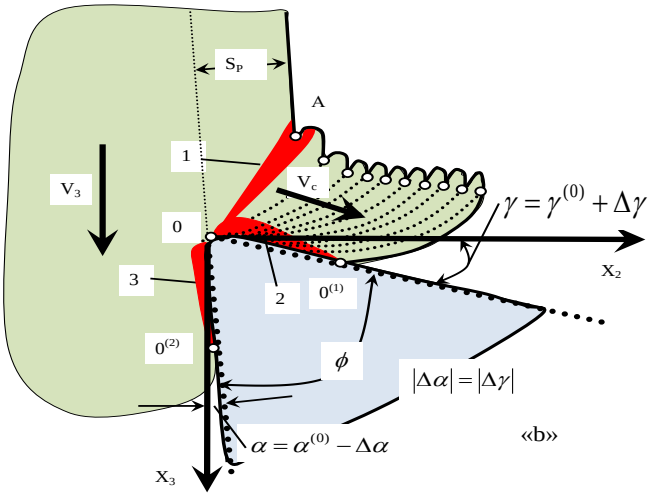


Рис. П.2.18 – Влияние переднего угла инструмента на процесс стружкообразования

перераспределяет напряжения и деформации в области стружкообразования. Необходимо учитывать, что распределение напряжений и деформаций в областях первичной пластической деформации и в области контакта задней грани являются взаимосвязанными. Все это приводит к уменьшению усадки стружки, и может стабилизировать собственно стружкообразование. Если углы α и γ рассматривать независимо, то увеличению γ соответствует улучшение практически всех показателей стружкообразования и качества формируемой резанием поверхности. Взаимозависимость напряжений и деформаций одновременно от α и γ приводит к некоторому компромиссу, который и определяет оптимальные углы инструмента.

Приведем также данные об изменении коэффициентов ориентации сил для инструмента из Т15К6 при обработке стали 20Х: главный передний угол - $\gamma = 6^0$; главный задний угол - $\alpha = 2^0$; угол наклона режущей кромки $\lambda = 2^0$.

Таблица П.2.4 – Зависимость коэффициентов ориентации сил от износа инструмента и скорости резания

Износ, *мм*	Скорость резания 0,5 *м/с*			Скорость резания 1,0 *м/с*			Скорость резания 1,5 *м/с*		
	χ_1	χ_2	χ_3	χ_1	χ_2	χ_3	χ_1	χ_2	χ_3
0,2	0,3	0,5	0,81	0,25	0,4	0,88	0,22	0,36	0,91
0,4	0,35	0,6	0,72	0,3	0,5	0,81	0,25	0,40	0,88
0,6	0,4	0,7	0,59	0,5	0,65	0,56	-	-	-

На втором этапе выполняется идентификация постоянной времени стружкообразования $T^{(0)}$. На разных этапах исследований использовались различные методики идентификации. Остановимся на двух основных, которые дополняют друг друга.

1) В основу идентификации положены реакции координат состояния системы на заданные внешние воздействия, в том числе $\delta-$ образные силовые возмущения. Остановимся на простом методе идентификации, основанном на точении вала со ступенчатыми изменениями припуска по направлению движения инструмента (обрабатывается заготовка с пазами вдоль оси ее вращения) (рис. П.2.19). Будем считать, что нам заданы и идентифицированы матрицы жесткости, скоростных и инерционных коэффициентов подсистемы инструмента. Не нарушая общности, рассмотрим случай обработки заготовки высокой жесткости. Учет идентифицированных параметров подсистемы заготовки лишь усложняет используемые при идентификации выражения, но не существо методики.

Для оценивания постоянной времени $T^{(0)}$ на основе измерения реакции системы на ступенчатое изменение технологических режимов, например, глубины резания $t_P(t)=t_P^{(0)}+\Delta t_P(t)$, рассмотрим закон изменения модуля силы резания $F^{(0)}(t)$ вызванного вариациями глубины. Вариации $\Delta t_P(t)$ имеют закон единичной функции $\Delta t_P^{(0)}1(t)$. Для выяснения методики оценивания постоянной времени $T^{(0)}$ проанализируем передаточную функцию, связывающую вариации глубины резания $\Delta t_P(t)=\Delta t_P^{(0)}1(t-T_0)$ и сил $F^{(0)}(t)$ (рис.П.2.19). При этом примем во внимание, что $t_P^{(0)}=const$, $V_3=const$. Тогда из структурной схемы (рис. П.2.19 «b») для малых отклонений от точки равновесия имеем передаточную функцию

$$W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(p)=\frac{F^{(0)}(p)}{\Delta t_P(p)}=\frac{W^{(P)}(p)}{1+W^{(P)}(p)\{\dfrac{1-\exp[-Tp]}{p}\}\{g_1(p)+pg_2(p)\}}, \qquad (\text{П.2.15})$$

где $g_1(p)$, $g_2(p)$- передаточные функции от сил $F_1(p)$ и $F_2(p)$ к деформационным смещениям $X_1(p)$и $X_2(p)$; $W^{(P)}(p)$ - передаточная функция процесса стружкообразования. Из (П.2.15) имеем

$$W^{(P)}(p)=\frac{W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(p)}{1-W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(p)W_{\Delta}(p)}, \qquad (\text{П.2.16})$$

где $W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(p)$ - изображение по Лапласу измеренной переходной функции изменения силы $F^{(0)}(t)$; $W_\Delta(p)=\{\frac{1-\exp[-Tp]}{p}\}\{g_1(p)+pg_2(p)\}$ - передаточная функция всей подсистемы резания, вносящая несоответствие $W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(p)$ и $W^{(P)}(p)$.

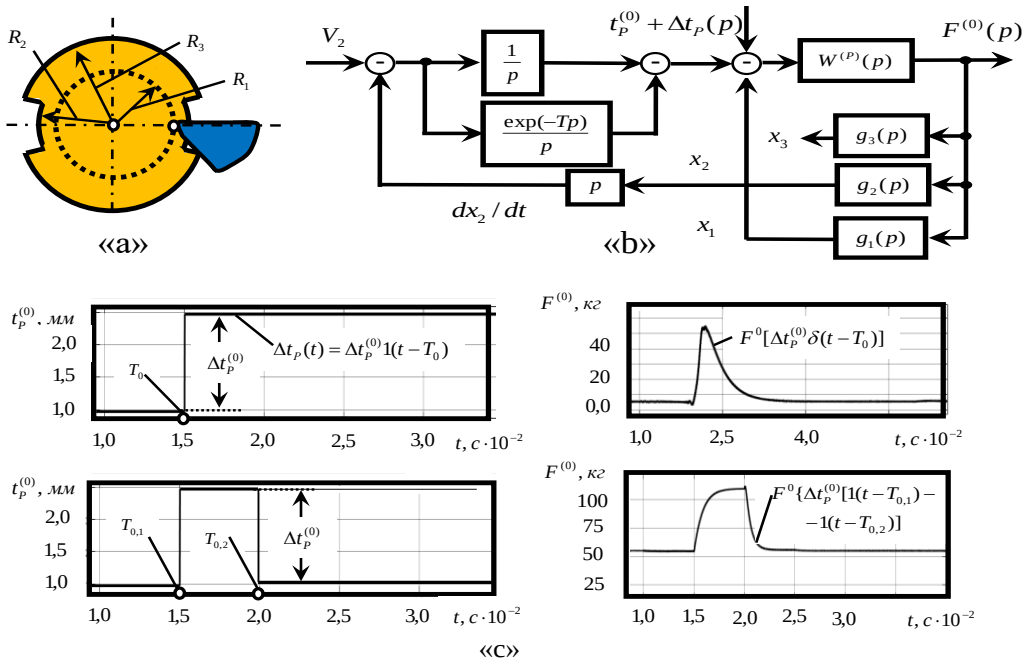


Рис. П 2.19 – Схема обработки («a»), структурная схема преобразования вариаций припуска в силы («b») и примеры временных реакций на единичные воздействия («c») при оценивании постоянной времени стружкообразования

Очевидно, для обеспечения адекватности $W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(p)$ и $W^{(P)}(p)$.необходимо обеспечить условие $W_\Delta(p)\Rightarrow 0$. Это условие выполняется в следующих случаях. 1. Если податливости в направлениях X_1 и X_2 стремятся к нулю, то $g_1(p)\to 0$ и $g_2(p)\to 0$. Следовательно, при проведении экспериментов необходимо обеспечивать повышенную жесткость подсистемы инструмента и заготовки. 2. При рассмотрении спектральных характеристик необходимо ограничиться частотами равными или кратными частоте вращения заготовки и на этом дискретном множестве обеспечивать оценивание $T^{(0)}$. В качестве критерия оценивания удобно, как и ранее, рассматривать условие $Mod[W_{F^0,\Delta t_P^{(0)}}(j\omega)]^2 - Mod[\frac{\rho^2}{1+(T^{(0)}\omega)^2}]\Rightarrow \min$.

2) Более надежную в статистическом смысле информацию о постоянной времени стружкообразования $T^{(0)}$ можно получить, если рассматривать в качестве

исходных для идентификации данных функцию профиля обработанной детали. Ее можно измерить с помощью контурографа - профилографа T4HD. В этом случае рассматривается естественный процесс резания без нанесения дополнительных измеримых возмущений. Пусть задан параметр ρ, а также известна функция профиля, представленная по временной оси в виде отклонения радиуса детали после обработки $R(t)$. Ограничимся процессом свободного точения (выполняется операция отрезки диска постоянной толщины a) на известных и постоянных технологических режимах $S_P^{(0)}$ и $V_P^{(0)}$ (рис. П.2.20). Для определения следа от вариаций деформационных смещений на поверхности заготовки примем во внимание очевидное соотношение

$$S = a\int_{t-T}^{t}\{V - dX/dt\}d\xi = a(X - X(t-T)) = a\Delta X = a\Delta R \qquad (\text{П.2.17})$$

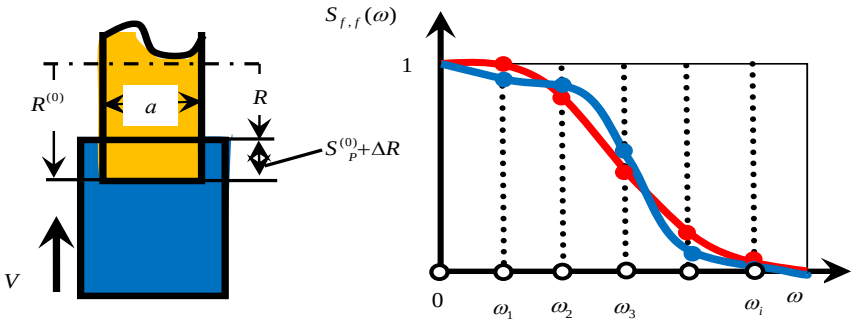


Рис. П.2.20 – Схема обработки результатов при оценивании постоянной времени стружкообразования

Для вычисления можно воспользоваться измеренной функцией профиля $\Delta R(t) = R(t) - R(t-T)$. Так как ширина $a = const$, то площадь срезаемого слоя равна $S = a(S_P^{(0)} + \Delta R(t))$. Тогда для оценивания $T^{(0)}$ можно воспользоваться соотношениями

$$W_{\Delta R,F}(j\omega) - \frac{\rho}{1 + j\omega T^{(0)}} \Rightarrow \min . \qquad (\text{П.2.18})$$

где $W_{\Delta R,F}(j\omega) = \dfrac{S_{\Delta R,F}(j\omega)}{S_{\Delta R,\Delta R}(\omega)}$. В (П.2.18) все выражения и параметр ρ известны, кроме $T^{(0)}$. Как показано в пятой главе основного текста при исследовании адекватности преобразования деформационных смещений в геометрическую топологию поверхности, функция когерентности между деформационными смещениями и функцией профиля, во-первых, затухает по мере увеличения частоты. Во-вторых,

она периодически изменяется в зависимости от избирательных свойств взаимодействующих подсистем. В третьих, имеют место самостоятельные процессы, обусловленные многими физическими взаимодействиями самого процесса обработки, которые вносят самостоятельный вклад в формирование геометрической топологии. Поэтому для повышения адекватности оценивания предложена двух этапная процедура.

На первом этапе изучается функция когерентности между колебательными смещениями и функцией профиля. Определяется множество частот $\boldsymbol{\omega}=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,...\omega_n\}$, на котором выполняется дальнейшая идентификация. На втором этапе вычисляется автоспекторы $S_{\Delta R.\Delta R.}(\omega)$ и $S_{F,F}(\omega)$ для функций $\Delta R(t)$ и $F(t)$. Тогда оценивание выполняется по выражению

$$A(\omega_i)-\frac{(\rho)^2}{1+(T^{(0)}\omega_i)^2}\Rightarrow \min,\ \omega_i\in\boldsymbol{\omega}\ . \qquad (\text{П.2.19})$$

В том числе оценивается как математическое ожидание, так и дисперсия. Выполненные исследования показали, что величина $T^{(0)}$ принципиально зависит от скорости резания, но путь инструмента относительно заготовки, соответствующий переходному процессу изменяется незначительно. Он несколько увеличивается при возрастании усадки стружки и объема пластической деформации. Этот результат свидетельствует о том, что перестройка процессов в зоне резания определяется в большей степени пространственными изменениями, но не временными.

Приведем таблицу идентифицированных значений $T^{(0)}$. На основе данных, приведенных в табл. 1.5, можно получить эмпирическую зависимость постоянной времени стружкообразования от технологических режимов в виде

$$T^{(0)}=(t_P)^{\alpha_1}(S_P)^{\alpha_2}(V_P)^{-\alpha_3}k^{(T)}10^{-3}, \qquad (\text{П.2.20})$$

где – для нашего случая: $\alpha_1=0{,}1$, $\alpha_2=0{,}7$, $\alpha_3=0{,}9$, $k^{(T)}=1{,}1$. Экспериментальные исследования показывают, что параметр $T^{(0)}$ зависит не только от технологических режимов, но и от условий обработки (например, от технологической среды), геометрии инструмента и пр.

Таблица П.2.5 – Значения параметра $T^{(0)}$ при точении стали 20Х

Величина подачи $S_P, мм/об$	Скорость резания $V_P, м/с$					
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
0,05	$0,24*10^{-3}$	$0,12*10^{-3}$	$0,08*10^{-3}$	$0,06*10^{-3}$	$0,05*10^{-3}$	$0,04*10^{-3}$
0,10	$0,38*10^{-3}$	$0,19*10^{-3}$	$0,12*10^{-3}$	$0,09*10^{-3}$	$0,07*10^{-3}$	$0,06*10^{-3}$
0,15	$0,52*10^{-3}$	$0,26*10^{-3}$	$0,17*10^{-3}$	$0,13*10^{-3}$	$0,10*10^{-3}$	$0,08*10^{-3}$
0,20	$0,64*10^{-3}$	$0,32*10^{-3}$	$0,21*10^{-3}$	$0,16*10^{-3}$	$0,13*10^{-3}$	$0,11*10^{-3}$
0,25	$0,74*10^{-3}$	$0,37*10^{-3}$	$0,25*10^{-3}$	$0,18*10^{-3}$	$0,15*10^{-3}$	$0,12*10^{-3}$
0,30	$0,86*10^{-3}$	$0,43*10^{-3}$	$0,29*10^{-3}$	$0,22*10^{-3}$	$0,17*10^{-3}$	$0,14*10^{-3}$

В заключение отметим, что моделирование переходных процессов в зоне резания при переходе от одного установившегося состояния обработки к другому, отличающемуся площадью срезаемого слоя, в виде простейшего апериодического звена характеризует лишь усредненные силовые реакции процесса резания. В реальной системе наблюдается сложная и взаимосвязанная перестройка множества физических реакций, для описания которой требуется привлечение аппарата системной физики.

П.2.2.3. Оценивание параметров и ядер интегральных операторов эволюции

При оценивании $w(A)$ в функции работы необратимых преобразований энергии в зоне резания предлагается следующее уравнением Вольтера второго рода (зависимость (4.10) основного текста)

$$w(A) = \alpha_1 A + \alpha_2 \int_0^A W(A-\xi) N(\xi) d\xi \ , \qquad (П.2.21)$$

где $N(A)$ - мощность необратимых преобразований энергии $[кг \cdot мм/с]$; A - работа $[кг \cdot мм]$; α_1 - коэффициент размерности $[(кг)^{-1}]$; α_2 - коэффициент размерности $[(кг)^{-2}(мм/с)^{-1}]$; $W(t-\varsigma)$ - безразмерное ядро интегрального оператора. Ядро интегрального оператора, учитывающее два противоречивых процесса адаптации и деградации, представляется в виде (4.11)

$$W(A-\xi) = \{-\exp[-\lambda_1(A-\xi)] + \mu_w \exp[\lambda_2(A-\xi)]\}, \qquad (П.2.22)$$

где λ_1, λ_2 - параметры, имеющие размерность $[(кг \cdot мм)^{-1}]$; μ_v - безразмерный коэффициент. Обозначим также $\alpha_3 = \alpha_2 \mu_v$. В (П.2.21) мощность N и работа A, а так-

же силы F, влияющие на работу и мощность, рассматриваются в виде величины, приведенной к длине контакта режущего лезвия с помощью безразмерного коэффициента $m^{(*)} = l_0 / l$. Здесь $l_0 = 1{,}0 мм$, l - реальная длина контакта в миллиметрах. Например, если реальная длина контакта равна 0,5 мм, то мощность N, работу A, а также силы F, необходимо удвоить. Поэтому в процессе идентификации параметров (П.2.21) рассматривается продольное точение с глубиной 1,0 мм инструментом, имеющим главный угол в плане $\varphi = 90^0$.

Ставится задача оценить параметры α_1, α_2, λ_1, λ_2, μ_w. Рассмотрим случай моделирования эволюции в зависимости от траекторий общей мощности $N(t)$ и работы $A(t)$ модуля силы резания $F^{(0)}(t)$. Пусть обеспечена обработка с постоянной силой $F^{(0)} = const$, что можно сделать, если создать систему автоматической стабилизации силы за счет вариаций скорости подачи. Так как скорость резания более чем на порядок превышает скорость подачи, то в этом случае $N = const$. Тогда из (П.2.21) с учетом (П.2.22) имеем $w(A) = \alpha_1 A + N\{\alpha_2 e^{-\lambda_1 A} \frac{1}{\lambda_1}[e^{\lambda_1 A} - 1] - \alpha_3 e^{\lambda_2 A} \frac{1}{\lambda_2}[e^{-\lambda_2 A} - 1]\}$. Следовательно,

$$w(A) = \alpha_1 A + N\{\frac{\alpha_2}{\lambda_1}[1 - e^{-\lambda_1 A}] + \frac{\alpha_3}{\lambda_2}[e^{\lambda_2 A} - 1]\}. \qquad (П.2.23)$$

Для дальнейшего удобно ввести в рассмотрение понятие приращение износа к приращению работы $v^{(A)} = \frac{\partial w}{\partial A}$. По своему смыслу это понятие близко к интенсивности изнашивания, но оно рассматривает приращение износа не к пути резания, а к совершенной работе необратимых преобразований энергии в зоне резания. Из (П.2.23) получаем выражение для $v^{(A)}$

$$v^{(A)}(A) = \alpha_1 + N\{\alpha_2 e^{-\lambda_1 A} + \alpha_3 e^{\lambda_2 A}\} \qquad (П.2.24)$$

Выражения (П.2.23) и (П.2.24) позволяют предложить следующий графоаналитический метод оценивания параметров α_1, α_2, λ_1, λ_2, μ_w (рис. П.2.21).

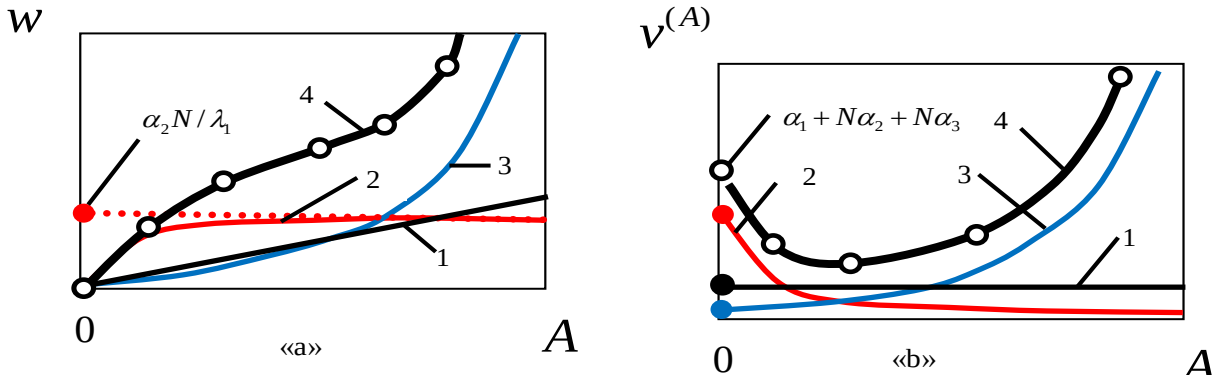


Рис. П.2.21 – Аппроксимация износа w «a» и приращения износа «b» к приращению работы $v^{(A)}$ при постоянной мощности необратимых преобразований энергии

Оценивание этих параметров основано на экспериментальном определении кривой износа w (рис. П.2.21 «a») и вычислении на ее основе кривой приращения износа по приращению работы $v^{(A)}$. Прежде отметим некоторые важные для дальнейшего свойства и соотношения.

1. Так как в нашем случае при проведении экспериментов обеспечивалось условие $V_P^{(0)} = const$, $F^{(0)} = const$, то $\partial A = F^{(0)} \partial t$. Следовательно, справедливо

$$v^{(A)} = v^{(t)} (F^{(0)})^{-1} = v^{(l)} [\frac{V_P^{(0)}}{F^{(0)}}], \qquad (П.2.25)$$

где $v^{(t)} = \partial w / \partial t$ - скорость изнашивания инструмента, $v^{(l)} = \partial w / \partial l$ - интенсивность изнашивания.

2. На кривой $v^{(A)}(A)$ выделим следующие опорные точки (рис. П.2.22):

- точка A_0, которой соответствует отрезок на функции $N\alpha_2 e^{-\lambda_1 A}$, равный $A_0 A_0^*$;
- точка A_1, которой соответствует отрезок на функции $N\alpha_2 e^{-\lambda_1 A}$, равный $A_1 A_1^*$;
- точка A_4, которой соответствует отрезок на функции $N\alpha_3 e^{\lambda_2 A}$, равный $A_3 A_3^*$;
- точка A_4, которой соответствует отрезок на функции $N\alpha_3 e^{\lambda_2 A}$, равный $A_4 A_4^*$;
- точка A_2, которой соответствует минимум $v^{(A)}$.

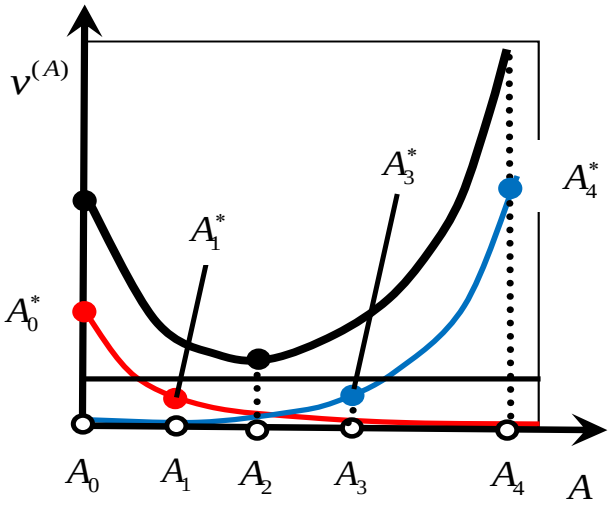


Рис. П.2.22 – Опорные точки на кривых, аппроксимирующих функцию $v^{(A)}(A)$

Точки A_0 и A_1 характеризуются тем, что в них $N\alpha_3 e^{\lambda_2 A} \Rightarrow 0$. Точки A_3 и A_4 характеризуются тем, что в них $N\alpha_2 e^{-\lambda_1 A} \Rightarrow 0$. К тому же работе A_4 соответствует критическая величина износа инструмента, принятая $w = 0{,}8\ мм$. Что касается точки A_4, то в этой точке наблюдается экстремум функции $v^{(A)}(A) = \alpha_1 + N\{\alpha_2 e^{-\lambda_1 A} + \alpha_3 e^{\lambda_2 A}\}$

Определим условия минимума функции $v^{(A)}(A) = \alpha_1 + N\{\alpha_2 e^{-\lambda_1 A} + \alpha_3 e^{\lambda_2 A}\}$. Для этого должно выполняться условие $\partial v^{(A)}(A)/\partial A = 0$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha_2 \lambda_1 e^{-\lambda_1 A_2} = \alpha_3 \lambda_2 e^{\lambda_2 A_2}; \\ \alpha_3 = \alpha_2 \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) A_2}. \end{cases} \qquad (П.2.26)$$

Выражение (П.26) можно использовать для оценки адекватности идентифицированных параметров. Пусть заданы координаты приведенных на рисунке П.2.22 опорных точек. Тогда оценивание параметров α_1, α_2, λ_1, λ_2, μ_w выполняется в два этапа.

На первом этапе определяются параметры λ_1, λ_2. Для этого рассматриваются две экспоненциальных функции $e^{-\lambda_1 A}$, $A \in (A_0, A_1)$ и $e^{\lambda_2 A}$, $A \in (A_3, A_4)$. Для каждой из них отрезки $A_0 A_0^* = 1$, $A_4 A_4^* = 1$ принимаются за единицу, а их значения при $A = A_1$, а также при $A = A_3$ рассматриваются в относительных значениях к единице. Тогда для вычисления параметров λ_1, λ_2 можно использовать очевидные соотношения $e^{-\lambda_1 A_0} = 1$, $e^{-\lambda_1 A_1} = \varepsilon_1 = \dfrac{A_1 A_1^*}{A_0 A_0^*}$, $e^{\lambda_2 A_3} = \varepsilon_2 = \dfrac{A_3 A_3^*}{A_4 A_4^*}$, $e^{\lambda_2 A_4} = 1$. Следовательно,

$$\lambda_1 = -\frac{\ln(\varepsilon_1)}{A_1}, \quad \lambda_2 = \frac{\ln(\varepsilon_2)}{A_3}. \qquad (П.2.27)$$

На втором этапе выполняется оценивание параметров α_1, α_2, μ_w. При этом учитывается знание λ_1, λ_2. Из (П.2.24) имеем для множества $\mathbf{A}=\{A_1, A_2,...A_n\}$

$$v^{(A)}(A_i)=\alpha_1+H_1(i)\alpha_2+H_2(i)\alpha_3,\ i=1,2...n \qquad (П.2.28)$$

где $H_1(i)=Ne^{-\lambda_1 A_i}$; $H_2(i)=Ne^{\lambda_2 A_i}$. В (П.2.28) параметры $H_1(i)$ и $H_2(i)$ являются наблюдаемыми. Поэтому для оценивания можно воспользоваться хорошо разработанным и алгоритмированным методом наименьших квадратов (МНК), позволяющим оценим математические ожидания и дисперсии параметров α_1, α_2, μ_w.

П.2.3 Вычисление интегрального оператора на основе аппроксимации мощности необратимых преобразований в виде кусочно-постоянной траектории

Во многих задачах анализа эволюционных траекторий, а также при идентификации параметров интегрального оператора целесообразно использовать приближенный метод вычисления интегрального оператора эволюции $w(A)=\alpha_1 A+\alpha_2\int_0^A W(A-\xi)N(\xi)d\xi$. Представим приведенное выражение в следующем виде

$$W(A)=H_1(A)+H_2(A)+H_3(A), \qquad (П.2.29)$$

где $H_1(A)=\alpha_1 A$; $H_2(A)=\alpha_2\int_0 \exp[-\lambda_1(A-\xi)]N(\xi)d\xi$; $H_3(A)=\alpha_3\int_0 \exp[\lambda_2(A-\xi)]N(\xi)d\xi$;

$N(A)=\{N(\Delta A), N(2\Delta A), N(3\Delta A),...N(n\Delta A)\}$; $A=n\Delta A$; ΔA - дискретное значение работы сил необратимых преобразований энергии механической системы, подводимой к зоне резания. Величина приращения ΔA определяется частотой Найквиста. Вычисление $H_1(A)=\alpha_1 A$ не вызывает сложности, поэтому на нем останавливаться не будем. Поэтому вначале рассмотрим вычисление $H_2(A)=\alpha_2\int_0^A \exp[-\lambda_1(A-\xi)]N(\xi)d\xi$.

$$H_2(A)=\alpha_2\int_0^A \exp[-\lambda_1(A-\xi)]N(\xi)d\xi=\frac{\alpha_2}{\lambda_1}e^{-\lambda_1\sum_{i=1}^{n} i\Delta A}\{N_1e^{-\lambda_1(n-1)\Delta A)}[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}]+$$
$$+N_2e^{-\lambda_1(n-2)\Delta A)}[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}]+...+N_{n-1}e^{-\lambda_1\Delta A)}[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}]+N_ne^{-\lambda_1(n-n)\Delta A)}[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}]\},$$

или в компактном виде

$$H_2(A) = \frac{\alpha_2[1-\exp(-\lambda_1\Delta A)]}{\lambda_1}\sum_{i=1}^{i=n} N_i \exp[-\lambda_1(i-1)\Delta A]. \qquad (П.2.30)$$

Как видно, значение интегрального оператора определяется не только проинтегрированной мощностью необратимых преобразований в рассматриваемый момент работы, но и ее предысторией. Причем, влияние предыстории зависит от ядра интегрального оператора, которое затухает по экспоненциальному закону. Например, при $n = 3$, имеем

$$H_2(A) = \frac{\alpha_2}{\lambda_1}\{N_1 e^{-\lambda_1 2\Delta A)}[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}] + N_2 e^{-\lambda_1\Delta A)}[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}] + N_1[1-e^{-\lambda_1(\Delta A)}]\}.$$

Если в (П.2.30) $N_i = N = const$, то имеем $H_2(A) = \frac{\alpha_1 N[1-\exp(-\lambda_1 n\Delta A)]}{\lambda_1}$. Таким образом, вариации мощности необратимых преобразований подводимой в резанию энергии «окрашивают» эволюционные свойства системы, и позволяют учесть изменения параметров и свойств динамической системы по мере развития, например, износа режущего инструмента.

Аналогично вычисляем составляющую $H_3(A) = \alpha_3\int_0^A \exp[\lambda_2(A-\xi)]N(\xi)d\xi$.

$$H_3(A) = \frac{\alpha_3[\exp(-\lambda_2\Delta A)-1]}{\lambda_2}\sum_{i=1}^{i=n} N_i \exp[-\lambda_2(i-1)\Delta A]. \qquad (П.2.31)$$

В частности при $n = 3$, имеем

$H_3(A) = \frac{\alpha_3}{\lambda_2}\{N_1 e^{-\lambda_2 2\Delta A)}[e^{-\lambda_2(\Delta A)}-1] + N_2 e^{-\lambda_2\Delta A)}[e^{-\lambda_2(\Delta A)}-1] + N_1[e^{-\lambda_2(\Delta A)}-1]\}$. Таким образом, мы имеем следующий дискретный аналог интегрального оператора

$$w(A) = \alpha_1 A + \alpha_2\int_0^A W(A-\xi)N(\xi)d\xi$$

$$w(A) = \alpha_1 n\Delta A + \frac{\alpha_2[1-\exp(-\lambda_1\Delta A)]}{\lambda_1}\sum_{i=1}^{i=n} N_i \exp[-\lambda_1(i-1)\Delta A] + \\ + \frac{\alpha_3[\exp(-\lambda_2\Delta A)-1]}{\lambda_2}\sum_{i=1}^{i=n} N_i \exp[-\lambda_2(i-1)\Delta A]. \qquad (П.2.32)$$

Выражение (П.2.32) положено в основу моделирования эволюционных изменений динамической системы резания. Оно косвенно учитывается и при построении Simulink-модели системы (см. приложение П.3).

Полученное выражение (П.2.32) можно использовать и для идентификации параметров α_1, α_2, α_3 на основе наблюдения за естественным развитием износа при одновременном измерении мощности необратимых преобразований энергии. При этом нет необходимости стабилизировать мощность необратимых преобразований, что всегда сложно выполнить, так как необходимо использовать специальную систему автоматического регулирования мощности. Пусть определены и неизменны в ходе эволюции параметры λ_1 и λ_2, а также наблюдаемы износ w, работа A и мощность $N(A)$ (рис. П.2.21 «а»). Тогда для идентификации α_1, α_2, α_3 можно воспользоваться системой

$$w(i) = H_1^*(n)\alpha_1 + H_2^*(n)\alpha_2 + H_3^*(n)\alpha_3, \qquad \text{(П.2.33)}$$

где $H_1^*(i) = i\Delta A$; $H_2^*(n) = \dfrac{[1-\exp(-\lambda_1\Delta A)]}{\lambda_1}\sum_{i=1}^{i=n} N_i \exp[-\lambda_1(i-1)\Delta A]$;

$H_3^*(n) = +\dfrac{[\exp(-\lambda_2\Delta A)-1]}{\lambda_2}\sum_{i=1}^{i=n} N_i \exp[-\lambda_2(i-1)\Delta A]$.

В (П.2.33) все параметры $H_1^*(n)$, $H_2^*(n)$, $H_3^*(n)$ известны для каждого эксперимента по эволюции износа по мере увеличения от единицы по значения, соответствующего критическому изнашиванию. Тогда после использования метода МНК получаем значимые оценки α_1, α_2, α_3 как по всему ансамблю, так и на отдельных участках эволюции.

Приложение 3. Описание виртуальной цифровой модели динамики процесса точения

Цифровые эксперименты, выполненные в диссертационной работе, основаны на моделировании динамики процесса точения в программном приложении Matlab и Simulink. Модель служит инструментом для исследования нестационарных и нелинейных явлений, характерных для динамической системы резания (ДСР), и позволяет анализировать взаимодействие управляющих воздействий, геометрических параметров заготовки и эволюции свойств технологической системы. Структурное описание виртуальной цифровой модели динамики процесса резания построено на основе трех иерархических уровнях. Первый, самый верхний уровень, представляет собой совокупность взаимосвязанных подсистем (слева направо) генерации возмущающих воздействий, заготовки, инструмента, а также блока динамической связи, формирующей силы резания между исполнительными элементами (рис. П.3.1).

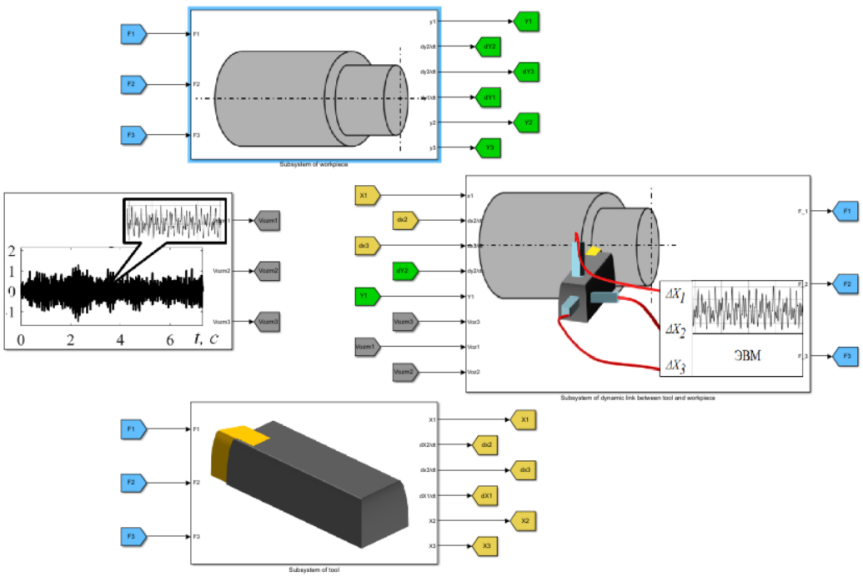


Рис. П.3.1 – Верхний уровень ВЦМ

На рис. П.3.1 цветные маркеры обозначают входные и выходные параметры каждой подсистемы. Голубым цветом обозначены силы резания, разложенные в трех основных проекция движения инструмента относительно заготовки $\mathbf{F}=\{F_1,F_2,F_3\}^T$. Желтым и зеленым цветом выделены координаты состояния подсистем инструмента $\mathbf{X}=\{X_1,X_2,X_3\}^T$ и заготовки $\mathbf{Y}=\{Y_1,Y_2,Y_3\}^T$ соответственно. Серым

цветом обозначены маркеры, передающие сигналы подсистемы генерации возмущающих воздействий, в которой каждый канал возмущений задается гармонической функцией с различными значениями амплитуд, фаз и частот (рис. П.3.2).

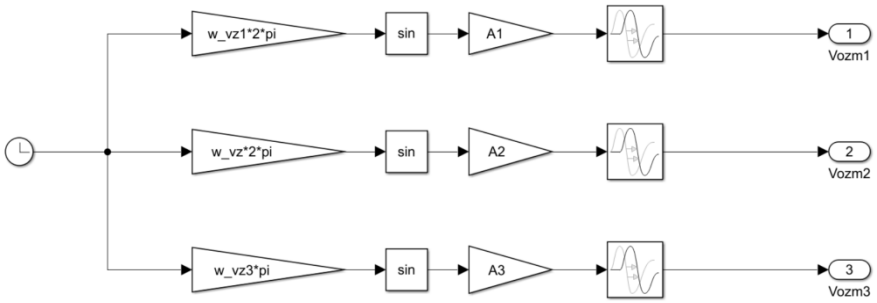
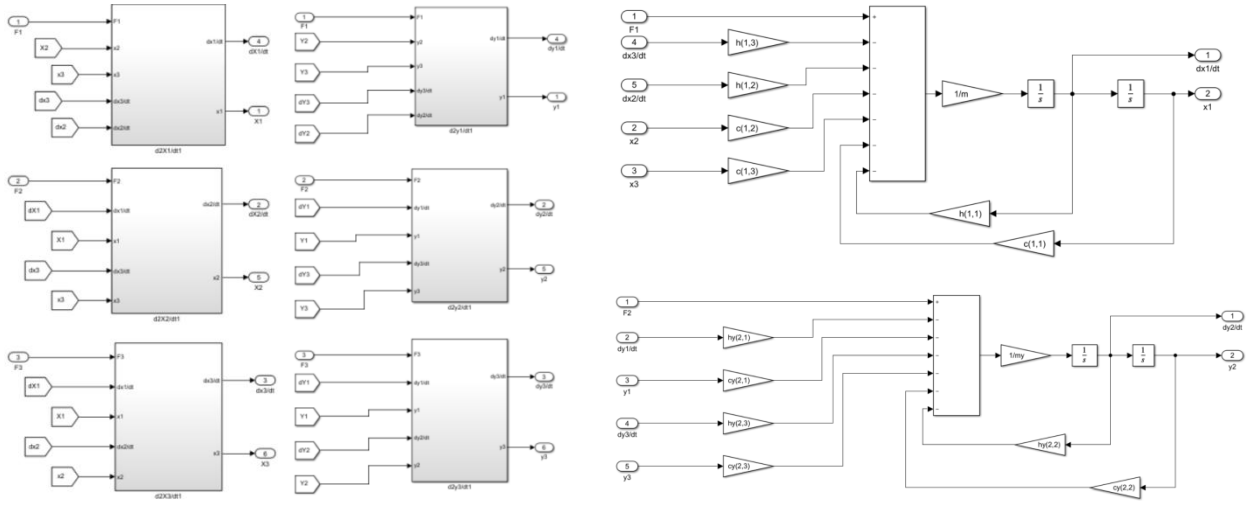


Рис. П. 3.2 – Sim-модель формирования периодических возмущающих сигналов

Внутренняя структура подсистем заготовки и инструмента описывается согласно уравнениям (1.8). Она представляет собой совокупность подсистем для наблюдения упругих деформационных смещений инструмента и заготовки по трем основным направлениям подвижности инструмента (рис. П.3.3).



a) b)

Рис. П. 3.3 – Sim-модель формирования упругих деформационных смещений: a) подсистема инструмента и подсистема заготовки соответственно; b) пример формирования сигнала X_1, dX_1/dt и Y_2, dY_2/dt

Каждая подсистема описывает уравнение для вычисления координаты состояния (рис. П. 3.3, «c») по основным направлениям подвижности согласно рис.1.9. и (1.8): $\frac{d^2\mathbf{X}}{dt^2} = \frac{1}{\mathbf{m}^{(\mathrm{X})}}\left(\mathbf{F}_{\Sigma}(\mathbf{L},\mathbf{X},\mathbf{Y}) - \mathbf{c}^{(\mathrm{X})}\mathbf{X} - \mathbf{h}^{(\mathrm{X})}\frac{d\mathbf{X}}{dt}\right), \frac{d^2\mathbf{Y}}{dt^2} = \frac{1}{\mathbf{m}^{(\mathrm{Y})}}\left(\mathbf{F}_{\Sigma}(\mathbf{L},\mathbf{X},\mathbf{Y}) - \mathbf{c}^{(\mathrm{Y})}\mathbf{X} - \mathbf{h}^{(\mathrm{Y})}\frac{d\mathbf{X}}{dt}\right)$. Для рассмотрения задачи обработки валов малой жесткости в sim-модель подсистемы за-

готовки требуется внести изменение в направлении Y_1, так как c_1 заготовки будет изменяться вдоль оси вращения (5.28) (рис. П. 3.4).

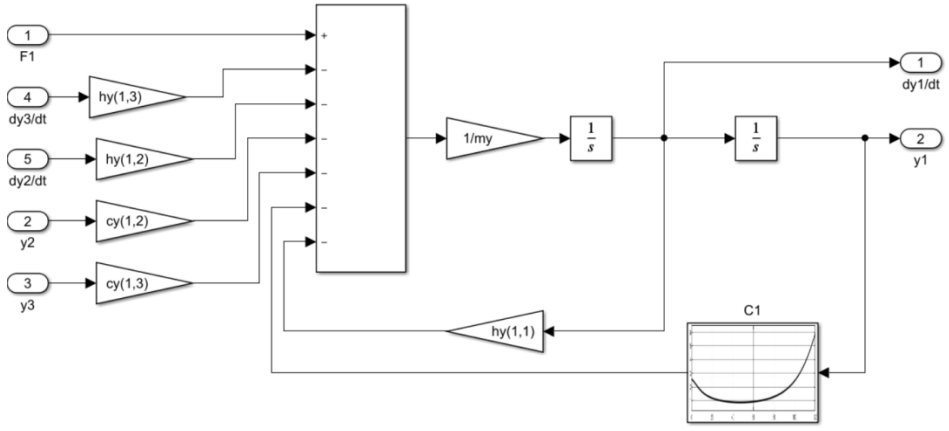


Рис. П. 3.4 – Изменение жесткости заготовки вдоль оси вращения согласно заданному закону $c_1(L_2) = c^{(0)} + \alpha_c(50 - L_2)^2$

Основным элементом модели является подсистема формирования нелинейной динамической связи между заготовкой и инструментом (рис. П. 3.5) в виде сил резания по главной грани инструмента согласно (2.1, «с»)

$$\begin{cases} T_1 dF_1 / dt + F_1 = \rho\chi_1\{1+\mu\exp[\zeta(V_3 - \dfrac{dX_3}{dt}]\}[t_P^{(0)} - X_1(t)]\int\limits_{t-T}^{t}\{V_2(\xi) - v_2(\xi)\}d\xi; \\ T_2 dF_2 / dt + F_2 = \rho\chi_2\{1+\mu\exp[\zeta(V_3 - \dfrac{dX_3}{dt}]\}[t_P^{(0)} - X_1(t)]\int\limits_{t-T}^{t}\{V_2(\xi) - v_2(\xi)\}d\xi; \\ T_3 dF_3 / dt + F_3 = \rho\chi_3\{1+\mu\exp[\zeta(V_3 - \dfrac{dX_3}{dt}]\}[t_P^{(0)} - X_1(t)]\int\limits_{t-T}^{t}\{V_2(\xi) - v_2(\xi)\}d\xi. \end{cases} \quad (\text{П.3.1})$$

Кроме этого, модель учитывает формирование сил резания по задней грани инструмента согласно (2.21)

$$\begin{cases} \Phi_{X_1}(t) = \rho_0\{\exp(-\psi\alpha_\Sigma)\int\limits_{t-T}^{t}[V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)]d\xi\}; \\ \Phi_{X2}(t) = \rho_0\{(t_P^{(0)} - X_1^*)\exp(-\psi\alpha_\Sigma)\}; \\ \Phi_{X3}(t) = k_T\{\Phi_{X_1}(t) + \Phi_{X2}(t)\}. \end{cases} \quad (\text{П.3.2})$$

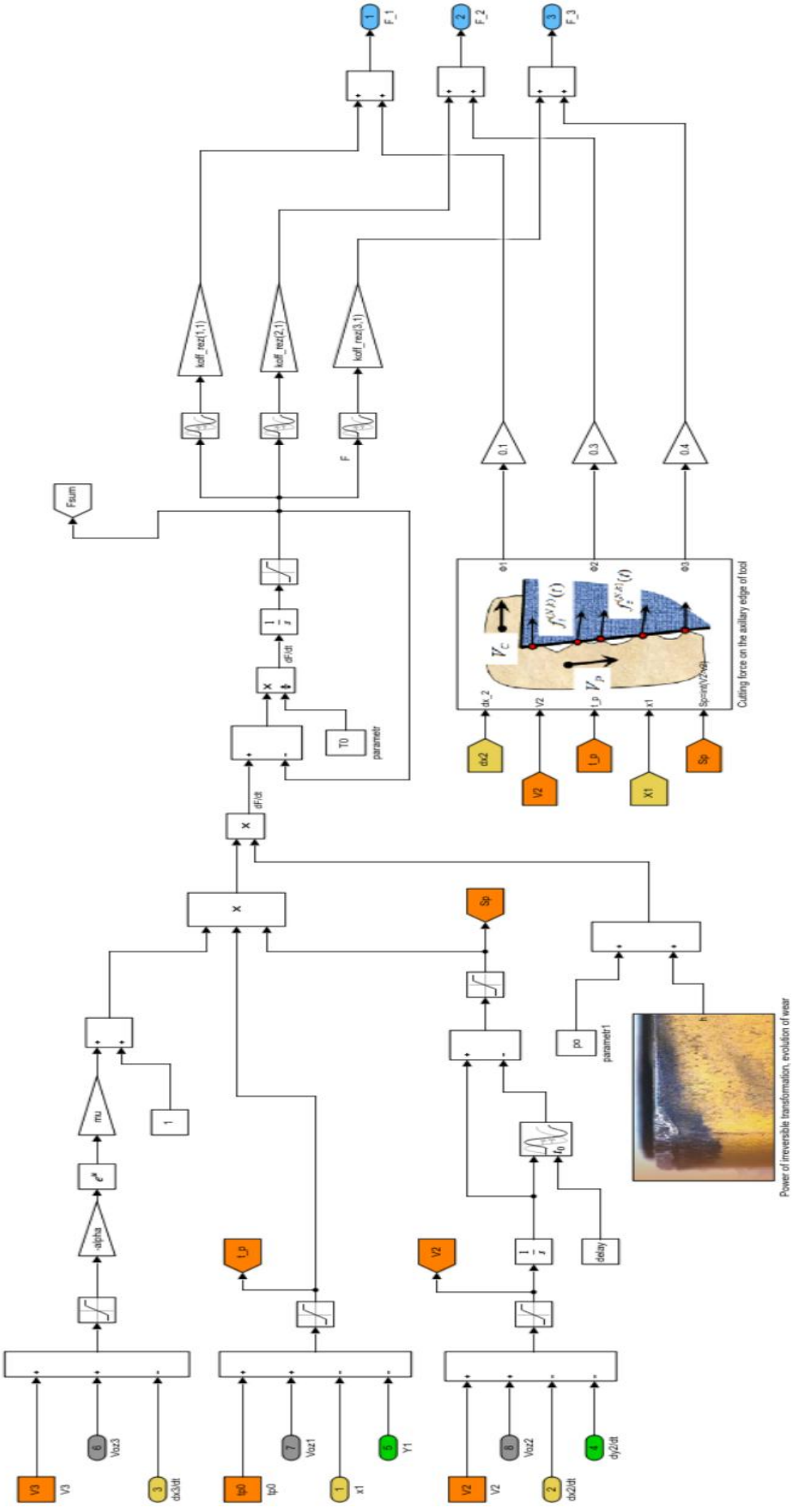


Рис. П. 3.5 – Подсистема формирования сил резания по главной грани $\mathbf{F}=\{F_1, F_2, F_3\}^T$ с учетом влияния мощности необратимых преобразований и сил резания по задней грани инструмента

В модели слева (рис. П. 3.5) оранжевым цветом отмечены блоки задания технологических режимов резания $t_P^{(0)}$, V_2, V_3. После учета влияния возмущающих воздействий и деформационных смещений со стороны инструмента и заготовки, а также естественного ограничения результирующих значений режимов резания с помощью блока «*Saturation*», формируются траектории формообразующих движений инструмента, которые задают площадь срезаемой заготовки, и соответственно изменение сил резания $F=\{F_1, F_2, F_3\}^T$ и $\Phi=\{\Phi_{X1}, \Phi_{X2}, \Phi_{X3}\}^T$ (рис. П.3.6).

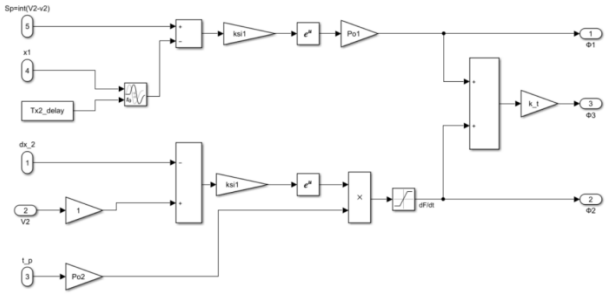
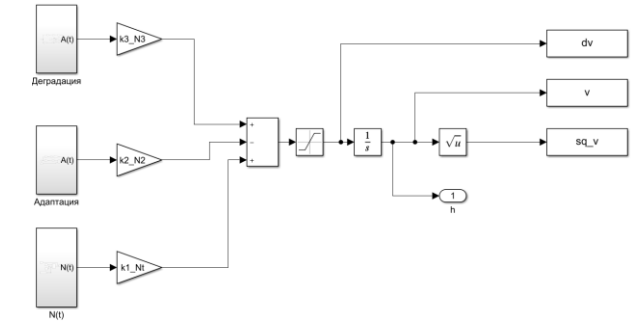


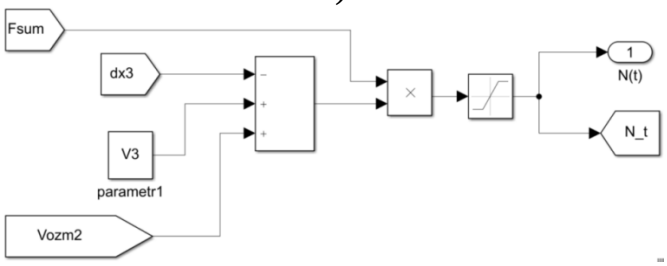
Рис. П.3.6 – Sim-модель подсистемы сил резания по задней грани инструмента $\Phi=\{\Phi_{X1}, \Phi_{X2}, \Phi_{X3}\}^T$

Для учета влияния эволюционных процессов на динамику ДСР в Sim-модель (рис. П.3.5) интегрирована подсистема изменения мощности необратимых преобразований энергии. Динамика эволюционных изменений параметров системы подчиняется интегральному уравнению Вольтерры второго рода, связывающему их изменение с мощностью необратимых преобразований. Особенностью данного подхода является учет наследственных свойств процесса резания, в частности, зависимости скорости износа инструмента не только от текущей мощности необратимых преобразований энергии, но и от всей предшествующей истории её воздействия (рис. П.3.7).

$$\begin{cases} N(t) = F_{\Sigma}(t)V_{\Sigma,3}(t), \\ A(t) = \int_0^t [F_{\Sigma}(\xi)V_{\Sigma,3}(\xi)d\xi, \\ v^{(t)}(t) = \alpha_1 N + \dfrac{\alpha_2}{\lambda_1} N(e^{-\lambda_1 Nt} - 1) + \dfrac{\alpha_3}{\lambda_2} N(e^{\lambda_2 Nt} - 1) \end{cases} \quad \text{(П.3.3)}$$



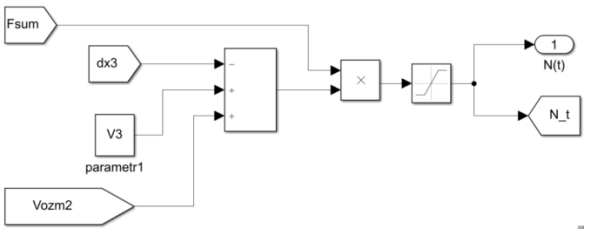
a)



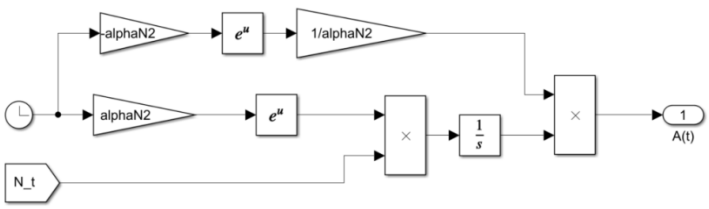
b)

Рис. П.3.7 – Структура Sim-модели подсистемы мощности необратимых преобразований энергии *N(t)* и скорости износа инструмента *ν(t):* а) общая структура модели, b) внутренняя структура формирования *N(t)*

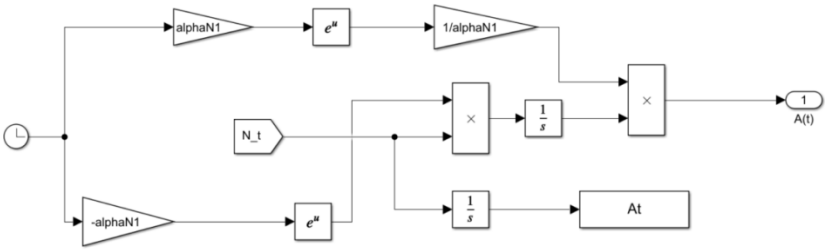
Причем, моделирование мощности необратимых преобразований одновременно рассматривает ее преобразование в работу и эволюцию износа инструмента (рис. П.3.7, «а»). Из рис. П.3.7, «а» можно заметить, что при формировании износа инструмента участвуют три составляющие. Текущая мощность необратимых преобразований *N(t)*, составляющая, обусловленная процессом приработки и адаптации свойств инструмента, составляющая, обусловленная развитием деградации свойств инструмента и интенсификации его износа. Их внутренняя структура представлена на рис. П.3.8.



a)



b)



c)

Рис. П.3.8 – Sim-модели составляющих скорости износа инструмента v*(t)*: a) мощность необратимых преобразований *N(t)*, b) этап приработки инструмента (адаптация свойств), c) этап интенсификации износа инструмента (деградации свойств)

Полученная виртуальная цифровая модель обеспечивает возможность анализа устойчивости процесса резания, при заданных информационных свойствах системы и технологических режимов резания, оценки влияния возмущений, а также верификации алгоритмов синергетического управления, представленных в основных главах диссертации. Модель интегрирует уравнения сил резания, упругих деформаций и эволюции износа инструмента, что позволяет имитировать реальные условия обработки с учётом пространственного изменения жёсткости заготовки.

Приложение 4. Рабочие программа виртуальной цифровой модели

Листинг 1. Инициализация параметров цифровой модели

```
%Параметры подсистемы инструмента
h = [1.3 0.5 0.1; 0.5 1.1 0.1; 0.1 0.1 0.8]*0.1; %kg*sec/mm
c = [1200 400 200; 400 1000 100; 200 100 600]*1;%kg/mm
m = 2*10^(-4);%kg*sec^2/mm
%Параметры подсистемы заготовки
hy = [0.1 0 0; 0 1 0; 0 0 0.1]*0.1; %kg*sec/mm
cy = [1000 0 0; 0 2000 0; 0 0 1000]*1;%kg/mm
my = 1*10^(-3);%kg*sec^2/mm
%Технологические параметры резания
D = 80; % диаметр заготовки, мм
w3 = 10; %Гц
V3 = pi*D*w3;%скорость резания, мм/с
V2 = 0.0008*V3; % скорость подачи, мм/с
tp0 = 0.25; % глубина резания, мм
target_0 = 7.3e-3; % максимальная погрешность обработки, мм
delay = 1/w3; %задержка по V2 при формировании подачи, с
alpha = 5; % коэффициент ниспадающей хар-ки F(V3)
mu = 1; % коэффициент ниспадающей хар-ки F(V3)
po = 300; %давление стружки на поверхность инструмента, kg/mm^2
%Формирование сил F =  [F1, F2, F3]
T0 = 1e-5; %задержка сил резания к площади среза
k_chip = 2; % коэффициент усадки стружки
k_T = 0.001; % коэффициент трения схождения стружки
koff_rez = [0.5; 0.5; 0.7]; % коэффициенты ориентации сил
%Формирование сил  Фзд = [Фзд1, Фзд2, Фзд3]
ksi1 = 1;
ksi2 = 1;
k_t = 0.2;
k1=1;
k2=0.01;
Po1 = 1;
Po2 = 1;
%Параметры эволюции
k3_N3 = 0.1; % коэффициент усиления деградации свойств
k2_N2 = 4.8; % коэффициент усиления адаптации свойств
k1_Nt = 5; % коэфф. усиления необратимых преобразований N(t)
alphaN1 = 1; % идентификационный коэффициент скорости деградации
alphaN2 = 1; % идентификационный коэффициент скорости адаптации
%Параметры возмущений
w_vz1 = 10; %Гц
w_vz2 = 200; %Гц
w_vz3 = 600; %Гц
A1 = 5;
A2 = 50;
A3 = 15;
```

Листинг 2. Основной код программы для ЭВМ «Построение 3D модели геометрической топологии поверхности детали на основе деформационных смещений инструмента», свид. № 2023688372.

```
%загрузка данных из файла
string_name_file = strcat('Path_file…');
data_file = fopen(string_name_file, 'r'); %открытие файла
formatSpec='%s'; % формат чтения данных (1 %s- 1 канал изме-ия)
data_f = textscan(data_file, formatSpec);% чтение данных
fclose(data_file); %закрытие файла
time = str2double(data_f{1,1}(30)); % финальное время измерения
f_rate =str2double(data_f{1,1}(25))*1000; %частота дискретизации
t = 0:1/f_rate:time-(1/f_rate); % массив время измерения
% Определение границ выборки для визуализации по времени
a = 0.15; % левая граница временной выборки
b = 0.5;% правая граница временной выборки
t = b-a;% размер временной выборки
x1 = str2double(data_f{1,1}(t)); преобразование данных
sig = x1(a*fd:b*fd);% взятие сигнала во временной выборке
x_r =  sig;
t = max(t);
t_surf=t;
Dt=80; % диаметр заготовки
w3=10; % частота оборота детали
V2 = 0.125; % линейная скорость подачи
sp_top = V2/w3; % подача мм/об
L = length(x_r); % длина сигнала
k = fix(L/t); % целое количество отсчетов за 1 сек
k_rpm = fix(k/w3); % целое количество отсчетов за 1 оборот
rpm = fix(w3*t); % целое количество оборотов за все время обработки
R = zeros(rpm,k_rpm); % сетка ячеек под размещение значений x1 на каж-
дом обороте в течение времени t
j = 0; % параметр итерации в цикле

% построение поверхности стробоскопического отображения Пуанкаре
for i=0:rpm-1
R(i+1,:) = x_r(1+k_rpm*j:k_rpm*(j+1));
j = j+1;
end
%Длина каждого участка составляет длину окружности заготовки, D_sr. Dt
– диаметр детали. sp_top – расстояние между оборотами (подача), так
как рассматривается случай постоянных режимов
D_sr = 0:Dt/k_rpm:Dt-Dt/k_rpm;
S_sr = 0:sp_top:(sp_top*w3*t-sp_top);

%Построение поверхности геометрической топологии
[x,y] = meshgrid(D_sr,S_sr);
z=R;

figure
p = surf(x,y,z);
 p.EdgeColor = 'none';
    colormap jet;
    grid off
```

```
sl1 = 0.051;
sl2 = 0.0675;
ds1 = 0;
ds2 = 79.992000000000000;
     l1= find((sl1<S_sr)&(S_sr<sl1+sp_top));%нижняя граница строк подматрицы
 l2= find((sl2<S_sr)&(S_sr<sl2+sp_top));%верхняя граница строк подматрицы
 s1 = find(D_sr==ds1);%нижняя граница столбцов подматрицы
 s2 = find(D_sr==ds2);%верхняя граница столбцов подматрицы
r = R([l1:l2], [s1:s2]);
d_sr = D_sr([s1:s2]);
s_sr = S_sr([l1:l2]);
[xx,yy] = meshgrid(d_sr,s_sr);
zz=r;
   figure
p = surf(xx,yy,zz);
 p.EdgeColor = 'none';
    colormap jet;
    grid off
```

Пример полученной геометрической топологии представлен на рис.П.4.1.

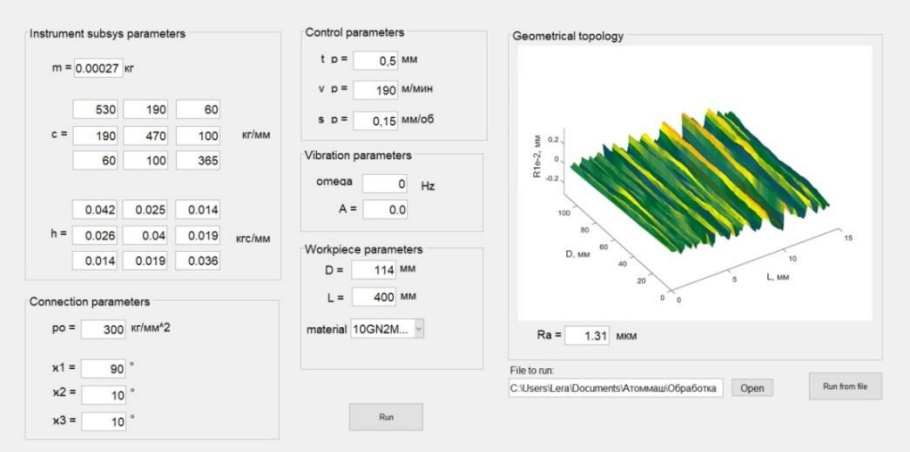


Рис. П.4.1 – Пример построения геометрической топологии поверхности детали для заданных параметров обработки и параметров станка в программе цифровой модели процесса резания

Представленный участок кода предназначен для построения топологии поверхности деталей, обрабатываемых на токарных станках. Данное отображение может быть получено на основе эмпирических данных о вибрационной активности инструмента и заготовки в процессе обработки, или на основе цифрового моделирования по сигналам деформационных смещений инструмента $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T$.

Приложение 5. Апробация результатов исследования

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по НИР и ИД ДГТУ,
к.т.н., доцент

_____ О.О. Полушкин
«10» июня 2020 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. заместителя
управляющего директора
ПАО Роствертол,
д.т.н., профессор

_____ М.Б. Флек
«10» июня 2020 г.

Акт

об эффективности использования математических моделей и алгоритмов корректировки параметров программ ЧПУ согласно изменяющимся свойствам динамической системы резания, разработанных в диссертации Гвинджилии В.Е., выполненной на тему: «Анализ и синтез динамической системы точения с учетом вибрационных возмущений и эволюции»

Настоящим актом удостоверяется, что разработанные математические модели и методики корректировки параметров программы ЧПУ в зависимости от изменяющихся динамических свойств станка позволяют в среднем увеличить путь резания до переналадки инструментальных подсистем. При оценке изменения динамических свойств учитываются неуправляемые возмущения (биения шпиндельной группы, кинематические и другие возмущения), зависящие от точности станка и его эксплуатационного состояния, а также эволюционные изменения параметров динамической системы в связи с развитием износа инструмента. В диссертации выполнены расчеты, и обоснования эффективности корректировки программы ЧПУ на примере продольного точения поверхности штуцера гидросистемы вертолета из стали 08Х15Н24В4ТР. Обработка неперетачиваемыми пластинами фирмы SANDVIK Coromant из твердого сплава GC2015, форма пластины - «W». Показана возможность повышения производительности процесса в (1,2-1,5) раз. При этом коррекция управляющих программ выполняется на стадии их подготовки.

Кроме этого, разработанные программы позволяют выполнять оценку текущих значений интенсивности изнашивания инструмента, отклонения диаметра и параметров геометрического качества деталей, обусловленных изменениями упругих деформационных смещений инструмента относительно заготовки непосредственно при резании. Эффективность разработанных методов достигается за счет уменьшения приведенных затрат на изготовление партии деталей и снижения брака.

Зав каф. АПП, к.т.н.,
доцент _____ А.Д. Лукьянов

Докторантка _____ В.Е. Гвинджилия

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по НИР и ИД ДГТУ
к.т.н., доцент

О.О. Полушкин
«10» июня 2020 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Главный инженер
ООО «Виктория»

А.А. Атамас
«10» июня 2020 г.

Акт

об эффективности использования математических моделей и алгоритмов корректировки параметров программ ЧПУ согласно изменяющимся свойствам динамической системы резания, разработанных в диссертации Гвинджилии В.Е., выполненной на тему: «Анализ и синтез динамической системы точения с учетом вибрационных возмущений и эволюции»

Настоящим актом подтверждается, что предложенные в кандидатской диссертации Гвинджилии В.Е. программы и алгоритмы, позволяющие при подготовке управляющей программы ЧПУ выполнить согласование траекторий исполнительных элементов станка с эволюционно изменяющейся динамической системой резания путем определения оптимальных значений параметров режимов резания, увеличивают в среднем путь резания инструмента до переналадки подсистемы инструмента.

Разработанные математические модели, учитывающие влияние кинематических возмущений и биений шпинделя, а также изменение свойств динамической системы резания в ходе эксплуатации станка, применимы и эффективны для продольного точения поверхности зажимного цангового механизма из стали 20 пластинами фирмы KNUX 160405R11.

Предложенные программы и методики повышения эффективности процесса обработки деталей на металлорежущем станке удовлетворяют требованиям минимизации затрат на модернизацию существующего технического оснащения производственного цеха, так как вносят изменения лишь в этап построения программы ЧПУ, не модифицируя конструктивную часть станка.

Зав каф. АПП, к.т.н.,
доцент А.Д. Лукьянов

В.Е. Гвинджилия

АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО «ИНЖИНИРИНГОВАЯ КОМПАНИЯ «АЭМ-ТЕХНОЛОГИИ»
(АО «АЭМ-технологии»)
ВОЛГОДОНСКИЙ ФИЛИАЛ АКЦИОНЕРНОГО ОБЩЕСТВА «ИНЖИНИРИНГОВАЯ КОМПАНИЯ «АЭМ-ТЕХНОЛОГИИ»
(Филиал АО «АЭМ-технологии» «Атоммаш» в г. Волгодонск)

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор филиала
АО «АЭМ-технологии»
««Атоммаш» в г. Волгодонск

_____ /Жидков М.Е./
«10» октября 2024 г.

АКТ

внедрения результатов диссертационного исследования Гвинджилии Валерии Енверисвны «Повышение эффективности процесса точения на основе синергетического анализа и синтеза динамической системы резания», выполненной в Донском государственном техническом университете (ДГТУ)

Настоящий акт удостоверяет, что в филиале АО «АЭМ-технологии» «Атоммаш» приняты к использованию следующие результаты диссертационного исследования Гвинджилии В.Е.:

1) имитационная модель динамической системы резания, состоящая из двух взаимодействующих через процесс резания подсистем инструмента и заготовки, позволяющая вычислять параметры качества изготовления деталей и износ инструмента при заданных технологических режимах резания;

2) программы, позволяющие прогнозировать в процессе обработки изменение качества изготовления деталей и износ инструмента;

3) методика и алгоритм построения программы ЧПУ, учитывающие динамические параметры системы и динамическое состояние станка, обеспечивающие изготовление партии деталей заданного качества при минимизации приведенных затрат.

Разработанные Гвинджилией В.Е. методики и программы позволяют получить ожидаемый годовой экономический эффект от применения на предприятии в сумме 1,42 млн. рублей.

Технический директор
Филиала АО «АЭМ-технологии»
«Атоммаш» в г. Волгодонск А.В. Фоменко

АССОЦИАЦИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ
СТАНКОИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПРОДУКЦИИ
«СТАНКОИНСТРУМЕНТ»

E-mail: mail@stankoinstrument.ru WWW: stankoinstrument.ru
Россия, 125375, г. Москва, Тверская ул., д. 22А, стр.2.
Тел.: +7 (495) 650-56-91, +7 (495) 650-77-13, +7 (495) 650-58-04, +7 (495) 650-59-62, Факс: +7 (495) 650-38-11

УТВЕРЖДАЮ

Президент
Ассоциации производителей
станкоинструментальной
продукции
«Станкоинструмент»,
Заслуженный
машиностроитель РФ,
член-корреспондент РИА,
кандидат технических наук

Г.В. Самодуров

«25» мая 2026 г.

РЕШЕНИЕ

о практической значимости докторской диссертационной работы Гвинджилии Валерии Енвериевны на тему: «Повышение эффективности обработки на станках с ЧПУ на основе теории синергетического анализа и синтеза управляемой динамической системы резания»

Ассоциация производителей станкоинструментальной продукции «Станкоинструмент» (далее – Ассоциация) рассмотрев результаты диссертационного исследования Гвинджилии В.Е., отмечает следующее.

1. Разработанная автором методика синергетического принципа построения управляющих программ для станков с ЧПУ позволяет повысить производительность и качество обработки при минимизации приведенных затрат на изготовление партии деталей. Определение программы ЧПУ выполняется на основе согласования выходных характеристик процесса резания с динамическими

свойствами обработки, учитывающими динамику приводов исполнительных элементов станка, упругие деформации в подсистемах заготовки и инструмента, а также эволюцию свойств обработки при развитии износа инструмента. Разработанный способ актуален для существующей на предприятиях номенклатуры станков, а также разрабатываемых станков нового класса, ориентированных на цифровизацию станочного оборудования. Эффективность предложенного синергетического принципа особенно актуальна при изготовлении деталей с изменяющимися параметрами или сложной геометрией вдоль направления движения инструмента.

2. Разработанный математический инструментарий и алгоритмы построения информационного пространства обосновывают создание сопроцессора для динамического мониторинга состояния процесса резания, показателей геометрического качества изготовления деталей, а также интенсивности изнашивания инструмента на основе виртуальной цифровой модели.

Ассоциация рекомендует результаты диссертации к использованию на предприятиях–членах Ассоциации. Настоящее решение подтверждает практическую значимость диссертационной работы для станкоинструментальной промышленности и может быть представлено в диссертационный совет в качестве документа, подтверждающего её отраслевую ценность.

Вице-президент
Ассоциации «Станкоинструмент»,
кандидат технических наук

/ Поспелов И.Ю.

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023688372

Построение 3D-модели геометрической топологии поверхности детали на основе деформационных смещений инструмента

Правообладатели: ***Гвинджилия Валерия Енвериевна (RU), Заковоротный Вилор Лаврентьевич (RU)***

Авторы: ***Гвинджилия Валерия Енвериевна (RU), Заковоротный Вилор Лаврентьевич (RU)***

Заявка № **2023685238**

Дата поступления **22 ноября 2023 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***21 декабря 2023 г.***

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 429b6a0fe3b53364baf96183b75b4aa7

Владелец Зубов Юрий Сергеевич

Действителен с 19.0[illegible].2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2025694671

Программа мониторинга вибрационной активности токарного станка

Правообладатель: ***федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (RU)***

Авторы: ***Гвинджилия Валерия Енвериевна (RU), Беспалов Александр Александрович (RU), Донской Данила Юрьевич (RU), Черняев Антон Тимофеевич (RU)***

Заявка № **2025693729**
Дата поступления **01 декабря 2025 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ ***08 декабря 2025 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов